

ریاضیات

ریاضیات یک شاخه وسیع از علوم بوده که از مقادیر و اعداد بحث میکند و یا به قول گالیله ریاضیات عبارت از لسان قوانین طبیعت است. ریاضیات به بخش های متعدد مانند: حساب، الجبر، هندسه، مثلثات و غیره تقسیم شده است. که ما در این دوره درباره حساب بحث میکنیم.

حساب :

کلمه حساب از کلمه لاتین (Arithmos) گرفته شده است که معنی آن شمارش میباشد و یا حساب علمی است که بالای اعداد معلوم عملیه های ساده را انجام داده و عدد مجهول را حاصل میکند.

عدد :

یک مفهوم ذهنی می باشد که تعداد اشیاء و اشخاص را نشان میدهند و یا عدد یک احساس است که نتیجه یک شمارش را بیان میکند.

سمبول عددی :

مردم برای نشان دادن هر عدد یک سمبول یا نشانه مشخص ذهنی را انتخاب کرده که نشان دهنده همان عدد میباشد که بنام سمبول عددی یاد میشود.

به صورت عموم سه نوع سیستم برای نشان دادن اعداد (سمبول عددی) موجود بوده که قرار ذیل است :

1- سیستم هندو عربیک (غربی) : بار اول هندی ها یک گام مهم را در عدد نویسی برداشته اند سمبول را که آنها اختراع کردند بنام سیستم هندو عربیک یاد شده که به شکل $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,\dots\}$ است.

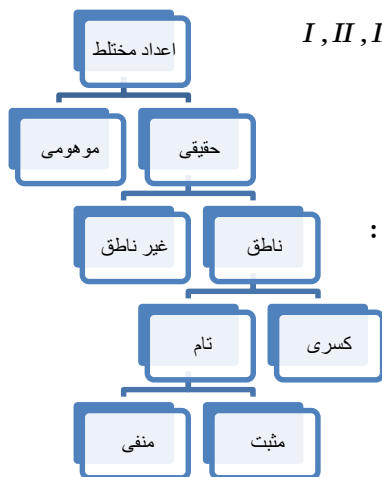
2- سیستم شرقی (عربی) : از این سیستم اعداد در کشورهای شرقی و عربی استفاده شده سمبول های آن قرار ذیل اند : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$

3- سیستم عدد نویسی رومی : این نوع سیستم اعداد در زمان تمدن روم ایجاد شده و فعلا به خاطر مشکل بودن نوشتن آن کاربرد ندارد و از آن برای نشان دادن زمان، نشان دادن صفحات کتاب و فهرست و استفاده میشود

که سمبل های شان قرار ذیل است : $I, II, III, IV, V, VI, VII, IX, X, XI, XII, \dots$

انواع اعداد :

اعداد به صورت عموم دارای انواع و اقسام مختلف بوده که بعضی از آنها قرار ذیل اند :



ست اعداد طبیعی (شمارشی IN) :

این اعداد قدیمی ترین اعداد بوده که از آن برای شمارش اشیا کامل استفاده میگردد. که ست اعداد آن قرار ذیل است :

$$IN = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

ست اعداد مکمل (P): به ستی از اعدادی گفته میشود که شامل اعداد صفر تا لایتناهی باشد و یا اعداد طبیعی به علاوه صفر را اعداد مکمل میگویند.

$$P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

ست اعداد تام (I): به اعدادی گفته میشود که واحد مکمل اشیا را نشان میدهند اعداد تام به صورت عموم به دو بخش تقسیم شده است : تام مثبت و تام منفی

$$I = \{-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

ست اعداد تام مثبت (I^+) : به اعدادی گفته میشود که واحد مکمل اشیا بوده و به سمت مثبت محور اعداد حقیقی قرار دارد و یا اعداد طبیعی را تام مثبت میگویند.

$$I^+ = \{+1, +2, +3, +4, \dots\}$$

اعداد تام منفی (I^-) : واحد مکمل اشیا را به سمت منفی محور اعداد حقیقی قرار دارد و اگر پیش روی اعداد طبیعی علامه منفی قرار دهیم تام منفی ساخته میشود.

$$I^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$$

نکته : عدد صفر نه تام منفی و نه تام مثبت می باشد بلکه بدون علامه است .

اعداد ناطق یا نسبتي (Q): به هر عددی که شکل $\frac{a}{b}$ را داشته و یا قابلیت تبدیل شدن به شکل $\frac{a}{b}$ را

داشته باشد طوری که a و b شامل اعداد تام باشد، اعداد ناطق گفته می شود.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in I, b \neq 0 \right\}$$

اعداد غیر ناطق یا غیر نسبتي (Q') : به اعدادی که نتوانیم آن را به شکل ناطق $\frac{a}{b}$ نمایش دهیم اعداد غیر ناطق میگویند.

$$Q' = \{\pi, e, \sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots\}$$

اعداد حقیقی (IR) : به مجموع اعداد ناطق و غیر ناطق اعداد حقیقی گفته میشوند.

$$IR = Q \cup Q'$$



اعداد موهومی : هرگاه اعداد منفی تحت جذر به درجه جفت قرار بگیرند این اعداد را به نام اعداد موهومی یاد میکنند.

$$\sqrt{-11}, \sqrt{-24}, \sqrt[6]{-45}, \sqrt[4]{-100}$$

نکته : عدد $\sqrt{-1}$ را به i نشان میدهند. یعنی : $\sqrt{-1} = i$

$$\text{اعداد موهومی} = \{bi \mid b \in IR, i = \sqrt{-1}\}$$

اعداد مختلط : به اعدادی گفته میشوند که از دو قسمت موهومی و حقیقی تشکیل شده و دارای شکل عمومی $a + bi$ باشند طوریکه a قسمت حقیقی آنها و bi قسمت موهومی آنها می باشند.

$$C = \{a + bi \mid a, b \in IR, i = \sqrt{-1}\}$$

$$3 + \sqrt{-1} = 3 + i \Rightarrow a = 3, bi = i, 4 - \sqrt{-3} = 4 - \sqrt{3}i \Rightarrow a = 4, bi = -\sqrt{3}i$$

انواع اعداد :

1- اعداد مجرد : به اعدادی گفته میشوند که واحد همراه شان ذکر نمیشوند که مقدار اشیا ارائه نمیکند. مانند :

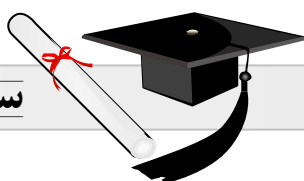
100, 12, 10, 8

2- اعداد توزیعی : از تکرار عدد اصلی عدد توزیعی حاصل میشود. مانند : یک یک , دو دو , سه سه

3- اعداد ترتیبی : به اعدادی گفته میشود که ترتیب اشیا و اشخاص را نشان میدهند مانند : اولین , دومین , ,

خواندن و نوشتن اعداد (طبقه بندی اعداد) :

نام طبقه	تعداد و نام لاتین	نام طبقه	تعداد و نام لاتین
یک	One (1)	کووینتیلیون	Quintillions (10 ¹⁸)
هزار	Thousands (10 ³)	سیکستیلیون	Sextillions (10 ²¹)
میلیون	Millions (10 ⁶)	سیپتیلیون	Septillions (10 ²⁴)
بیلیون	Billions (10 ⁹)	اوکتیلیون	Octillions (10 ²⁷)
تریلیون	Trillions (10 ¹²)	نونلیون	Nonillions (10 ³⁰)
کوادریلیون	Quadrillions (10 ¹⁵)	گوگول	Googol (10 ¹⁰⁰)



برای اینکه اعداد طبیعی را به صورت درست خوانده و یا نوشته کرده بتوانیم لازم است که ابتدا اعداد را از سمت راست به سمت چپ سه سه رقم جدا کرده و هر سه رقم دارای یک طبقه می باشند و هر رقم دارای مرتبه خاص بوده که نام طبقه آن ها قرار جدول فوق می باشند.

خواندن اعداد : برای خواندن اعداد ابتدا اعداد را سه سه رقم از طرف راست جدا کرده و ابتدا از طرف چپ هر سه عدد را در مرتبه مشخص آن خوانده و نام طبقه آن را ذکر میکنیم .
مثال : اعداد ذیل را بخوانید :

a) 1,452,983 : یک میلیون و چهارصد و پنجاه و دو هزار و نه صد و هشتاد و سه

b) 102,000,975 : یک صد و دو میلیون و نه صد و هفتاد و پنج

نوشتن اعداد : برای نوشتن اعداد آن را در مرتبه و طبقه مربوط آن از سمت چپ به راست ترتیب داده و در صورت که نام کدام طبقه ذکر نشوند به جای آن صفر قرار میدهیم .
مثال : اعداد ذیل را بنویسید :

a) 207,000,488,000,008 : دو صد و هفت تریلیون و چهار صد و هشتاد و هشت میلیون و هشت

b) 300,000,000,208,045,000 : سه صد کوادریلیون و دو صد و هشت میلیون و چهل و پنج هزار

عملیات چهارگانه حساب

در علم حساب چهار عملیه اساسی : جمع , تفریق , ضرب و تقسیم وجود داشته که به نام عملیات چهارگانه یاد میشوند .

1- **عملیه جمع (Addition)** : جمع در لغت یک جا نمودن را گویند و در اصطلاح یک جا نمودن اشیا هم جنس را جمع گویند علامه جمع (+) میباشد. اعدادی که با هم جمع میشوند اجزا جمع و عددی که در آخر عملیه جمع حاصل میشود به نام حاصل جمع یاد میشود. جمع به دو شکل اجرا میگردد :

1- شکل ستونی : در این طریقه ابتدا اجزای جمع را طوری زیر هم مینویسم که مرتبه های یکسان زیر هم دیگر قرار گیرند و بعدا هر مرتبه را از طرف راست با مرتبه مساوی آن جمع نموده و در صورتیکه حاصل مرتبه ها عدد دو رقمی باشد رقم اول آنرا نوشته و رقم دوم آن را منحنیث حاصل با ارقام بعدی جمع میکنیم.

$$\begin{array}{r} A \\ + B \\ \hline C \end{array}$$

اجزای جمع
حاصل جمع

2- شکل سطری : در صورتیکه اعداد در یک سطر نوشته شده باشد ابتدا علامه مساوی را در آخر قرار داده و مرتبه های مربوط را باهم جمع میکنیم .



مثال 1 :

$$a) 122034 + 1422 = 123456$$

$$b) 45083$$

$$+ 12796$$

$$\hline 57879$$

مثال 2 : احمد 150 افغانی دارد و پدرش 270 افغانی و برادر کلان احمد 120 افغانی به وی میدهند احمد چند افغانی دارد .

$$270 + 150 + 120 = 540AF$$

خواص عملیه جمع :

به صورت عموم عملیه جمع دارای خواص ذیل میباشد:

$$a + b = b + a$$

1- خاصیت تبدیلی

2- خاصیت اتحادی :

$$(a + b) + c = d \quad a + (b + c) = d \quad \text{Exp: } 2 + 7 + 1 = 10, \quad 2 + 8 = 10$$

3- خاصیت بستگی : منظور از اینکه عملیه جمع در ست اعداد حقیقی بسته است این است که اگر دو یا چند عدد حقیقی همراه یکدیگر جمع شوند حاصل جمع از ست اعداد حقیقی خارج نمیشود بلکه مجدداً یک عدد حقیقی میشود.

$$a + b = c \Rightarrow a, b \in IR \Rightarrow c \in IR$$

4- عنصر عینیت (عنصر خنثی) : عنصر عینیت در جمع صفر است یعنی حاصل جمع هر عدد با صفر خود عدد می باشد.

$$a + 0 = a$$

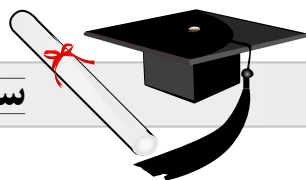
امتحان عملیه جمع :

برای اینکه بدانیم عملیه جمع را درست انجام داده ایم یا خیر آن را به دو طریقه امتحان میکنیم .

a- جاهای عوامل جمع را تبدیل نموده در صورتیکه حاصل جمع تفاوت نکند عملیه جمع درست انجام شده است .

$$\begin{array}{r} 12345 \\ + 54321 \\ \hline 66666 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54321 \\ + 12345 \\ \hline 66666 \end{array}$$



2- **عملیه تفریق (Subtraction):**

تفریق در لغت به معنی کم کردن است و در اصطلاح کم کردن عدد خورد از عدد کلان را تفریق گویند. و یا تفریق عبارت از دریافت فرق بین دو کمیت هم جنس میباشد. در تفریق عدد اول مفروق منه و عدد دوم را مفروق و عددی که در نتیجه عملیه تفریق حاصل میشود را حاصل تفریق می‌گویند که در این عملیه اعداد را زیر هم نوشته و از یک مرتبه، مرتبه یکسان آن را تفریق میکنیم.

a)
$$\begin{array}{r} 64279 \\ - 32503 \\ \hline \end{array}$$

$$31776$$

b)
$$\begin{array}{r} 190009 \\ - 43052 \\ \hline \end{array}$$

$$146957$$

مثال 1:

مثال: احمد 2850 افغانی را بایسکل و کتاب خریده است در صورت که قیمت بایسکل 2340 افغانی باشد قیمت کتابهای آنرا دریافت کنید.

$$\begin{array}{r} 2850 \\ - 2340 \\ \hline \end{array}$$

$$510 \longrightarrow \text{قیمت کتاب}$$

خواص عملیه تفریق:

1- هرگاه همراه مفروق منه یک عدد را کم و یا علاوه نمائیم حاصل تفریق نیز به همان اندازه کم یا زیاد میشود.

$$\begin{array}{r} 12 \rightarrow +3 \quad 15 \\ - 5 \quad \quad - 5 \\ \hline 7 \rightarrow +3 \quad 10 \end{array}$$

مثال:

2- هرگاه با مفروق یک عدد زیاد شود حاصل تفریق به همان اندازه کم میشود و هرگاه از مفروق یک عدد کم شود حاصل تفریق به همان اندازه زیاد میشود.

$$\begin{array}{r} 14 \quad \quad 14 \\ - 6 \rightarrow +3 \quad - 9 \\ \hline 8 \rightarrow -3 \quad 5 \end{array}$$

3- هرگاه همزمان همراه مفروق و مفروق منه یک عدد ثابت علاوه و یا کم نمائیم در حاصل تفریق تغییر ایجاد نمی‌شود.

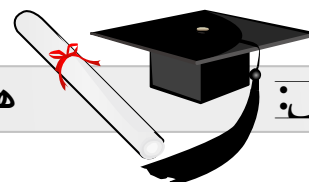
$$\begin{array}{r} 14 \rightarrow +3 \quad 17 \\ - 6 \rightarrow +3 \quad - 9 \\ \hline 8 \quad \quad 8 \end{array}$$

4- عصر عینیت در عملیه تفریق صفر است یعنی صفر را از هر عدد کم کنیم باز هم خود عدد حاصل میشود.

$$a - 0 = a$$

$$3 - 0 = 3$$

مثال:



میزان عملیه تفریق : حاصل تفریق را با مفروق جمع کرده در صورتیکه مساوی با مفروق منه گردد عملیه تفریق درست است .

مفروق منه = حاصل تفریق + مفروق

مثال :

$$\begin{array}{r} 864205 \\ - 325079 \rightarrow +539126 \\ \hline 539126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 325079 \\ + 539126 \\ \hline 864205 \end{array}$$

3- عملیه ضرب (Multiplacition) :

ضرب در لغت به معنای زدن بوده و در اصطلاح کوتاه ترین طریقه جمع کردن اعداد مساوی را ضرب گویند.

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 \quad 5 \cdot 4 = 20$$

اعدادی که باهم ضرب میشوند اجزای ضرب و عددی که حاصل میشود حاصل ضرب نامیده میشود . و علامه ضرب $\{ \times, \cdot, * \}$ و قوس ها میباشد.

به صورت عموم قوس ها به سه نوع اند :

$$1- (\text{خورد}) \quad 2- [\text{متوسط}] \quad 3- \{ \text{کلان} \}$$

برای اجرای عملیه ضرب هر مرتبه عدد اولی را ضرب تمام مرتبه های عدد دومی کرده و در هر مرتبه از طرف راست یک خانه را رها کرده و به همین ترتیب حاصل ضرب هر مرتبه را زیر مرتبه دیگر نوشته و در آخر حاصل ضرب مرتبه ها را با هم جمع میکنیم.

$$\begin{array}{r} 384 \\ \times 25 \\ \hline 1920 \\ 768 \\ \hline 9600 \end{array}$$

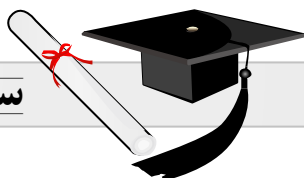
خواص عملیه ضرب :

به صورت عموم عملیه ضرب دارای خواص ذیل است :

$$1- \text{خاصیت تبدیلی} : (B)(A) = C \Rightarrow (A)(B) = C$$

$$2- \text{خاصیت اتحادی} : B \cdot (A \cdot C) = D \Rightarrow A(B \cdot C) = D$$

$$3- \text{خاصیت توزیعی} : (a)(b+c) = ad+ac \quad , \quad a(b-c) = a \cdot b - a \cdot c$$



4- عنصر عینیت در عملیه ضرب یک است

5- عملیه ضرب در ست اعداد حقیقی یک عملیه بسته است.

4- عملیه تقسیم (Division) :

تقسیم قسمت کردن را گویند و در اصطلاح عملیه معکوس ضرب را تقسیم گویند. و یا تقسیم عملیه است که نشان میدهد یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است و علامه های تقسیم قرار ذیل می باشند .

$\{ (|—) , (/) , (:) , (\div) \}$

	مقسوم علیه
مقسوم	خارج قسمت
باقی مانده	

خواص عملیه تقسیم :

1- هرگاه مقسوم و مقسوم علیه به یک عدد خلاف صفر ضرب و یا تقسیم شوند در خارج قسمت تغییر وارد نمیشود.

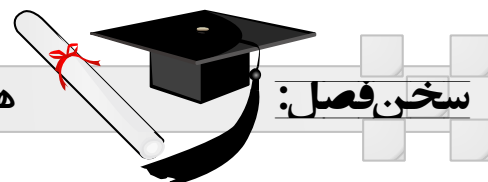
$$1) \quad \begin{array}{r} 24 \\ 24 \overline{) 6} \\ \hline 00 \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{r} 48 \\ 48 \overline{) 12} \\ \hline 00 \end{array}$$

2- هرگاه دو عدد بالای عدد سوم قابل تقسیم باشند حاصل جمع آنها نیز بالای عدد مذکور قابل تقسیم میباشد.

$$\left. \begin{array}{l} 24 \swarrow \searrow 36 \\ \quad \quad 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1) \quad \frac{24}{4} = 6 \\ (2) \quad \frac{36}{4} = 9 \end{array} \Rightarrow 9 + 6 = 15 \quad \quad 36 + 24 = 60 \Rightarrow \frac{60}{4} = 15$$

بی نهایت بزرگ (∞) : یک سمبول بوده که برای نشان دادن مقدار هایی بسیار بزرگ استفاده میشود . و یا بی نهایت مقداری است که از هر عدد انتخابی بزرگ , بزرگتر باشد.



5- در عملیه تقسیم روابط ذیل را به یاد داشته باشید.

$$1. \frac{0}{\text{عدد}} = 0 \quad 2. \frac{\text{عدد}}{0} = \infty \quad 3. \frac{0}{0} = \text{مبهم} \quad 4. \frac{\text{عدد}}{\infty} = 0 \quad 5. \frac{\infty}{\text{عدد}} = \infty$$

$$6. \frac{\infty}{\infty} = \text{مبهم}$$

باقی مانده + خارج قسمت $\times$ مقسوم علیه = مقسوم

امتحان عملیه تقسیم :

مثال : در ذیل عملیه تقسیم را انجام دهید.

$$\begin{array}{r} 317 \overline{) 13} \\ - 26 \\ \hline 57 \\ - 52 \\ \hline 5 \end{array} \quad 13 \times 24 + 5 = 317$$

قابلیت های تقسیم :

1- قابلیت تقسیم بر 2 : عددی بالای 2 قابل تقسیم است که رقم یکهای آن صفر و یا یک عدد جفت باشد.

مثلا : $240048 \quad 240 \quad 10$

2- قابلیت تقسیم بر 3 : عددی بالای 3 قابل تقسیم است که مجموع ارقام آن بر سه پوره تقسیم شود .

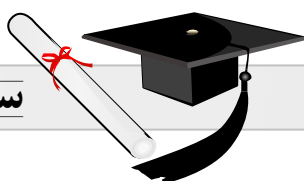
مثال : $234 \Rightarrow 2+3+4=9$

قابلیت تقسیم بر 3 به روش دیگر: عددی بر 3 پوره تقسیم می شود که مجموع ارقام آن بر 3 پوره تقسیم شود، در عمل اگر عدد داده شده بزرگ باشد، دریافت مجموع ارقام آن کمی دشوار بوده و باعث ضیاع وقت می شود، بناءً به روش ذیل عمل می کنیم.

1- اگر در عدد داده شده مضرب های 3 موجود بود آن را خط می زنیم (3، 6 و 9)

2- از سمت راست یا چپ ارقام را با هم جمع نموده و هرگاه به مضرب های 3 رسیدیم باز هم خط می زنیم.

3- در نهایت اگر عددی که بر جای می ماند کمتر از 3 باشد همان عدد باقی مانده آن عدد بزرگ داده شده بر 3 می باشد.



مثال:

باقی مانده عدد ذیل را بر 3 دریافت کنید.

37896421

مرحله اول

~~3~~789~~6~~4~~2~~1

مرحله دوم

$$\begin{array}{c} 78421 \\ \hline 12 \quad 3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 12 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$1 \Rightarrow R=1$$

مثال:

657894321

باقیمانده عدد ذیل را بر 3 دریافت کنید.

~~6~~578~~9~~4~~3~~21

مرحله اول

$$\begin{array}{c} 578421 \\ \hline 12 \quad 12 \quad 3 \end{array} \Rightarrow R=0$$

مرحله دوم

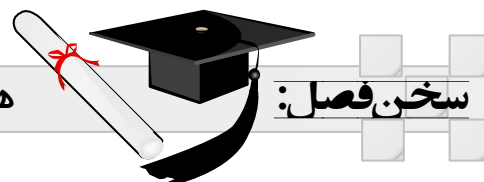
عددی بر جای نمی ماند بناءً عدد فوق بر 3 پوره قابل تقسیم می باشد.

3- قابلیت تقسیم بر 4: هر عددی که دو رقم اول آن صفر یا اعدادی باشند که بالای چهار پوره تقسیم شوند خود عدد نیز بالای چهار پوره تقسیم میشود.

مثال: 322916 324 2100

قابلیت تقسیم بر 4 به روش دیگر: عددی بر چهار پوره قابل تقسیم است که مجموع رقم یکهای آن و دو چند رقم دههای آن بر عدد چهار پوره تقسیم شود.

باقیمانده هر عدد بر چهار برابر است با باقیمانده مجموع رقم یکها و دو چند رقم دههای آن بر عدد 4



مثال: باقیمانده عدد ذیل را بر 4 دریافت کنید.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 \\ & & \downarrow & \downarrow & & & \\ & & 18 & + 1 = \cancel{18} & + 1 = 2 & + 1 = 3 & \Rightarrow R = 3 \\ & & \downarrow & \downarrow & & & \\ & & 2 & + 1 & \Rightarrow R = 3 \end{array}$$

مثال: باقیمانده عدد ذیل را بر 4 دریافت کنید.

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 8 & 9 & \boxed{3} & \boxed{4} & \rightarrow & 4 \\ & & \downarrow & & & & \Rightarrow \cancel{8} + \cancel{4} \\ & & 6 & & & & \downarrow \quad \downarrow \\ & & & & 2 & 0 & \Rightarrow R = 2 \end{array}$$

مثال: باقیمانده عدد ذیل را بر 4 دریافت کنید.

$$\begin{array}{ccccccc} 9 & 3 & 7 & 8 & 4 & 2 & 1 & 7 \\ & & \downarrow & \downarrow & & & & \\ & & 2 & + \cancel{7} = 3 & + 2 = \cancel{7} & \Rightarrow R = 1 \\ & & & 3 & 1 & & & \end{array}$$

مثال: آیا عدد ذیل بر 4 پوره تقسیم می شود؟

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 8 & 8 & 8 & 9 & 4 & 3 & 6 \\ & & \downarrow & \downarrow & & & & \\ & & \cancel{8} & + \cancel{8} = 2 & + 2 = \cancel{4} & \Rightarrow R = 0 \\ & & 2 & 2 & 0 & & & \end{array}$$

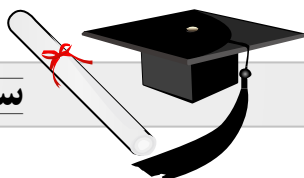
4- قابلیت تقسیم بر 5: هر عددی که رقم یک های آن صفر یا 5 باشد بر 5 پوره قابل تقسیم است.

مانند: 8900 945 4525

5- قابلیت تقسیم بر 6: هر عددی که همزمان بالای 3 و 2 قابل تقسیم باشد بر 6 نیز پوره قابل تقسیم است.

مانند: 4200 59346

قابلیت تقسیم بر 6 به روش دیگر: عددی بر 6 پوره قابل تقسیم است که حاصل جمع رقم یکهای آن و چهار برابر مجموع ارقام دیگر آن بر 6 پوره تقسیم شود و یا باقیمانده تقسیم هر عدد بر 6 برابر است با باقیمانده عدد حاصل از جمع رقم یکهای آن و چهار برابر مجموع ارقام دیگر آن بر عدد 6.



مثال: باقیمانده تقسیم عدد ذیل را بر 6 دریافت کنید.

2345678

↓

$$\cancel{8} + 4 \left(\underbrace{\cancel{7}}_1 + \underbrace{\cancel{6}}_0 + \underbrace{5+3}_{\cancel{8}_2} + \underbrace{4+2}_{\cancel{6}} \right)$$

$$2 + 4(1+0+2) = 2 + 4(3) = 2 + \cancel{12} \Rightarrow R = 2$$

مثال: باقیمانده عدد ذیل را بر 6 دریافت کنید.

87864231

↓

$$1 + 4 \left(3 + \underbrace{2+4}_{\cancel{6}} + \cancel{8} + \underbrace{\cancel{8}}_2 + \underbrace{\cancel{7}}_1 + \underbrace{\cancel{6}}_2 \right)$$

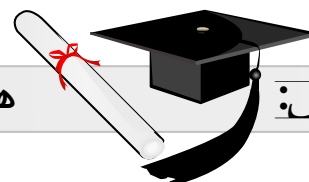
$$= 1 + 4 \left(\underbrace{3+2+1}_{\cancel{6}} + 2 \right) = 1 + \cancel{8}_2 \Rightarrow R = 3$$

6- قابلیت تقسیم بر 7: برای اینکه بدانیم عدد بر 7 پوره قابل تقسیم است یا نه رقم اول (از سمت چپ) را در 3 ضرب کرده با رقم دوم جمع میکنیم سپس حاصل را بر 7 تقسیم میکنیم چنانچه باقیمانده صفر شود عدد بر 7 تقسیم پذیر است اگر باقی مانده صفر نشد آن را در 3 ضرب نموده با رقم بعدی (رقم سوم از چپ) جمع میکنیم و حاصل را بر 7 تقسیم میکنیم شرط اینکه عدد بر 7 قابل تقسیم باشد اینست که نهایتاً بعد از چند مرحله باقی مانده صفر شود.

مثلاً میخواهیم بدانیم عدد 3171 بر 7 قابل تقسیم است یا نه:

$$\begin{array}{r} (3 \times 3) + 1 = 10 \quad \overline{) 7} \\ \underline{7} \quad \quad \quad 1 \\ 3 \rightarrow (3 \times 3) + 7 = 16 \quad \overline{) 7} \\ \underline{14} \quad \quad \quad 2 \\ 2 \rightarrow (2 \times 3) + 1 = 7 \quad \overline{) 7} \\ \underline{7} \quad \quad \quad 1 \\ \underline{0} \end{array}$$

هر اقدام بزرگ ابتدا محال به نظر می‌رسد.



سخن فصل:

قابلیت تقسیم بر 7 به روش دیگر: برای اینکه بدانیم عددی بر 7 پوره قابل تقسیم است یا نه، آن را از سمت راست سه سه رقم جدا کرده و به آن‌ها اشاره مثبت و منفی می‌دهیم، ارقام مثبت را با هم و ارقام منفی را با هم جمع می‌کنیم و در نهایت مجموع ارقام منفی و مجموع ارقام مثبت را با هم جمع می‌کنیم تا یک عدد سه رقمی حاصل شود و باقیمانده عدد سه رقمی حاصله را بر 7 به روش ذیل دریافت می‌کنیم.

رقم یکان را با سه چند رقم دهگان و دو چند رقم صدگان جمع می‌کنیم، باقیمانده هر عدد سه رقمی بر 7 برابر است با باقیمانده عدد حاصله از مجموع رقم یکان و سه چند رقم دهگان و دو چند رقم صدگان آن بر عدد 7.

مثال:

$$\begin{array}{r}
 35678945 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \boxed{+} & \boxed{-} & \boxed{+} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 945 \\
 + 35 \\
 \hline
 + 980
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 980 \\
 - 678 \\
 \hline
 302
 \end{array}$$

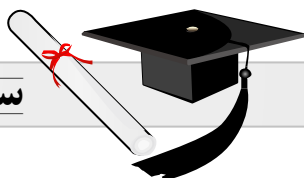
$$\begin{array}{ccc}
 3 & 0 & 2 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 6 + 0 + 2 = 8 \Rightarrow R = 1
 \end{array}$$

مثال:

$$\begin{array}{r}
 6987642217 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \boxed{-} & \boxed{+} & \boxed{-} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 217 \\
 + 987 \\
 \hline
 + 1204
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 - 642 \\
 - 6 \\
 \hline
 - 648
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 1204 \\
 - 648 \\
 \hline
 556
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \Rightarrow & 5 & 5 & 6 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & 10 & 15 & 6 = 10 + 15 + 6 = \cancel{10}_7 + \cancel{15}_7 + 6 \\
 & & \downarrow & \downarrow \\
 & & 3 & 1 & 6 = \cancel{6}_7 + 1 + 6 \Rightarrow R = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9873214 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \boxed{+} & \boxed{-} & \boxed{+} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 +214 \\
 + 9 \\
 \hline
 +223
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 +223 \\
 -873 \\
 \hline
 -650
 \end{array}$$



$$\Rightarrow \begin{array}{ccc} - & 6 & 5 & 0 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$-(12+15+0) = -(12+15+0) = (-13) = (\cancel{7} - 6) \Rightarrow R=1$$

$$-6 = 7Q + R \Rightarrow -6 - 1 = 7Q + R - 1 \Rightarrow R - 1 = 0 \Rightarrow R = 1$$

$$\begin{array}{r} 4567 \\ - \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +567 \\ - \quad 4 \\ \hline +563 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5 & 6 & 3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$10 + 18 + 3 = \cancel{10} + \cancel{18} + 3$$

$$3 + 4 + 3 = 7 + 3 \Rightarrow R = 3$$

$$\begin{array}{r} 57884 \\ - \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +884 \\ - \quad 57 \\ \hline +827 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 8 & 2 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$16 + 6 + 7 = \cancel{16} + 6 + \cancel{7} = 8$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$2 + 6 + 0 = \cancel{8}$$

$$\downarrow$$

$$1 \Rightarrow R = 1$$

7- قابلیت تقسیم بر 8 :

عددی بالای 8 پوره تقسیم میشود که سه رقم اول آن صفرها و یا عدد باشد که بالای 8 قابل تقسیم است .

412000

24080

4254992

مثال :

قابلیت تقسیم بر 8 به روش دیگر: عددی بر 8 پوره قابل تقسیم است که مجموع رقم یکها و دو چند رقم دهها و

چهار چند رقم صدهای آن بر 8 پوره تقسیم شود.

و باقیمانده هر عدد بر 8 برابر است با باقیمانده مجموع رقم یکها، دو چند رقم دهها و چهار چند رقم صدهای آن بر

8

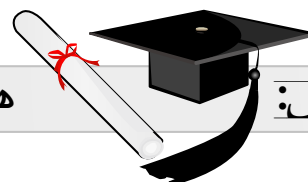
مثال: باقیمانده اعداد ذیل را بر 8 دریافت کنید.

4 8 9 10 4 5 6

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$16 + 10 + 6 = \cancel{16} + \cancel{10}_2 + 6 = 2 + 6 = \cancel{8} \Rightarrow R = 0$$

هر اقدام بزرگ ابتدا محال به نظر می‌رسد.



سخن‌فصل:

8 9 9 8 7 6 4 3 2 1

↓ ↓ ↓

$$12+4+1=16+1 \Rightarrow R=1$$

9 4 5 5 6 6 7 8 1

↓ ↓ ↓

$$28+16+1=\underset{4}{\cancel{28}}+\underset{0}{\cancel{16}}+1=4+1=5 \Rightarrow R=5$$

6 6 6 7 8 9 3 2 4 5 6

↓ ↓ ↓

$$16+10+6 \Rightarrow \cancel{16}+10+6=10+6=\cancel{16} \Rightarrow R=0$$

8- قابلیت تقسیم بر 9 : هر عددی که مجموع ارقام آن بالای 9 قابل تقسیم باشد خود عدد نیز بر 9 پوره تقسیم

میشود. مثال : $12393 \rightarrow 18$, $487512 \rightarrow 27$

قابلیت تقسیم بر 9 به روش دیگر: عددی بر 9 پوره قابل تقسیم است که مجموع ارقام آن بر 9 پوره تقسیم شود در

عمل اگر 9 جز ارقام عدد بود آن را خط می‌زنیم و از چپ یا راست رقم‌های عدد را جمع می‌کنیم، هرگاه به

مضرب‌های 9 رسیدیم آنها را خط می‌زنیم و اگر عددی باقی ماند که از 9 کوچکتر بود همان عدد باقیمانده عدد

مذکور بر 9 می‌باشد.

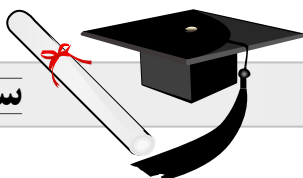
مثال:

946789123941

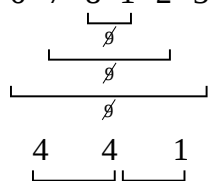
~~9~~4678~~9~~123~~9~~41

مرحله اول: خط زدن ارقام 9 موجود در عدد:

مرحله دوم: جمع نمودن ارقام و خط زدن مضارب 9:



4 6 7 8 1 2 3 4 1



$$4 + 4 + 1 = 9 \Rightarrow R = 0$$

مرحله اول: خط زدن ارقام 9 موجود در عدد

مرحله دوم: جمع نمودن ارقام و خط زدن مضارب 9

487936729678

$$487\cancel{9}3672\cancel{9}678 \Rightarrow R = 4$$

مثال: باقی مانده عدد 7326781 را بر 9 پیدا کنید.

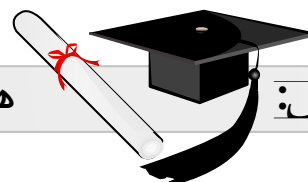
حل: مرحله اول و دوم را که در مثال های قبل تطبیق کردیم، تکرار می کنیم. بناءً:

$$7326781 \Rightarrow R = 7$$

9- قابلیت تقسیم بر 10: هر عددی که رقم یک های آن 0 باشد بر 10 پوره قابل تقسیم است.

مثال: 213010, 420, 990

10- قابلیت تقسیم بر 11: برای اینکه بدانیم عددی بر 11 پوره قابل تقسیم است یا نه، از سمت راست ارقام را اشاره مثبت و منفی می دهیم و سپس ارقام مثبت را با هم و ارقام منفی را با هم جمع می کنیم و در نهایت مجموع ارقام مثبت و مجموع ارقام منفی را با هم جمع می کنیم. اگر عدد به دست آمده بر 11 پوره تقسیم شد عدد داده شده نیز بر 11 پوره تقسیم می شود و باقیمانده تقسیم هر عدد بر 11 برابر است با باقیمانده عدد حاصل از مجموع ارقام مثبت و منفی آن بر 11.



مثال:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 3 & 4 & 7 \\
 + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
 +7+3+9+7+5+1=+32 \\
 -4-8-6-4=-23
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 3 & 4 & 7 \end{array}} \right\} \Rightarrow +32-23=9 \Rightarrow R=9$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 8 & 9 & 1 & 3 & 4 & 7 & 8 & 9 & 1 & 3 & 2 & 7 \\
 - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
 +7+3+9+7+3+9=+38 \\
 -2-1-8-4-1-8=-24
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccccccc} 8 & 9 & 1 & 3 & 4 & 7 & 8 & 9 & 1 & 3 & 2 & 7 \end{array}} \right\} \Rightarrow +38-24=14 \Rightarrow 14=11+3 \Rightarrow R=3$$

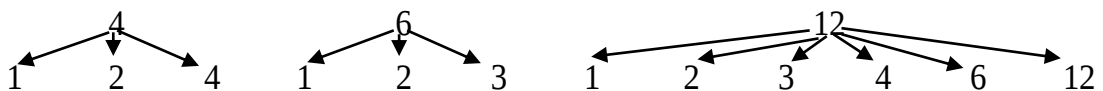
اعداد اولیه :

به عددی گفته میشود که به غیر از یک و خودش بر اعداد دیگر پوره قابل تقسیم نباشد و یا ست قاسم های مشترک آن تنها عدد یک و خودش باشد.

مانند : $\{2, 3, 5, 19, 23, 29, 31, \dots\}$

اعداد مرکب :

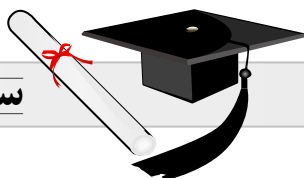
به عددی گفته میشود که به غیر از یک و خودش به اعداد دیگر نیز قابل تقسیم باشد و یا ست قاسم های آن اضافه از دو عنصر داشته باشد.



نکته ها :

1- عدد یک نه اولیه و نه مرکب است .

2- کوچکترین عدد اولیه 2 بوده که یک عدد جفت است و دیگر تمام اعداد اولیه اعداد تاق می باشد.



تجزیه اعداد مرکب :

تجزیه به معنی جز جز کردن و یا جدا کردن بوده و در اصطلاح ریاضی هرگاه یک عدد مرکب را به شکل حاصل ضرب عوامل اولیه ضربی آن بنویسیم، این عملیه تجزیه نامیده میشود.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \Rightarrow 12 = 2^2 \times 3$$

- اگر عدد طبیعی بزرگتر از یک را بصورت حاصل ضرب دو یا چند عدد طبیعی بزرگتر از یک بنویسیم آن عدد را تجزیه کرده ایم. مثلاً: $27 = 9 \times 3$ یا $45 = 9 \times 5$

- اگر عدد طبیعی بزرگتر از یک را طوری تجزیه کنیم که همه قاعده ها عددهای اولیه و غیر تکراری باشند گفته می شود که عدد مذکور به عوامل اولیه ضربی آن تجزیه شده است. مثلاً:

$$12 = 4 \times 3 = 2^2 \times 3^1$$

بیشتر بدانید!



نکته: اگر در تجزیه یک عدد به عوامل اولیه آن همه توان های قاعده ها جفت باشند آن عدد مربع کامل می باشد.

$$144 = 3^2 \times 2^4$$

مثلاً:

بیشتر بدانید!



نکته: اگر در تجزیه یک عدد به عوامل اولیه آن همه توان های قاعده ها مضربی از 3 باشند آن عدد مکعب کامل می باشد.

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

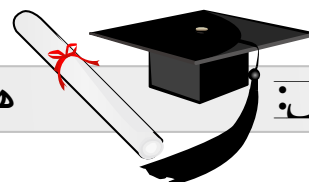
مثلاً:

$$91125000 = 91125 \times 10^3$$

$$= 5^3 \times 3^6 \times 10^3 = 5^3 \times 3^6 \times (5 \times 2)^3 = 5^6 \times 2^3 \times 3^6$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{91125000} = \sqrt[3]{5^6 \times 2^3 \times 3^6} = 5^2 \times 2 \times 3^2 = 25 \times 2 \times 9 = 50 \times 9 = 450$$

هر اقدام بزرگ ابتدا محال به نظر می رسد.



سخن فصل:

مثال: کدام یک از اعداد داده شده ذیل مربع کامل و کدام یک مکعب کامل می‌باشند؟

$$8000 \rightarrow 8000 = 8 \cdot 10^3 = 2^3 (5 \cdot 2)^3 = 2^6 \cdot 5^3 \quad \text{مکعب کامل}$$

$$720 \rightarrow 720 = 3^2 \cdot 2^4 \cdot 5 \quad \text{نه مکعب کامل و نه مربع کامل}$$

$$441 \rightarrow 441 = 49 \cdot 9 = 7^2 \cdot 3^2 \quad \text{مربع کامل}$$

$$78400 = 784 \cdot 10^2 = 196 \cdot 4 \cdot 10^2 = 49 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^2$$

$$= 7^2 \cdot 2^4 \cdot 10^2 = 7^2 \cdot 2^4 \cdot (5 \cdot 2)^2 = 7^2 \cdot 2^6 \cdot 5^2 \quad \text{مربع کامل}$$

$$3111696 = 1555848 \cdot 2 = 777924 \cdot 2^2 = 388962 \cdot 2^3$$

$$= 194481 \cdot 2^4 = 64827 \cdot 3 \cdot 2^4 = 21609 \cdot 3^2 \cdot 2^4$$

$$= 7203 \cdot 3^3 \cdot 2^4 = 2401 \cdot 3^4 \cdot 2^4 = 343 \cdot 7 \cdot 3^4 \cdot 2^4$$

$$= 49 \cdot 7^2 \cdot 3^4 \cdot 2^4 = 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \quad \text{مربع کامل}$$

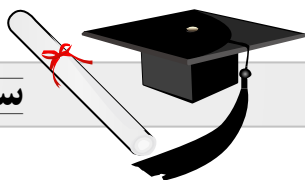
قاسم و مضرب :

به اجزای ضربی یک عدد قاسم‌های آن عدد می‌گویند. به طور مثال 3 و 5 قاسم‌های عدد 15 هستند.

مضرب عبارت از عددی است که از حاصل ضرب دو عدد به وجود آمده و بالای هریک از اعداد مذکور پوره تقسیم

میشود

مثلاً: 12 مضرب 3 و 4 است. و 3 و 4 قاسم 12 هستند.



بزرگترین قاسم مشترک (Greatest Common Factor):

عبارت از بزرگترین عددی است که دو یا چندین عدد هم زمان بالای آن پوره تقسیم میشوند. مثلاً در مثال داده شده بزرگترین قاسم مشترک اعداد 24 و 36 عدد 12 میباشد. یعنی بزرگترین عددی که 24 و 36 بالای آن پوره قابل تقسیم است عدد 12 است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{قاسم های 24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\} \\ \text{قاسم های 36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\} \end{array} \right\}$$

$$\text{قاسم های مشترك 24 و 36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

بناء گفته میتوانیم که بزرگترین قاسم مشترک بین 36 و 24 عدد 12 است.

دریافت بزرگترین قاسم مشترک اعداد:

1- تجزیه منفرد: ابتدا هر عدد را تجزیه کرده و از عامل ضربی مشترک اعدادی را انتخاب میکنیم. که کمترین توان را داشته باشند با ضرب نمودن این اعداد بزرگترین قاسم مشترک حاصل میشود و از عوامل غیر مشترک صرف نظر میکنیم.

$\begin{array}{r l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$	$24 = 2^3 \cdot 3$	$\begin{array}{r l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$
	$36 = 2^2 \cdot 3^2$	
	$GCF = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow 12$	

2- تجزیه عمومی:

در این طریقه اعداد داده شده را هم زمان تجزیه نموده عملیه را تا زمانی ادامه میدهیم که عامل مشترک بین اعداد باقی نماند و سپس اعداد را که در سمت چپ خط عمود قرار دارند با هم ضرب میکنیم.

$\begin{array}{r l} 2 & 36-48 \\ \hline 2 & 18-24 \\ \hline 3 & 9-12 \\ \hline & 3-4 \end{array}$	
---	--

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

مثال: GCF اعداد 36 و 48 را دریافت کنید.

3- طریقه (اقلیدس) :

در این طریقه عدد بزرگ را تقسیم عدد خورد نموده و سپس مقسوم علیه را تقسیم باقی مانده میکنیم و این عملیه تا زمانی ادامه میدهیم که باقی مانده صفر شود آخرین مقسوم علیه بزرگترین قاسم مشترک اعداد داده شده میباشد.
مثال : $G.F.C$ دو عدد 48 و 36 را دریافت کنید.

$$\begin{array}{r} 48 \overline{) 36} \\ 36 \overline{) 1} \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \overline{) 12} \\ 36 \overline{) 3} \\ \hline 00 \end{array} \rightarrow G.F.C$$

کوچکترین مضرب مشترک (Least Common multiple) :

عبارت از کوچکترین عددی است که همزمان بالای دو و یا چندین عدد دیگر پوره تقسیم شود مثلاً در مثال داده شده 12 کوچکترین عددی است که همزمان بالای 4 و 6 قابل تقسیم است .

$$\left. \begin{array}{l} \text{مضرب های 6} = \{6, 12, 18, 24, 30, \dots\} \\ \text{مضرب های 4} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, \dots\} \end{array} \right\}$$

$$\text{مضرب های مشترک 4 و 6} = \{12, 24, 36, \dots\}$$

بناءً کوچکترین مضرب مشترک بین 4 و 6 عدد 12 است.

دریافت کوچک ترین مضرب مشترک اعداد :

1- تجزیه منفرد : ابتدا هر عدد را تجزیه نموده و سپس از بین عوامل ضربی، عوامل مشترکی را انتخاب میکنیم که بزرگترین توان را دارند و آنها را ضرب عوامل غیر مشترک نیز میکنیم . که حاصل ضرب عبارت از LCM عدد است .

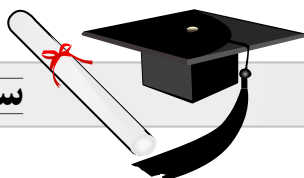
مثال : $L.C.M$ اعداد 12 و 18 را دریافت کنید.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array} \Rightarrow L.C.M = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

حل :

نکته : حاصل ضرب دو عدد برابر است به حاصل ضرب کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین قاسم مشترک آنها.

$$a \times b = (LCM)_{a,b} \times (GCF)_{a,b}$$



مثال : در صورتی که بزرگترین قاسم مشترک اعداد 12 و 18 عدد 6 باشد کوچکترین مضرب مشترک آنها را دریافت نمایید .

$$(LCM)(GCF) = 12 \cdot 18 \Rightarrow 6(LCM) = 12 \cdot 18 \Rightarrow LCM = 36$$

مثال : 3 بیلر که حجم هر کدام آن 48 لیتر ، 60 لیتر و 72 لیتر است از مایعات مختلف پر شده است اگر بخواهیم آنها را در بین قوطی هایی یکسان که بیشترین حجم را داشته باشد طوری بریزیم که مایعات با هم مخلوط نگردد تعداد قوطی ها را دریافت کنید.

حل : باید بزرگترین عددی را دریافت نمائیم که اعداد 48 , 60 و 72 همزمان بالای آن پوره قابل تقسیم باشد بناء جواب این سوال GCF این سه عدد است.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 48-60-72 \\ \hline 2 & 24-30-36 \\ \hline 3 & 12-15-18 \\ & 4-5-6 \end{array}$$

$$G.C.F = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{48}{12} + \frac{60}{12} + \frac{72}{12}$$

$$4 + 5 + 6 = 15$$

به تعداد 15 قوطی 12 لیتره نیاز است .

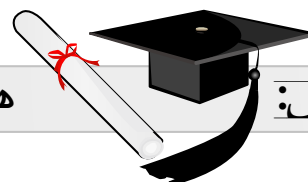
مثال 3 : شاروالی به فاصله های 6 متری درختان را غرس نموده است و به فاصله 10 متری پایه های برق موقعیت دارد اگر در یک قسمت درخت و پایه برق در کنار هم قرار گرفته باشند بعد از کدام فاصله باز هم درخت و پایه در کنار هم قرار خواهند گرفت؟

حل : باید کوچکترین مقداری را دریافت نمائیم که همزمان بالای 2 و 10 پوره قابل تقسیم باشد یعنی جواب این سوال LCM این دو عدد است.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 & 10 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

یعنی بعد از هر 30 متر یک درخت و پایه برق کنار هم موقعیت دارد.



کسر (Fraction):

کسر در لغت به معنی شکستن است و در اصطلاح عبارت از عددی است که واحد نامکمل اشیا است .
به صورت عموم کسر به دو نوع است : الف : عام ب : اعشار

1- کسر عام :

هر گاه یک شی را به چند حصه مساوی تقسیم کنیم و از آنها یک یا چند حصه را بگیریم نتیجه را به کسر عام نشان میدهیم که تعداد کل حصه های تقسیم شده را در مخرج کسر و حصه هایی در نظر گرفته شده را در صورت کسر قرار می دهیم.

به صورت عموم کسر از لحاظ مقدار به دو نوع است :

1- کسر واقعی**2- کسر غیر واقعی**

1- کسر واقعی : به کسری گفته میشود که صورت آن از مخرج کوچکتر باشد و یا نشان دهنده یک مقدار کوچکتر از واحد باشد. مانند :

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{7}{23}$$

2- کسر غیر واقعی : هرگاه صورت کسر بزرگتر یا مساوی به مخرج آن باشد کسر غیر واقعی نامیده میشود که مساوی یا بزرگتر از واحد است.

$$\frac{11}{5}, \frac{4}{4}, \frac{20}{11}$$

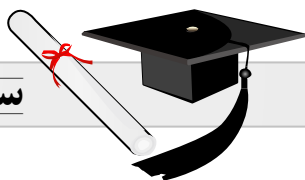
مانند :

کسر ساده : به کسری گفته میشود که صرف دارای صورت و مخرج باشد مثال :

$$\frac{11}{5}, \frac{4}{4}, \frac{20}{11}$$

کسر مخلوط (اعداد صحیح دار) : به کسری گفته میشود که بر علاوه صورت و مخرج دارای عدد صحیح نیز باشد.
مانند :

$$3\frac{15}{7}, 2\frac{5}{9}$$



تبدیل کسر غیر واقعی به واقعی (تصحیح) :

برای تبدیل کسر غیر واقعی به کسر واقعی صورت را بر مخرج تقسیم کرده و خارج قسمت را به حیث عدد صحیح و باقی مانده را به حیث صورت و مقسوم علیه را به حیث مخرج قرار می‌دهیم .
مثال : کسر های ذیل را تصحیح کنید .

$$(1) \quad \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{14}{12} \left| \frac{3}{4} \right. \Rightarrow 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$$

$$(2) \quad \frac{27}{4} \Rightarrow \frac{27}{24} \left| \frac{4}{6} \right. \Rightarrow 6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$

تبدیل کسر واقعی به کسر غیر واقعی (عملیه تجنیس) :

برای تبدیل کسر مخلوط به ساده عدد صحیح را ضرب مخرج و جمع صورت نموده و در صورت مینویسیم و مخرج را تغییر نمی‌دهیم.

$$(1) \quad 3\frac{5}{7} = 3 + \frac{5}{7} = \frac{3(7)+5}{7} = \frac{26}{7}$$

$$(2) \quad 4\frac{2}{11} = 4 + \frac{2}{11} = \frac{46}{11}$$

مثال :

خواص کسور :

به صورت عموم کسرهای عام دارای خواص ذیل است :

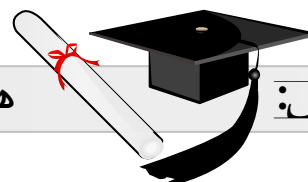
1- هرگاه در صورت و مخرج کسر عین عدد خلاف صفر را ضرب کنیم در قیمت کسر تغییر وارد نمیشود.

$$(1) \quad \frac{2}{4} = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{8}$$

$$(2) \quad \frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{6}{12}$$

2- هرگاه صورت و مخرج یک کسر را به یک عدد تقسیم کنیم در قیمت کسر تغییر وارد نمی‌شود .

$$\frac{3}{6} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{6}{3}} = \frac{1}{2}$$



کسر های معادل :

به کسر هایی گفته میشوند که دارای صورت و مخرج متفاوت بوده ولی مقادیر برابر را نشان می دهند. برای دریافت کسر های معادل یک کسر صورت و مخرج کسر مورد نظر را به یک عدد ثابت ضرب و یا تقسیم مینمائیم .

مثال : سه کسر معادل برای $\frac{1}{2}$ دریافت نمائید؟

$$(1) \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$$

اختصار کسور :

اختصار به معنی ساده کردن است و برای اختصار نمودن کسر ها صورت و مخرج کسر را همزمان به بزرگترین قاسم مشترک آنها تقسیم مینمائیم .

$$(1) \quad \frac{4^2}{8^3} = \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{36^3}{48^4} = \frac{3}{4}$$

هم مخرج ساختن کسر ها :

برای اینکه دو یا چند کسر داده شده را هم مخرج نماییم از دو طریقه ذیل استفاده میکنیم :

1- ابتدا صورت و مخرج کسر اول ضرب مخرج کسر دوم نموده و بعدا صورت و مخرج کسر دوم را ضرب در مخرج کسر اول میکنیم که در نتیجه کسور معادل ایجاد شده مخرج ها مساوی دارند.

مثال : کسر های $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{5}$ را هم مخرج کنید .

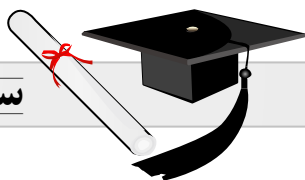
$$(1) \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{7} = \frac{21}{35} \quad \Rightarrow \quad \frac{21}{35} \text{ و } \frac{10}{35}$$

$$(2) \quad \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{35}$$

2- در این طریقه ابتدا کوچکترین مضرب مشترک بین مخرج کسر ها را دریافت نموده به حیث مخرج کسور انتخاب مینمائیم کوچکترین مضرب مشترک را تقسیم مخرج هر یک از کسور نموده حاصل را در صورت همان کسر ضرب مینمائیم.

مثال : کسر های $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{8}$ را هم مخرج سازید.

$$(L.C.M)(8 \text{ و } 12) = 24 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{5}{12} = \frac{10}{24} \\ \frac{7}{8} = \frac{21}{24} \end{cases}$$



مقایسه کسر ها :

برای اینکه بدانیم کدام کسر بزرگ و کدام آن کوچک می باشد. حالات ذیل را در نظر میگیریم :

- 1- در صورتی که مخرج کسر ها مساوی و صورت ها متفاوت باشند کسری بزرگ است که دارای بزرگترین صورت باشد.
- 2- در صورتیکه مخرج ها متفاوت و صورت ها مساوی باشند کسری بزرگ است که دارای کوچکترین مخرج باشد.
- 3- در صورتیکه نه مخرج و نه صورت یکسان باشد ابتدا آنها را هم مخرج ساخته سپس نظر به حالت اول مقایسه میکنیم.

مثال :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{12}{11}, \frac{14}{11}, \frac{3}{11} \Rightarrow \frac{14}{11} > \frac{12}{11} > \frac{3}{11} \\
 (2) \quad & \frac{29}{14}, \frac{29}{8}, \frac{29}{21} \Rightarrow \frac{29}{8} > \frac{29}{14} > \frac{29}{21} \\
 (3) \quad & \left. \begin{aligned} \frac{3}{7}, \frac{11}{15} &\Rightarrow \frac{3}{7} \cdot \frac{15}{15} = \frac{45}{105} \\ &\frac{11}{15} \cdot \frac{7}{7} = \frac{77}{105} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{45}{105} < \frac{77}{105} \Rightarrow \frac{3}{7} < \frac{11}{15}
 \end{aligned}$$

عملیات چهارگانه کسور :

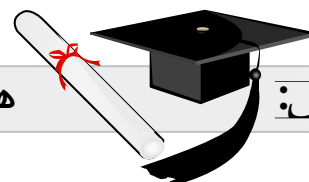
- 1- عملیه جمع و تفریق : برای جمع و یا تفریق نمودن کسر عام اگر کسر ها مخرج های مساوی داشته باشند، از دو مخرج مساوی یکی آنها به حیث مخرج مشترک قبول نموده ، صورت ها را باهم جمع و یا تفریق مینماییم.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b} \quad \text{مانند :}$$

- 2- در صورتیکه مخرج ها متفاوت باشند ابتدا آنها را هم مخرج ساخته و سپس باهم جمع و تفریق مینماییم در صورتیکه یکی از عوامل جمع و یا تفریق به شکل مخلوط باشد، ابتدا آنرا به کسر غیر واقعی تبدیل مینماییم .

مثال : عملیه های ذیل را انجام دهید ؟

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \frac{2}{5} + \frac{6}{5} = \frac{2+6}{5} = \frac{8}{5} & b) \quad & \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{10}{35} + \frac{21}{35} = \frac{31}{35} & c) \quad & \frac{9}{11} - \frac{4}{5} = \frac{45}{55} - \frac{44}{55} = \frac{1}{55} \\
 d) \quad & \frac{2}{27} + \frac{6}{27} + \frac{6}{27} = \frac{14}{27} & e) \quad & 2\frac{4}{9} + 5\frac{1}{3} - 6\frac{5}{6} = \frac{22}{9} + \frac{16}{3} - \frac{41}{6} = \frac{44+96-123}{18} = \frac{17}{18}
 \end{aligned}$$



3- عملیه ضرب کسر عام :

برای ضرب نمودن کسره‌ای عام صورت‌ها را با صورت ضرب نموده و در صورت مینویسیم مخرج‌ها را با مخرج ضرب نموده و در مخرج مینویسیم .
در صورتیکه کسرها به شکل مخلوط باشد ، ابتدا ساده میکنیم و هم چنان در عملیه ضرب میتوانیم صورت یک کسر را با مخرج کسر دیگر اختصار نماییم .

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

مثال :

$$1) \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = ? \quad \rightarrow \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{35}$$

$$2) \quad 2\frac{7}{3} \times 3\frac{1}{21} = ? \quad \rightarrow \quad 2\frac{7}{3} \times 3\frac{1}{21} = \frac{13}{3} \times \frac{64}{21} = \frac{832}{63}$$

4- عملیه تقسیم کسر عام :

برای تقسیم نمودن دو کسر ، کسر اول را نوشته علامه تقسیم را به ضرب تبدیل نموده کسر دوم را معکوس میسازیم.

مثال :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = ? \quad \rightarrow \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$1) \quad \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = ? \quad \rightarrow \quad \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$2) \quad 5\frac{1}{4} \div 1\frac{5}{11} = ? \quad \rightarrow \quad 5\frac{1}{4} \div 1\frac{5}{11} = \frac{21}{4} \div \frac{16}{11} = \frac{21}{4} \times \frac{11}{16} = \frac{231}{64}$$

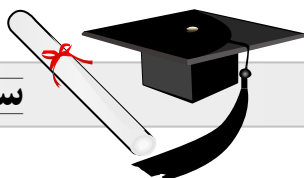
کسر الکسر (کسر مرکب) :

به کسری گفته میشود که در صورت و یا مخرج آن کسور شامل باشد.

ساده نمودن کسر مرکب :

برای ساده نمودن یک کسر مرکب صورت را تقسیم کسر مخرج میکنیم و یا صورت را نوشته ضرب معکوس کسر مخرج میسازیم.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = ? \quad \rightarrow \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$



نکته: در صورتی که در صورت یا مخرج چندین عملیه وجود داشته باشد ابتدا صورت و مخرج کسر را به کسور واحد تبدیل کرده سپس ساده میکنیم. مانند مثال های ذیل:

$$1) \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = ? \rightarrow \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$2) \frac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{7}} = ? \rightarrow \frac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{7}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{15} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$$

$$3) \frac{1 + \frac{3}{4}}{5 - \frac{7}{7}} = ? \rightarrow \frac{1 + \frac{3}{4}}{5 - \frac{7}{7}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{33}{7}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{33} = \frac{49}{132}$$

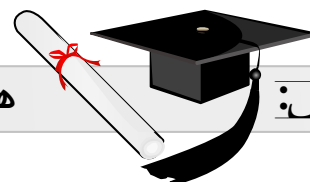
$$4) \frac{\frac{11}{2} - \frac{29}{13}}{\frac{4}{3}} = ? \rightarrow \frac{\frac{11}{2} - \frac{29}{13}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{85}{26}}{\frac{4}{3}} = \frac{85}{26} \cdot \frac{3}{4} = \frac{255}{104}$$

$$5) \frac{\left(8 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + 4\right)}{\left(7 + \frac{5}{6}\right) + \left(6 + \frac{1}{6}\right)} = ? \rightarrow \frac{\left(8 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + 4\right)}{\left(7 + \frac{5}{6}\right) + \left(6 + \frac{1}{6}\right)} = \frac{8 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 4}{7 + \frac{5}{6} + 6 + \frac{1}{6}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

$$6) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} = ? \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

$$7) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = ? \Rightarrow 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{7}} = 1 + \frac{1}{\frac{11}{7}} = 1 + \frac{7}{11} = \frac{18}{11}$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{7}} = 1 + \frac{1}{\frac{11}{7}} = 1 + \frac{7}{11} = \frac{18}{11}$$



کسر اعشار :

به کسری گفته میشود که مخرج آن یکی از طاقت هایی 10 باشد ، زیرا کلمه اعشار از عشره که به معنی 10 است گرفته شده است و به عبارت دیگر هرگاه صورت یک کسر را تقسیم مخرج آن نماییم عدد حاصله را عدد اعشاری میگویند .مانند مثال ذیل :

$$\frac{12}{10} ; \frac{15}{100} ; \frac{100}{1000} ; 3,42 ; 0,08 ; \dots$$

علامه اعشاری (و) است ، عدد اعشاری از دو قسمت ساخته شده به طرف چپ علامه اعشار عدد صحیح ، طرف راست آن را ارقام اعشاری میگویند.

نکته : هرگاه به طرف راست علامه اعشار صفر علاوه نماییم در قیمت عدد تغییر وارد نمیشود.

$$4.3 = 4.300000000000 \quad \text{مثال :}$$

عملیات چهارگانه اعداد اعشاری :

عملیه های جمع ، تفریق ، ضرب و تقسیم بالای اعداد اعشار را عملیات چهارگانه نامیده که قرار ذیل اجرا میشود
عملیه جمع و تفریق :

برای جمع و تفریق نمودن اعداد اعشاری اعداد را طوری تحت همدیگر مینویسیم که علامه اعشار نیز تحت همدیگر قرار بگیرند ، بعدا اعداد را جمع و تفریق نموده و علامه اعشار را در نوبت خودش پایین میکنیم.

مثال: عملیه های جمع و تفریق ذیل را انجام دهید ؟

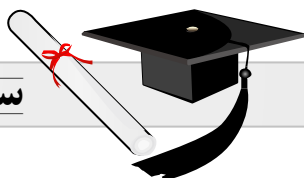
$$\begin{array}{r} 456,63 \\ - 36,409 \\ \hline 420,221 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,809 \\ + 13,2 \\ \hline 18,009 \end{array}$$

عملیه ضرب اعداد اعشاری :

برای ضرب نمودن اعداد اعشاری ابتدا اعداد را بدون در نظر گرفتن علامه اعشاری باهم ضرب میکنیم و سپس به تعداد مجموع ارقام اعشاری اجزای ضرب از سمت راست به چپ از حاصل ضرب ارقام اعشاری جدا میکنیم.

مثال :

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ \times 5 \\ \hline 21,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,32 \\ \times 1,2 \\ \hline 864 \\ + 432 \\ \hline 5,184 \end{array}$$



ضرب اعداد اعشار در طاقت های 10 :

برای ضرب نمودن یک اعداد اعشاری در طاقت های مثبت 10 علامه اعشار را به تعداد توان 10 به طرف راست انتقال می‌دهیم .

$$12,345 \times 10^2 = 1234,5$$

برای ضرب نمودن یک اعداد اعشاری در طاقت های منفی 10 علامه اعشار را به تعداد توان 10 به طرف چپ انتقال می‌دهیم .

$$12,345 \cdot 10^{-2} = 0,12345$$

عملیه تقسیم :

برای تقسیم نمودن اعداد اعشاری ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را ضرب آن طاقت 10 مینمائیم که مقسوم علیه از حالت اعشاری خارج شود تقسیم را به حالت عمومی اجرا میکنیم زمانی که به علامه اعشار مقسوم رسیدیم آن را به خارج قسمت انتقال می‌دهیم .
مثال :

$$\begin{array}{r|l} 35,202 & 1,2 \\ \hline & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 352,02 & 12 \\ \hline -24 & \\ \hline 112 & 29,3 \\ -108 & \\ \hline 40 & \\ -36 & \\ \hline 42 & \\ -36 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

تبدیل کسر ها به یکدیگر:

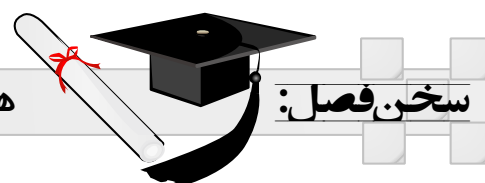
برای اینکه یک عملیه ریاضی ساده و سریع انجام شوند لازم است تا کسرها را به یکدیگر تبدیل کنیم.
1- تبدیل کسر عام به اعشار: برای تبدیل این نوع کسر صورت آنرا تقسیم مخرج میکنیم. در صورتیکه دارای عدد صحیح باشد، آن را به حیث عدد صحیح در اعداد اعشار انتخاب میکنیم.

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

مثال :

$$a,bcd = a + 0,bcd \quad , \quad a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$$

نکته :



2- ست اعداد ناطق را با Q نمایش میدهند و تعریف ریاضیکی آن بصورت زیر است:

$$Q = \left\{ \frac{q}{p} \mid p, q \in I, q \neq 0 \right\}$$

هر عنصر این ست یک عدد ناطق، یا یک کسر است.

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad \text{نکته:}$$

3- در افاده ناطق $\frac{a}{b}$ اگر $b=1$ آنگاه $\frac{a}{1} = a$ بنابر این $I \subset Q$ یعنی هر عدد صحیح یک عدد ناطق نیز

هست. بنابراین از آنجایی که $N \subset I$ است. هر عدد طبیعی نیز یک عدد گویاست که مخرج آن یک است.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m} = \frac{am}{bm}, \quad m \neq 0$$

4- بین هر دو عدد صحیح متوالی هیچ عدد صحیحی وجود ندارد ولی بین دو عدد ناطق همواره بی شمار عدد ناطق دیگر وجود دارد.

5- اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد ناطق باشند، عدد ناطق بین آنها $\frac{a+c}{b+d}$ است.

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

اعداد ناطق قابل اختصار:

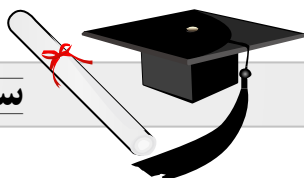
عدد گویای $\frac{a}{b}$ را قابل اختصار میگوئیم هر گاه GCF صورت و مخرج یعنی (a, b) عددی به غیر از یک باشد.

مانند: کسر $\frac{4}{6}$

اعداد ناطق غیر قابل اختصار:

عدد ناطق $\frac{a}{b}$ غیر قابل اختصار است هر گاه صورت و مخرج نسبت به هم اول باشند.

مانند: $\frac{3}{7}$



تبدیل عدد اعشاری به کسر های ناطق :

1) اعداد اعشاری متناهی : تمام ارقام را در صورت نوشته و سپس مخرج کسر را عدد 10 به توان رقم های اعشاری قرار می دهیم.

مثال :

$$3,25 = \frac{325}{10^2} \quad 0,0032 = \frac{32}{10^4}$$

2) اعداد اعشاری متوالی ساده : عدد صحیح را از عددی که شامل ارقام صحیح و ارقام متوالی میباشد کم کرده و به عنوان صورت کسر مینویسیم و در مخرج کسر به عوض هر عدد دارای دوره ی متوالی 9 قرار می دهیم.

$$3,\overline{75} = \frac{375-3}{99} = \frac{372}{99} \quad 0,\overline{212} = \frac{212-0}{999} = \frac{212}{999}$$

مثال :

3) اعداد اعشاری متوالی مرکب : عددی که شامل ارقام صحیح و ارقام غیر متوالی است را از عددی که شامل ارقام صحیح , ارقام متوالی و غیر متوالی است کم کرده در صورت مینویسیم . در مخرج به تعداد ارقام متوالی 9 و سمت راست آن به تعداد اعداد غیر متوالی 0 قرار می دهیم.

$$0,\overline{235} = \frac{235-2}{990}$$

$$5,\overline{7923651} = \frac{57923651-579}{9999900}$$

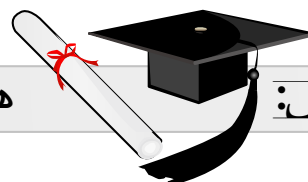
مثال :

نکته : هنگامی که از اعداد غیر متوالی صحبت میکنیم منظور مان اعداد غیر متوالی سمت راست اعشار است نه قسمت صحیح سمت چپ اعشار.

فرمول کلی تبدیل اعداد اعشاری متوالی ساده و مرکب به کسر ناطق :

$$\text{عدد اعشاری متوالی ساده} = p,\overline{ab\dots c} = \frac{p\overline{ab\dots c} - p}{99\dots 9_n}$$

$$\text{عدد اعشاری متوالی مرکب} = p,a\dots b\overline{ab\dots c} = \frac{p\overline{a\dots bc\dots d} - p\overline{a\dots b}}{99\dots 9_m \underbrace{000\dots 000}_n}$$



نکته : چنانچه یک عدد را نتوان بصورت یک عدد اعشاری مختوم ، متوالی ساده یا مرکب نوشت ، آن عدد ناطق نیست و غیر ناطق است.

تدویر (Round off) :

گاهی اوقات دقت اندازه گیری وسیله اندازه گیری و اعداد گزارش شده ، زیاد تر از تقریب مورد نیاز ما در مسئله است. روند آف به تبدیل یک عدد دقیق تر به یک عدد تقریبی تر گفته میشود.

برای تشریح روند آف ابتدا آن را به دو دسته تقسیم میکنید :

(1) Round down : اگر عدد تقریب شده کمتر از عدد اولیه حاصل شود.

(2) Round up : اگر عدد تقریب شده بیشتر از عدد اولیه حاصل شود.

فرض میکنیم بخواهیم اعداد را با تقریب 2 رقم اعشاری گزارش نمائیم.

(1) اگر بعد از عدد تقریب ، عددی کمتر از 5 باشد ، بدون کدام تغییر تقریب میکنیم (Round down)

$$6,24\boxed{3} \rightarrow 6,24$$

$$5,71\boxed{4}67 \rightarrow 5,71$$

(2) اگر بعد از عدد تقریب ، عددی بیشتر از 5 باشد ، یک واحد به عدد تقریب اضافه میشود (Round up)

$$6,24\boxed{7} \rightarrow 6,25$$

$$5,71\boxed{6}11 \rightarrow 5,72$$

(3) اگر عدد بعد از عدد تقریب 5 باشد و بعد از آن ارقام غیر صفر موجود باشد ، یک واحد به عدد تقریب اضافه میشود (Round up)

$$6,24\boxed{5}3 \rightarrow 6,25$$

$$5,71\boxed{5}17 \rightarrow 5,72$$

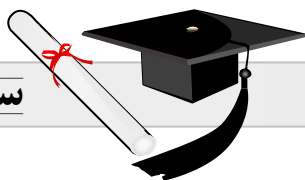
(4) اگر عدد بعد از عدد تقریب 5 بوده و بعد از آن عدد دیگری نباشد :

الف) اگر عدد تقریب تاق باشد ، یک واحد به آن اضافه میشود (Round up)

$$5,71\boxed{5} \rightarrow 5,72$$

ب) اگر عدد تقریب جفت باشد ، بدون کدام تغییر تقریب میکنیم (Round down)

$$6,24\boxed{5} \rightarrow 6,24$$



نسبت (Ratio) :

مقایسه بین دو کمیت هم جنس را نسبت گویند ، نسبت نشان میدهد که یک کمیت چه اندازه از کمیت دوم زیاد و یا کم می باشد و یا نشان می دهند که یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است .

مثلا : احمد دارای 120 افغانی است و محمود دارای 30 افغانی است می گوییم که :

1- پول احمد نسبت به پول محمود 90 افغانی بیشتر است .

2- پول احمد چهار برابر پول محمود و پول محمود چهارم حصه پول احمد میباشد.

نسبت به دو نوع است : 1- هندسی 2- حسابی

1- نسبت حسابی : عبارت است از مقایسه دو کمیت هم جنس از طریق بیان تفاضلشان بناء حاصل تفریق دو عدد نسبت حسابی گفته میشود و نشان میدهد که یک کمیت چه مقدار از کمیت دوم زیاد یا کم است .

2- نسبت هندسی : عبارت است از مقایسه دو کمیت هم جنس از طریق تقسیم آنها بناء حاصل تقسیم دو عدد را نسبت هندسی میگویند .و نشان میدهد که یک کمیت چند برابر یا چندم حصه یک کمیت دیگر است .

نکته : نسبت هندسی مهم تر از نسبت حسابی بوده از این به بعد به جای نسبت هندسی کلمه نسبت را ذکر میکنیم.

$$\text{نسبت} = \frac{\text{کمیت اول}}{\text{کمیت دوم}}$$

مثال : 1- نسبت هندسی و حسابی بین اعداد 24 و 18 را در یافت کنید.

$$\text{نسبت حسابی : } 24 - 18 = 6$$

$$\text{نسبت هندسی : } \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

2- هرگاه جاوید 20 افغانی و ذکی 100 افغانی داشته باشد نسبت حسابی و نسبت هندسی پول های جاوید و ذکی را در یافت کنید.

نسبت حسابی : $100 - 20 = 80$ بناء گفته میتوانیم ذکی نسبت به جاوید 80 افغانی بیشتر دارد.

$$\text{نسبت هندسی : } \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \text{ گفته میتوانیم پول ذکی 5 برابر پول جاوید است.}$$



دریافت کمیت مجهول در نسبت :

در صورتیکه نسبت بین دو کمیت و یکی از کمیت ها معلوم باشد :

برای دریافت کمیت نامعلوم از رابطه ذیل استفاده میکنیم:

نسبت $\div$ کمیت اول = کمیت دوم

نسبت $\times$ کمیت دوم = کمیت اول

مثال 1 : نسبت بین عمر علی و محمد $\frac{3}{5}$ است اگر عمر محمد 20 سال باشد عمر علی را دریافت کنید.

$$\frac{\text{عمر علی}}{\text{عمر محمد}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\text{عمر علی}}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{عمر علی} = \frac{3}{5} \times 20 = 12$$

تقسیم یک کمیت به نسبت یا تقسیم به اجزای متناسب آن : هر گاه بخواهیم یک کمیت را به یک نسبت تقسیم نمائیم ، ابتدا حاصل جمع نسبت را یافته و سپس کمیت را به حاصل جمع نسبت ها تقسیم نموده حاصل را ضرب هر نسبت می نمائیم.

مثال 1 : عدد 3600 را به نسبت $\frac{5}{7}$ تقسیم کنید.

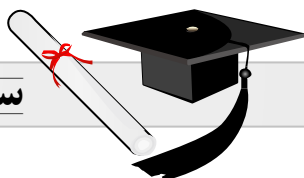
$$\begin{aligned} \text{عدد اول : } 300 \times 5 &= 1500 \\ \text{عدد دوم : } 300 \times 7 &= 2100 \end{aligned} \quad \frac{3600}{12} = 300 \quad \text{مجموع نسبت ها} = 5 + 7 = 12$$

مثال 2 : احمد ، محمود و حامد در یک تجارت مشترک 45000 دالر مفاد میکنند در صورتیکه سهم احمد دو حصه و سهم محمود 5 حصه و حامد 8 حصه باشد هر کدام را معلوم کنید.

$$2 + 5 + 8 = 15 \quad \text{مجموع نسبت ها} \quad 45000 \text{ افغانی} = \text{مفاد}$$

$$\left. \begin{array}{ccc} \text{حامد} & \text{محمود} & \text{احمد} \\ 8 & 5 & 2 \end{array} \right\} \frac{45000}{15} = 3000$$

$$\text{سهم احمد : } 3000 \times 2 = 6000 \quad \text{سهم محمود : } 3000 \times 5 = 15000 \quad \text{سهم حامد : } 3000 \times 8 = 24000$$



تناسب ((Proportion)):

تساوی دو نسبت را تناسب میگویند و یا هرگاه دو یا چندین نسبت با هم مساوی باشند این رابطه آنها تناسب گفته میشود که در تناسب صورت نسبت اول و مخرج نسبت دوم را طرفین و مخرج نسبت اول و صورت نسبت دوم را وسطین میگویند.

$$\begin{array}{c} \text{وسطین} \\ \underbrace{a : b = c : d} \\ \text{طرفین} \end{array}$$

مثال : در تناسب داده شده $(a.d)$ طرفین و $(b.c)$ وسطین است .

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$$

دریافت جز نامعلوم در تناسب :

در صورتیکه یکی از چهار جز تناسب نامعلوم باشد آن را از روابط ذیل در یافت میکنیم :

$$\frac{a}{b} = \frac{X}{d} \Rightarrow X = \frac{a \cdot d}{b}$$

مثال : در تناسب های داده شده قیمت جزء نامعلوم را دریافت کنید.

$$1) \quad \frac{7}{a} = \frac{21}{24} \Rightarrow a = \frac{7 \times 24}{21} \Rightarrow a = 8$$

$$2) \quad \frac{x}{4} = \frac{9}{12} = x = \frac{4 \times 9}{12} \Rightarrow x = 3$$

خواص تناسب :

به صورت عموم تناسب دارای خاصیت های ذیل است :

1- حاصل ضرب طرفین مساوی به حاصل ضرب وسطین است:

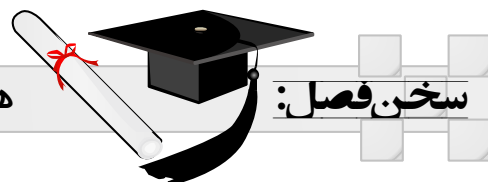
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$$

2- اگر جاهای طرفین را در یک تناسب تبدیل کنیم باز هم یک تناسب حاصل می شوند.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

3- اگر جاهای وسطین را در تناسب تغییر دهیم باز هم یک تناسب حاصل میشوند.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$



انواع تناسب :

به صورت عموم تناسب از نگاه تعداد نسبت ها دو نوع است : 1- ساده و 2- مرکب

1- تناسب ساده (بسیط) : به تناسبی گفته میشود که در آن دو نسبت باهم مساوی باشند مثلاً $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$

تناسب ساده از نگاه رابطه بین نسبت ها دو نوع است : 1- مستقیم 2- غیر مستقیم

1- تناسب مستقیم : به تناسبی گفته میشود که در آن با زیاد شدن یک کمیت ، کمیت دوم زیاد و یا با کم شدن

یک کمیت ، کمیت دیگر کم میشود. مانند روابط بین سرعت و فاصله کارگر و مزد کارگر و.....

برای حل این گونه تناسب ها کمیت مجهول را از برابر قرار دادن حاصل ضرب طرفین و وسطین دریافت مینمائیم.

مثال : قیمت 16 قلم 80 افغانی است قیمت 24 قلم را دریافت کنید.

$$\frac{16}{24} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 80}{16} \Rightarrow x = 120$$

مثال : مزد 12 کارگر 4200 افغانی است مزد چند کارگر 11200 افغانی می شود؟

$$\left. \begin{array}{cc} \text{کارگر} & \text{مزد} \\ 12 & 4200 \\ x & 11200 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{4200}{11200} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 11200}{4200} = 32$$

2- تناسب غیر مستقیم :

هرگاه دو نسبت باهم طوری ارتباط داشته باشند که با کم شدن کمیت اول کمیت دوم زیاد و با زیاد شدن کمیت

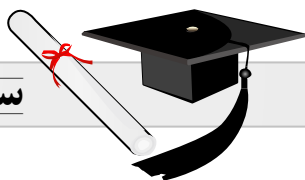
اول کمیت دوم کم شود مانند روابط بین سرعت و زمان ، تعداد کارگر و مدت کار و

برای حل تناسب غیر مستقیم ابتدا یک نسبت را معکوس ساخته تا به تناسب مستقیم تبدیل شود و بعدا قیمت

مجهول را پیدا میکنیم .

مثال 1 : هر گاه 12 کارگر یک کار را در 8 روز تمام کنند . 16 کارگر همان کار را در چند روز تمام خواهند کرد؟

$$\left. \begin{array}{cc} \text{کارگر} & \text{روز} \\ 12 & 8 \\ 16 & x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{16} \neq \frac{8}{x} \Rightarrow \frac{12}{16} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 12}{16} \Rightarrow x = 6$$



مثال 2: یک نل حوض را در 4 ساعت و نل دیگر این حوض را در 6 ساعت پر میکند هر دو نل همزمان این حوض در چند ساعت پر خواهد کرد؟

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \text{ یک ساعت :}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ hr} \\ x \end{array} \right\} \frac{5}{12} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1 \text{ hr} \cdot 1}{\frac{5}{12}} = \frac{12 \cdot 1 \text{ hr}}{5} \Rightarrow x = 2,4 \text{ hr} \end{array} \right.$$

مثال 3: احمد یک کار را در 9 روز و محمود آنرا در 6 روز انجام میدهد احمد و محمود هر دو باهم این کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2+3}{18} = \frac{5}{18} \text{ کار یک روز} \quad \left. \begin{array}{l} 1 \text{ روز} \\ x \end{array} \right\} \frac{5}{18} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{18}{5} \Rightarrow x = 3,6 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \dots}$$

نکته: برای حل این گونه سوالات از رابطه:

مثال 3: احمد یک کار را در 9 روز و محمود آنرا در 6 روز انجام میدهد احمد و محمود هر دو باهم این کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

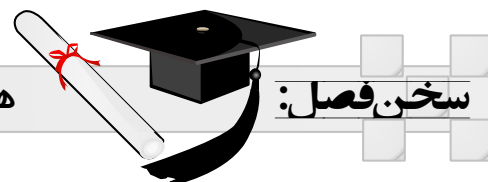
$$x = \frac{1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{10}{36}} = 3,6 \quad \text{حل:}$$

2- تناسب مرکب:

هرگاه بیشتر از دو نسبت باهم مساوی باشند این تناسب را تناسب مرکب میگویند که در آن صورت کسر اول با مخرج کسر های بعدی طرفین و مخرج کسر اول با صورت کسر های بعدی وسطین است.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \left\{ \begin{array}{l} \text{طرفین} = a, d, f \\ \text{وسطین} = e, c, d \end{array} \right.$$

برای حل تناسب مرکب نسبت مجهول دار را در یک طرف مساوات قرار میدهیم هر یک از نسبت های دیگر را با کمیت مجهول دار مقایسه نموده اگر رابطه بین دو کمیت مستقیم باشد در طرف دیگر به صورت مستقیم قرار داده میشود و اگر کدام کمیت رابطه اش با کمیت مجهول دار غیر مستقیم باشد به شکل معکوس در طرف دیگر قرار میگیرد نسبت های سمت راست را در حالت ضرب قرار میدهیم در آخر با طرفین و وسطین نمودن کمیت مجهول را حاصل مینمائیم.



مثال : 8 نفر کارگر روزانه 6 ساعت کار نموده و یک کار را در 12 روز تمام میکنند. 10 نفر کارگر روزانه چند ساعت کار کند تا همین یک کار را در 9 روز تمام کند.

$$\left. \begin{array}{ccc} \text{کارگر} & \text{ساعت} & \text{روز} \\ 8 & 6 & 12 \\ 10 & x & 9 \end{array} \right\} \frac{6}{x} = \frac{9}{12} \cdot \frac{10}{8} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{90}{96} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 96}{90} = 6,4$$

مثال : 12 داکتر 200 مریض را با کار روزانه 5 ساعت در 8 روز معاینه میکنند. 10 داکتر 300 مریض را با کار روزانه 6 ساعت در چند روز معاینه خواهد کرد؟

$$\left. \begin{array}{ccc} \text{داکتر} & \text{مریض} & \text{روز} \\ 12 & 200 & 5 \\ 10 & 300 & 6 \end{array} \right\} \frac{8}{x} = \frac{6}{5} \cdot \frac{200}{300} \cdot \frac{10}{12} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 5 \cdot 300 \cdot 12}{6 \cdot 200 \cdot 10} = 12$$

فیصد (Percent):

محاسبه یک عدد را از جنس 100 فیصد مینامند و یا فیصد کسری است که مخرج آن 100 می باشد.
مثال 1 : اعداد ذیل را ساده کنید.

$$2\% = \frac{2}{100} = 0,02 \quad 140\% = \frac{140}{100} = 1,4 \quad 500\% = \frac{500}{100} = 5$$

فرمول فیصد :

در فیصد 4 کمیت اساسی وجود داشته که عبارت است از تعداد کل ، مقدار جزء ، عدد 100 و فیصد که به شکل

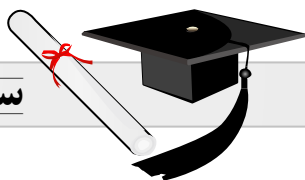
$$\left(\begin{array}{cc} \text{جزء} & \text{کل} \\ \text{فیصد} & 100 \end{array} \right) \text{ نوشته شده و مقدار نامعلوم از روی تناسب مستقیم حاصل میشود.}$$

مثال 1 : از یک صنف 80 نفری 60 نفر کامیاب شده است فیصدی کامیاب ها را دریافت کنید.

$$\left. \begin{array}{cc} \text{کل} & \text{جزء} \\ 80 & 60 \\ 100 & \text{فیصد} \end{array} \right\} \text{فیصد} = \frac{100 \cdot 60}{80} = 75\%$$

مثال 2 : 20% عدد 120 را دریافت کنید.

$$\left. \begin{array}{cc} 120 & x \\ 100 & 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{120}{100} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = \frac{120 \cdot 20}{100} \Rightarrow x = 24$$



تخفیف :

فروشنده گان اغلبا برای جلب مشتری یک جنس را از قیمت اصلی آن کمتر میفروشند که این عمل را تخفیف مینامند. تخفیف در حقیقت نوعی از استفاده فیصد در امور تجارتي بوده و نظر به قوانین فیصد محاسبه میگردد. مثال 1: قیمت اصلی یک جنس 360 افغانی است اگر آن را دوکاندار به 300 افغانی بفروشد فیصدی تخفیف و مقدار تخفیف را دریافت کنید.

$$\left\{ \begin{array}{cc} \text{کل} & \text{جزء} \\ 360 & 60 \\ 100 & x \end{array} \right. \quad x = \frac{60 \cdot 100}{360} \Rightarrow x = 16,6\%$$

60 افغانی = مقدار تخفیف

مثال 2: یک جنس به تخفیف 15% به قیمت 1700 افغانی فروخته شده است. قیمت اصلی جنس و مقدار تخفیف را دریافت کنید؟

$$\left\{ \begin{array}{cc} x & 1700 \\ 100 & 85 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{1700}{85} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 1700}{85} \Rightarrow x = 2000$$

فیصد فروش = $100 - 15 = 85$

مثال 3: قیمت یک بایسکل و یک توپ 4800 افغانی است. در صورتی که قیمت بایسکل 4000 باشد با 10% تخفیف و توپ با 20% تخفیف خریده شوند قیمت مجموع آنها و مقدار تخفیف را دریافت کنید.

$$800 = 4800 - 4000 = \text{توپ و بایسکل}$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} 4000 & x \\ 100 & 10 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 400$$

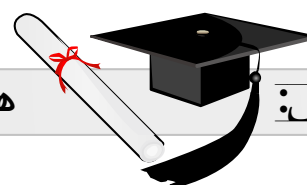
بایسکل

$$\left\{ \begin{array}{cc} 800 & x \\ 100 & 20 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 160$$

توپ =

$$\text{مقدار تخفیف} = 400 + 160 = 560$$

$$\text{قیمت مجموعی} = 4800 - 560 = 4240$$



ربح (سود) :

مفادی که از یک سرمایه در مدت معین و نرخ معین حاصل میشوند ربح نامیده میشوند که دو نوع است :

1- ربح ساده 2- ربح مرکب

1- ربح ساده : مفادی که از یک سرمایه معین در مدت معین به نرخ معین حاصل میشوند ربح ساده نامیده میشوند. و یا در ربح ساده سرمایه ثابت است . و فرمول آن قرار ذیل است .

$$\left. \begin{array}{l} \text{مدت} \sim \text{ربح} \\ \text{سرمایه} \sim \text{ربح} \\ \text{نرخ} \% \sim \text{ربح} \end{array} \right\} \text{ربح} = \frac{\text{نرخ} \times \text{مدت} \times \text{سرمایه}}{100}$$

مدت عموماً به سال محاسبه میشوند در صورتیکه به ماه یا روز داده شده باشد آن را به سال تبدیل میکنیم و بعد سوال را حل میکنیم.

مثال 1: مفاد 4500 افغانی را به نرخ 3% به مدت دو سال محاسبه کنید.

$$\text{ربح} = \frac{4500 \cdot 3 \cdot 2}{100} = 270AF$$

مثال 2 : از سرمایه 560 افغانی به نرخ 30% در کدام مدت مبلغ 672 افغانی مفاد حاصل میشود؟

$$672 = \frac{560 \cdot 30 \cdot \text{زمان}}{100} \Rightarrow 4 \text{ سال} = \text{زمان}$$

مثال 3 : سرمایه 24000 افغانی در مدت 5 ماه به کدام نرخ به 32000 افغانی تبدیل میشود ؟

$$\text{ربح} = 32000 - 24000 = 8000 \quad \text{مدت} = \frac{5}{12} \quad 8000$$

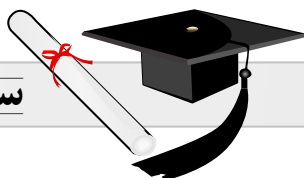
$$= \frac{24000 \cdot \frac{5}{12} \cdot \text{نرخ}}{100} \quad \text{نرخ} = 80\%$$

2- ربح مرکب : به ربح گفته شده که در آن فایده به اصل سرمایه علاوه گردد. هرگاه سرمایه اولی به (A) و نرخ

را به فیصد (r) ، مدت را به (n) و سرمایه بعدی به (P) نشان داده شود داریم که :

$$P = A(1+r)^n$$

و فایده در ربح مرکب از رابطه (P-A = فایده) حاصل میشود.



مثال 1: مبلغ 4000 افغانی را به نرخ 10% در مدت 2 سال به ربح مرکب گذاشته است مفاد وی را دریافت کنید.

$$P = A(1+r)^n$$

$$P = 4000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$$

$$P = 4000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = P = 4000 \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$P = 4000 \left(\frac{121}{100}\right) \Rightarrow P = 4840$$

$$\text{فایده} = P - A \Rightarrow 4840 - 4000 = 840$$

مثال: جمعیت کشور در سال 2000 میلادی 25000000 نفر بوده اگر رشد جمعیت این کشور، با نرخ 2%

کاهش یابد جمعیت این کشور در سال 2015 میلادی چقدر خواهد بود؟

$$P = A(1+r)^n \Rightarrow P = 25000000(1-0.02)^{15} = 18464227$$

نرخ در فرمول منفی وضع شده است زیرا منفی به معنی کاهش است.

مثال: فرض کنید مبلغ 1000000 افغانی در یک حساب در یک حساب بانکی سالانه 11% مفاد میکند پس از

5 سال مقدار این سرمایه چند اندازه خواهد شده؟

$$P = A(1+r)^n \Rightarrow P = 1000000 \cdot \left(1 + \frac{11}{100}\right)^5 = 1680000$$

مشارکت:

هر گاه اشخاص در تجارت با هم سهیم بوده و یکجا تجارت کنند به نام مشارکت یاد شده که فایده و نقص آن نظر به حالات ذیل تقسیم میشود:

1- هر گاه سرمایه و مدت مساوی باشد فایده و نقص بالای افراد تقسیم میشود.

مثال 1: هر گاه احمد، محمود و حامد هر کدام با سرمایه 1500 افغانی تجارت کرده و بعد از دو سال 36000 افغانی مفاد کند مفاد هر شخص را دریافت کنید.

$$\text{فایده هر کدام} = \frac{\text{فایده}}{\text{تعداد اشخاص}} \Rightarrow \frac{36000}{3} = 12000$$

2- هر گاه سرمایه ها مساوی و مدت ها مختلف باشد فایده و نقص به نسبت مدت تقسیم میشوند.



مثال : کریم , نعیم و فهیم با سرمایه های 45000 افغانی تجارت میکنند هر گاه کریم از اول حمل و نعیم از اول سرطان و فهیم از اول جدی به تجارت شروع کرده باشد و در آخر سال مبلغ 28000 افغانی نقص کنند نقص هر شخص را معلوم کنید.

کریم	نعیم	فهیم	
12 ماه	9 ماه	3 ماه	$1 + 3 + 4$
4	3	1	

$$= 8, \quad \frac{28000}{8} = 3500 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{کریم} = 3500 \cdot 4 = 14000 \\ \text{نعیم} = 3500 \cdot 3 = 10500 \\ \text{فهیم} = 3500 \cdot 1 = 3500 \end{array} \right.$$

3- هرگاه مدت ها مساوی و سرمایه ها مختلف باشد فایده و نقص به نسبت سرمایه تقسیم میشود.
مثال : هرگاه احمد , محمد و حامد با سرمایه های 12000, 22000, 15000 از اول سال شروع به تجارت کند و در آخر سال 29000 مفاد نمایند مفاد هر شخص را معلوم کنید ؟

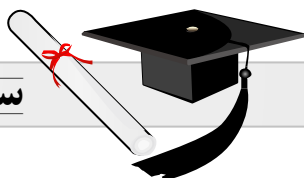
احمد	محمد	حامد	
12000	22000	15000	$12 + 22 + 15$

$$= 49, \quad \frac{29000}{49} = 600 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{احمد} = 600 \cdot 12 = 7200 \\ \text{محمد} = 600 \cdot 22 = 13200 \\ \text{حامد} = 600 \cdot 15 = 9000 \end{array} \right.$$

4- هرگاه مدت ها و سرمایه ها مختلف باشد فایده و نقص به نسبت حاصل ضرب مدت و سرمایه تقسیم میشود.
مثال : هرگاه مهدی با سرمایه 6000 افغانی اول ثور و علی با سرمایه 5000 افغانی از اول سرطان و محمد با سرمایه 9000 افغانی از اول میزان شروع به تجارت کرده و در آخر ماه دلو مبلغ 58000 افغانی مفاد کنند فایده هر شخص را معلوم کنید؟

مهدی	علی	محمد		$10 \cdot 6 = 60$	$60:40:45=12:8:9$
سرمایه	6000	5000	9000	$5 \cdot 8 = 40$	$12+8+9=29$
مدت	10	8	5	$5 \cdot 9 = 45$	$\frac{58000}{29} = 2000$

$\text{مهدی} = 2000 \cdot 12 = 24000, \quad \text{علی} = 2000 \cdot 8 = 16000, \quad \text{محمد} = 2000 \cdot 9 = 18000$



قوانین قابل تطبیق بالای اعداد :

(1) اگر $a, b, c \in I$ باشد :

$$a = b \Leftrightarrow a \pm c = b \pm c \dots\dots\dots I$$

$$a = b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c \dots\dots\dots II$$

$$a = b \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c}, c \neq 0 \dots\dots\dots III$$

$$a = b, c = b \Leftrightarrow a = c \dots\dots\dots IV$$

$$a = b \Leftrightarrow a^n = b^n, n \neq 0 \dots\dots\dots V$$

$$a < b, c > 0 \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c \quad (3)$$

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c \quad (2)$$

$$a < b \Leftrightarrow a < \frac{a+b}{2} < b \quad (5)$$

$$a < b, c < 0 \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c \quad (4)$$

$$a, b \in I^-, a < b \Leftrightarrow a^2 > b^2 \quad (7)$$

$$a, b \in I^+, a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2 \quad (6)$$

جمع , تفریق الجبری اعداد :

در جمع , تفریق الجبری با دو حالت مواجهه می‌شویم :

حالت اول : اعداد هم علامت باشند.

حالت دوم اینکه اعداد مختلف علامه باشند.

حالت اول : جمع , تفریق دو عدد هم علامت :

برای جمع , تفریق اعداد هم علامت اعداد را بدون در نظر داشت علامت آنها جمع نموده در آخر علامت مشترک را برای حاصل وضع مینمائیم.

مثال :

$$-3 - 2 - 7 = -(3 + 2 + 7) = -12$$

$$-15 - 18 = -(15 + 18) = -33$$

$$22 + 44 = +(22 + 44) = 66$$

$$-2x - 7x = -(2 + 7)x = -9x$$

$$-\frac{3}{5}x - \frac{12}{5}x = -(\frac{3}{5} + \frac{12}{5})x = -\frac{15}{5}x = -3x$$

حالت دوم : جمع , تفریق اعداد مختلف علامه :

برای جمع , تفریق دو عدد مختلف علامه ابتدا علامت دو عدد را در نظر نگرفته عدد بزرگ را منفی عدد خورد

نموده برای حاصل علامت عدد بزرگ را وضع مینمائیم.

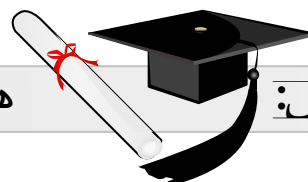
$$-15 + 30 = +(30 - 15) = +15$$

$$15 - 18 = -(18 - 15) = -3$$

مثال :

$$-13x + 44x = +(44 - 13)x = +31x$$

$$-29 + 40 = +(40 - 29) = +11$$



نکته : در صورتیکه تعداد اعداد زیاد باشد ابتدا اعداد هم علامت را جمع نموده در آخر اعداد مختلف علامه را کم نموده علامه عدد بزرگ را وضع مینمائیم.

$$\begin{aligned} -3+4+15-\frac{3}{2}+4-\frac{1}{2}-20 &= (-3-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-20)+(4+15+4) = (-23-\frac{4}{2})+(23) \\ &= (-25)+(23) = -(25-23) = -2 \end{aligned}$$

نکته : در ضرب و تقسیم اعداد ابتدا علامات آنها ضرب و تقسیم شده پس از آن خود اعداد , به یاد داشته باشید ضرب و تقسیم اعداد مختلف علامه منفی و ضرب و تقسیم اعداد هم علامت مثبت میشود.

عملیه ها بالای افاده های عددی :

برای انجام عملیه های ریاضی بالای افاده های عددی دستورات ذیل را به ترتیب اجرا میکنیم.

1) ابتدا عملیه ها را بالای قوس ها اجرا مینمائیم.

2) از سمت چپ به راست عملیه های ضرب و تقسیم را اجرا مینمائیم طوری که هر کدام از سمت چپ به راست اول بیاید اولویت دارد چه ضرب باشد چه تفریق فرقی نمی کند.

3) عملیه جمع و تفریق را اجرا مینمائیم.

مثال :

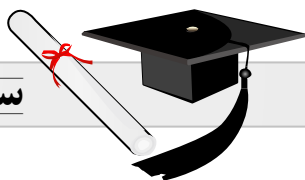
$$1) \quad (4+3) \cdot 2 - 5 = ? \quad \Rightarrow \quad (4+3) \cdot 2 - 5 = 7 \cdot 2 - 5 = 14 - 5 = 9$$

$$2) \quad -2 - 3 - 5 \cdot 2 + 6 : 2 = ? \quad \Rightarrow \quad -2 - 3 - 5 \cdot 2 + 6 : 2 = -2 - 3 - 10 + 3 = -12$$

$$\begin{aligned} 3) \quad -1 - [3 - 4 \cdot 3] + 1 - 2 = ? \quad &\Rightarrow \quad -1 - [3 - 4 \cdot 3] + 1 - 2 = -1 - [3 - 12] + 1 - 2 \\ &= -1 - (-9) + 1 - 2 = -1 + 9 - 1 = 7 \end{aligned}$$

$$4) \quad -3 - (-8) + 1 : 2 = ? \quad \Rightarrow \quad -3 - (-8) + 1 : 2 = -3 + 8 + \frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad a - (b+1) - [2 - (a+1)] + b - 2a = ? \quad &\Rightarrow \quad a - (b+1) - [2 - (a+1)] + b - 2a \\ &= a - b - 1 - [2 - a - 1] + b - 2a = a - 1 - 1 + a - 2a = -2 \end{aligned}$$



$$6) \frac{\left(2-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(3-2\frac{1}{4}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1-\frac{1}{10}\right)} = ?$$

$$\frac{\left(2-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(3-2\frac{1}{4}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1-\frac{1}{10}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{9}{10}\right)} = 5$$

$$7) \frac{0.021}{0.03} + \frac{0.5}{5} = \frac{21}{30} + \frac{5}{50} = \frac{7}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$8) \frac{0.02 - (0.29 + 0.03)}{0.001} = \frac{0.02 - 0.32}{0.001} = \frac{-0.30}{0.001} = \frac{-300}{1} = -300$$

$$9) \frac{5}{0.0002} : \frac{0.012}{0.03} = \frac{5}{0.0002} \cdot \frac{0.03}{0.012} = \frac{50000}{2} \cdot \frac{30}{12} = 25000 \cdot \frac{5}{2} = 62500$$

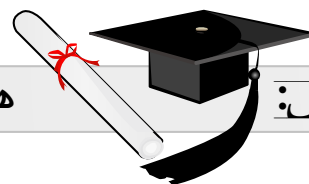
$$10) \frac{0, \overline{21} + 0, \overline{12}}{0, \overline{21} - 0, \overline{16}} = ? \Rightarrow \frac{0, \overline{21} + 0, \overline{12}}{0, \overline{21} - 0, \overline{16}} = \frac{\frac{21-2}{90} + \frac{12-1}{90}}{\frac{21-2}{90} - \frac{16-1}{90}} = \frac{\frac{19+11}{90}}{\frac{19-15}{90}} = \frac{30}{90} \cdot \frac{90}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$11) \frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \right) \right] = ?$$

$$\frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \right) \right] = \frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{1+2}{4} \right) \right) \right] = \frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \right] = \frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{2-3}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right] = \frac{6}{7} \cdot \frac{4+3}{12} = \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{12} = \frac{1}{2}$$

$$12) \quad 0.\overline{3} + \frac{1}{2 + \frac{3}{2}} = ? \Rightarrow 0.\overline{3} + \frac{1}{2 + \frac{3}{2}} = \frac{3}{9} + \frac{1}{2 + \frac{3}{2}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \frac{13}{21}$$



$$13) \left[\frac{5}{2} - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \right] = ? \Rightarrow \left[\frac{5}{2} - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \right] = \left[\frac{5}{2} - 2 \right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \left(\frac{5}{2} - 2 \right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} : \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$14) \frac{1+a}{1 - \frac{1-a}{1 - \frac{1}{a}}} = ? \Rightarrow \frac{1+a}{1 - \frac{1-a}{1 - \frac{1}{a}}} = \frac{1+a}{1 - \frac{1-a}{\frac{a-1}{a}}} = \frac{1+a}{1 - \frac{a(1-a)}{a-1}} = \frac{1+a}{\frac{-(1-a) \cdot (a+1)}{a-1}} = \frac{1+a}{1+a} = 1$$

ج

$$15) \frac{15}{0,15} - \frac{1}{0,1} = ? \Rightarrow \frac{15}{0,15} - \frac{1}{0,1} = \frac{15}{\frac{15}{99}} - \frac{1}{\frac{1}{9}} = 99 - 9 = 90$$

$$16) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{49} \right) = ?$$

$$\left(1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{49} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{49}{48} \cdot \frac{48}{49} = 1$$

$$17) \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot 0,05 \right) : 0,29 = ? \Rightarrow \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot 0,05 \right) : 0,29 = \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{100} \right) : \frac{29}{100}$$

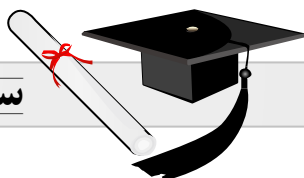
$$= \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{100} \right) : \frac{29}{100} = \frac{60-2}{100} : \frac{29}{100} = \frac{58}{100} : \frac{29}{100} = 2$$

$$18) (2,397 + 0,3 \cdot 0,01) : 0,001 - 400 = ? \Rightarrow (2,397 + 0,3 \cdot 0,01) : 0,001 - 400$$

$$= (2,397 + 0,003) : 0,001 - 400 = 2,4 : 0,001 - 400 = 2400 - 400 = 2000$$

$$19) \frac{\frac{1}{5} : \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5} \right)}{\frac{2}{5} : (0,2 - 0,4)} = ? \Rightarrow \frac{\frac{1}{5} : \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5} \right)}{\frac{2}{5} : (0,2 - 0,4)} = \frac{\frac{1}{5} : \left(-\frac{1}{10} \right)}{\frac{2}{5} : \left(-\frac{2}{10} \right)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$20) \frac{1,1}{1,1} + \frac{0,1}{0,1} = ? \Rightarrow \frac{1,1}{1,1} + \frac{0,1}{0,1} = \frac{1\frac{1}{10}}{1\frac{1}{10}} + \frac{1}{10} = \frac{10}{9} + \frac{1}{10} = \frac{100}{90} + \frac{9}{90} = \frac{100+9}{90} = \frac{109}{90}$$



$$21) \quad \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \frac{1}{9} \right) = ? \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \frac{1}{9} \right) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 9 \right)$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - 3 \right) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{8}{3} \right) = \frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \frac{11}{5}$$

در صورتیکه a و b دو عدد حقیقی باشند روابط ذیل بین این اعداد برقرار است.

اوسط هارمونیک بین اعداد a, b عبارت است از :

$$\frac{2a \cdot b}{a + b}$$

اوسط حسابی بین اعداد a, b عبارت است از :

$$\frac{a + b}{2}$$

اوسط هندسی بین a, b عبارت است از :

$$\sqrt{a \cdot b}$$

مثال : اوسط حسابی ، اوسط هندسی و اوسط هارمونیک بین اعداد 2 و 8 را دریافت کنید؟

$$\frac{2+8}{2} = 5$$

حل : اوسط حسابی

$$\sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

اوسط هندسی

$$\frac{2(2) \cdot (8)}{2+8} = \frac{32}{10} = 3,2$$

اوسط هارمونیک

حاصل جمع اعداد طبیعی مسلسل ، اعداد جفت مسلسل و اعداد تاق مسلسل را میتوانیم از روابط ذیل حاصل نمائیم:

حاصل جمع n عدد طبیعی مسلسل عبارت است از :

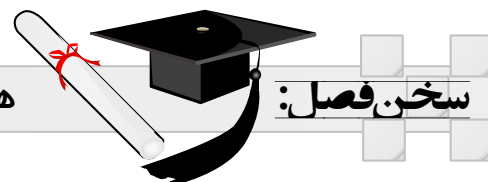
$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

حاصل جمع n عدد جفت مسلسل طبیعی عبارت است از :

$$S_n = n(n+1)$$

حاصل جمع n عدد تاق مسلسل طبیعی عبارت است از :

$$S_n = n^2$$



ضرب و تقسیم: ضرب و تقسیم برخی از اعداد به مراتب ساده تر از آن است که در نگاه اول به نظر می‌رسد. در واقع می‌توان با انجام مرحله به مرحله ی این عملیه را ساده تر ساخت. در زیر به چند نمونه از این اعداد اشاره مینمائیم.

1- برای ضرب هر عدد در 4 کافیت آن عدد دو بار در 2 ضرب شود:

$$12 \times 4 = 12 \times 2 \times 2 = 48$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{24}$

2- برای تقسیم هر عدد بر 4 کافیت آن عدد دو بار بر 2 تقسیم شود:

$$72 \div 4 = 72 \div 2 \div 2 = 18$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{36}$

3- برای ضرب هر عدد در 8 کافیت آن عدد سه بار در 2 ضرب شود:

$$21 \times 8 = 21 \times 2 \times 2 \times 2 = 168$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{42}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{84}$

4- برای تقسیم هر عدد بر 8 کافیت آن عدد سه بار بر 3 تقسیم شود:

$$96 \div 8 = 96 \div 2 \div 2 \div 2 = 12$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{48}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{24}$

5- برای ضرب هر عدد در 5:

الف) اگر عدد مورد نظر تاق باشد کافیت آن را بر 2 تقسیم کرده و اعشار یک رقم به راست منتقل شود:

$$13 \times 5 \xrightarrow{13 \div 2} 6,5 \rightarrow 65$$

مثال:

ب) اگر عدد مورد نظر جفت باشد کافیت آنرا بر 2 تقسیم کرده و یک صفر مقابل آن بگذاریم.

$$14 \times 5 \xrightarrow{14 \div 2} 7 \rightarrow 70$$

مثال:

6- برای تقسیم هر عدد بر 5 کافیت آن عدد در 2 ضرب کرده سپس اعشار یک رقم به چپ منتقل شود.

$$75 \div 5 \xrightarrow{75 \times 2} 150 \rightarrow 15$$

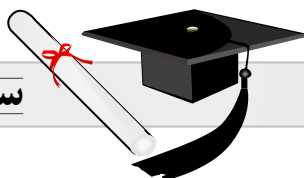
مثال:

7- برای ضرب هر عدد در 11 کافیت دو طرف عدد مورد نظر صفر قرار داده و هر رقم را با رقم سمت راستش

جمع کنیم و حاصل جمع ها را کنار هم قرار دهیم.

مثال:

$$325 \times 11 \Rightarrow \begin{array}{c} 5 \qquad 5 \\ \overline{0 \ 3} \quad \overline{2 \ 5} \\ \hline \qquad \quad 3 \qquad 7 \end{array} 0 \rightarrow 3 \ 5 \ 7 \ 5$$



8- برای ضرب هر عدد در 15:

الف) اگر عدد مورد نظر تاق باشد کافیهست آنرا با نصف خودش جمع کرده و اعشار یک رقم به راست منتقل شود.

$$11 \times 15 \rightarrow 11 + 5,5 \rightarrow 16,5 \rightarrow 165 \quad \text{مثال:}$$

ب) اگر عدد مورد نظر جفت باشد کافیهست آن را به نصف خودش جمع کرده و یک صفر در مقابل آن قرار دهیم.

$$12 \times 15 \rightarrow 12 + 6 \rightarrow 18 \rightarrow 180 \quad \text{مثال:}$$

9- برای ضرب هر عدد در 25:

الف) اگر عدد مورد نظر تاق باشد کافیهست آن را دو بار بر 2 تقسیم کرده و اعشار دو رقم به راست منتقل شود.

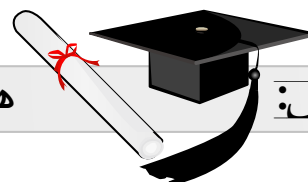
$$35 \times 25 \xrightarrow{35 \div 2 \div 2} 8,75 \rightarrow 875 \quad \text{مثال:}$$

ب) اگر عدد مورد نظر جفت باشد کافیهست آن را دو بار بر 2 تقسیم کرده و دو صفر در مقابل آن قرار دهیم.

$$32 \times 25 \xrightarrow{32 \div 2 \div 2} 8 \rightarrow 800 \quad \text{مثال:}$$

10- برای تقسیم هر عدد بر 25 کافیهست آن عدد را دو بار در 2 ضرب کرده و اعشار دو رقم به چپ منتقل شود.

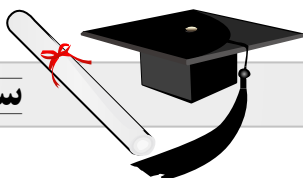
$$1120 \times 25 \xrightarrow{1120 \times 2 \times 2} 4480 \rightarrow 44,80 \quad \text{مثال:}$$



سوالات بخش (حساب)



- 1- عدد $\sqrt{3}$ مربوط کدام اعداد است ؟
 1 (طبیعی 2 (تام 3 (ناطق 4 (غیرناطق
- 2- عدد $\sqrt{-1}$ عبارت است از؟
 1 (موهومی 2 (غیرناطق 3 (کسری 4 (مبهم
- 3- عدد $3+5i$ از جمله کدام اعداد به شمار میرود ؟
 1 (حقیقی 2 (مبهم 3 (مختلط 4 (موهومی
- 4- اگر n یک عدد طبیعی باشد کدام یک نشان دهنده عدد جفت میباشد ؟
 1 ($2n-1$ 2 ($3n+4$ 3 ($4-2n$ 4 ($2n$
- 5- اگر n یک عدد طبیعی باشد عدد تاق عبارت است از؟
 1 ($2n-1$ 2 ($3n+1$ 3 ($2n-2$ 4 ($2n$
- 6- شخصی 32 کریت سیب را فی کریت 120 افغانی میفروشد چند افغانی به آن اضافه کند تا برای هر یک از چهارپسرش 1250 افغانی برسد؟
 1 (1270 2 (1250 3 (6110 4 (1160
- 7- اگر $b-a = 14$ در صورتیکه با a عدد 3 جمع گردد حاصل تفریق را دریابید
 1 ($a+3$ 2 ($b-3$ 3 (17 4 (11
- 8- 42 جلد کتاب مجموعاً به 3024 افغانی خریدوبه 3654 افغانی فروخته شده مفاد فروشنده در هر جلد چند افغانی است ؟
 1 (12 افغانی 2 (15 افغانی 3 (72 افغانی 4 (87 افغانی
- 9- مجموعه اعداد اولیه که در بین اعداد 4 و 12 واقع است ؟
 1 (32 2 (23 3 (18 4 (12



10- سه نفر هم زمان از کابل خارج میشوند نفر اول دوم و سوم به ترتیب هر (8 روز 12 روز و 18 روز) روز بعد به کابل می آیند بعد از چند روز آنها همدیگر رادر کابل ملاقات خواهد کرد ؟

(1) 36 روز (2) 72 روز (3) 18 روز (4) 120 روز

11- حاصل افاده $2 \cdot [(18) - (2)^4] \cdot 2[3 - (-5)]^0 + 50$ مساوی است به

(1) 58 (2) 12 (3) 85 (4) 68

12- نتیجه افاده $32 \div (2 \div 2)^2 \cdot (4 - 2)^2 \cdot (4 \cdot 2)^2 \cdot (4 \div 2)^2$ مساوی میشود به ؟

(1) 11 (2) 16 (3) 32 (4) 8

13- حاصل افاده $\{10 \div [50 \div 25 \div 2(40 \div 8)^{12} - 2]^0\}^0$ مساوی است به

(1) 25 (2) 1 (3) -629 (4) -1

14- اگر صورت یک کسر سه چند نصف مخرج آن باشد کسر مذکور

(1) واقعی است (2) غیر واقعی است (3) اعشار است (4) همه درست است

15- در کسر $\frac{p}{12}$ کمترین قیمت p را طوری تعیین کنید که کسر غیر واقعی باشد

(1) $p > 12$ (2) $p < 12$ (3) $p = 12$ (4) هیچکدام

16- برای پر نمودن تانکر که $\frac{2}{3}$ حصه آن خالی است 100 لیتر آب ضرورت است گنجایش تانکر ؟

(1) 100 لیتر (2) 50 لیتر (3) 200 لیتر (4) 150 لیتر

17- کسر متوالی $0,5\overline{91}$ مساوی است به ؟

(1) $\frac{586}{990}$ (2) $\frac{586}{900}$ (3) $\frac{591}{990}$ (4) $\frac{586}{999}$

18- کسر متوالی $2,1\overline{30}$ به کسر عام عبارت از ؟

(1) $\frac{305}{94}$ (2) $\frac{506}{207}$ (3) $\frac{703}{330}$ (4) $\frac{95}{82}$

19- هرگاه $\frac{5}{b} = 1,3\overline{6}$ باشد قیمت b را دریابید ؟

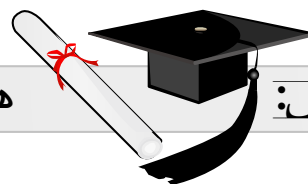
(1) $\frac{11}{3}$ (2) $\frac{11}{4}$ (3) $\frac{11}{5}$ (4) $\frac{11}{6}$

20- نتیجه کسر $?\ = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} + \frac{2}{2-\frac{3}{4}} + \frac{3}{3-\frac{4}{5}}$

(1) $\frac{328}{55}$ (2) $\frac{33}{55}$ (3) $\frac{54}{55}$ (4) $\frac{163}{55}$

21- حاصل افاده $5 + \frac{5}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{3}{10^5}$ رادر یابید

(1) 5.45203 (2) 5.54203 (3) 0.55203 (4) 55.423



22- اگر طول قطعه خط $\bar{A} = 28cm$ و $\bar{B} = 42cm$ باشد نسبت هندسی طول قطعه خط های A و B؟

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) 14 (4) 70

23- نسبت بین سرمایه قاسیم و کریم $\frac{7}{11}$ است اگر کریم 88000 داشته باشد سرمایه قاسیم چند است؟

- (1) 6500 (2) 5600 (3) 56000 (4) 65000

24- اگر یک فاصله با سرعت $140 \frac{km}{h}$ در 7 ساعت پیموده شود فاصله مذکور با کدام سرعت در ظرف 10

ساعت طی میشود؟

- (1) $89 \frac{km}{h}$ (2) $84 \frac{km}{h}$ (3) $98 \frac{km}{h}$ (4) $81 \frac{km}{h}$

25- 15 کارگریک تعمیر رادر 20 روز ترمیم میکنند برای ترمیم تعمیر مذکور در 15 روز چند کارگر ضرورت است؟

- (1) 12 نفر (2) 15 نفر (3) 10 نفر (4) 20 نفر

26- نل اول یک حوض رادر 4 ساعت نل دوم در 12 ساعت ونل سوم در 6 ساعت پرمیکند هر سه نل حوض

مذکور رادر چند دقیقه پرمیکند؟

- (1) 110 دقیقه (2) 120 دقیقه (3) 140 دقیقه (4) 100 دقیقه

27- محمود و مقصود هر دو یک کار رادر 4 روز و مقصود به تنهایی در 6 روز انجام میدهد محمود در چند روز انجام خواهد

داد؟

- (1) 12 روز (2) 6 روز (3) 24 روز (4) 14 روز

28- سه ماشین چاپ یکتعداد اوراق رادر 44 دقیقه چاپ میکند 12 پایه ماشین همین اوراق را چند دقیقه زودتر چاپ

خواهند کرد؟

- (1) 11 دقیقه (2) 33 دقیقه (3) 55 دقیقه (4) جواب 1 و 3

29- وسط حسابی اعداد 5, 8, 12 و 15 را دریابید

- (1) 5 (2) 40 (3) 10 (4) 15

30- وسط نمرات چهار مضمون حسین داد 73 است در مضمون پنجم چند نمره بیگیرد تا اوسط نمراتش 77 شود

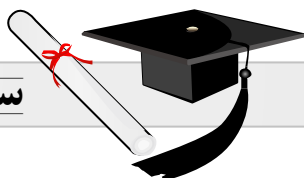
- (1) 93 (2) 83 (3) 77 (4) 87

31- وسط هندسی اعداد 4 و 9 را دریابید؟

- (1) 6 (2) 4 (3) 3 (4) 36

32- وسط هندسی اعداد $\sqrt{8} + 2$ و $\sqrt{8} - 2$ مساوی است به

- (1) $\sqrt{8}$ (2) $(\sqrt{8} - 2)^2$ (3) $\sqrt{14}$ (4) 2



33- چند فیصد یک عدد خود آن عدد می‌گردد؟

- 1) 20% (2) 120% (3) 100% (4) 50%

34- 20% کدام عدد 0.2 می شود ؟

- 1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

35- درسه صد گرم محلول 11% سودیم کاربونات چند گرم آب وجود دارد؟

- 1) 300 گرم (2) 267 گرم (3) 0.3 کیلو گرم (4) جواب 1 و 3

36- حاصل $5.(0,002)^4$ برابر است به :

- 1) 8.10^{-13} (2) 8.10^{-11} (3) 16.10^{-10} (4) 16.10^{-11}

37- 25% عدد 2.000 0 چند است ؟

- 1) 0.000 5 (2) 0.0 5 (3) 0.0000 5 (4) 8

38- تعداد داخله یک صنف 60 نفر بوده در امتحان 15% صنف ناکام مانده چند نفر کامیاب شده اند ؟

- 1) 45 نفر (2) 48 نفر (3) 50 نفر (4) 51 نفر

39- محسن $\frac{2}{5}$ حصه معاش خود را کمپیوتر خرید معلوم نماید چند فیصد معاش باقیمانده ؟

- 1) 40% (2) 70% (3) 60% (4) 50 %

40- یک تاجر حوبلی را به $120000\$$ خریده و به 25% مفاد میفروشد قیمت فروش را معلوم کنید ؟

- 1) $150000\$$ (2) $1500\$$ (3) $30000\$$ (4) $125000\$$

41- قیمت یک موتر $5000\$$ می باشد به مبلغ $4500\$$ فروخته می شود فیصدی تخفیف رادر یابید ؟

- 1) 90% (2) 20% (3) 10% (4) 30%

42- نسبت بین وزن نمک و آب در یک محلول $\frac{3}{7}$ است اگر وزن آب $28kg$ باشد وزن محلول را در یابید ؟

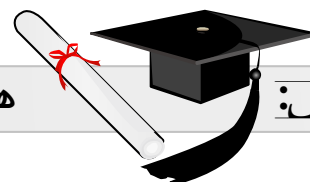
- 1) $12kg$ (2) $40kg$ (3) $28kg$ (4) $16kg$

43- وسط حسابی 3%، 4% و 5% را معلوم کنید ؟

- 1) $\frac{1}{25}$ (2) 3% (3) 7 (4) 0.75

44- حاصل $4a + \frac{a}{a+1} - 1$ مساوی است به :

- 1) $-a$ (2) $2a$ (3) $4a$ (4) $3a$



45- قیمت یک جنس بعد از 30٪ تنزیل 1400 افغانی است قیمت جنس مذکور قبل از تنزیل چند افغانی میباشد؟

- (1) 4000 (2) 3500 (3) 3000 (4) 2000

46- طول ، عرض و ارتفاع یک اتاق به ترتیب 390cm , 780cm , 910cm میباشد ، طویل ترین طول فите را دریابید . تا ابعاد این اتاق توسط آن پوره اندازه گیری شود.

- (1) 910cm (2) 780cm (3) 390cm (4) 130cm

47- قیمت $\frac{\left(8 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + 4\right)}{\left(7 + \frac{5}{6}\right) + \left(6 + \frac{1}{6}\right)}$ مساوی است به :

- (1) $\frac{7}{5}$ (2) $\frac{6}{7}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) -1

48- سرمایه 2000000 افغانی محمود 30٪ سهم دارد ، مقدار سرمایه محمود مساوی است به :

- (1) 600 (2) 6000 (3) 60000 (4) 600000

49- در دوصد کیلوگرام محلول 5 فیصد نمک طعام چند کیلوگرام آب وجود دارد ؟

- (1) 190 کیلوگرام (2) 180 کیلوگرام (3) 170 کیلوگرام (4) 160 کیلوگرام

50- محیط حلقه دایره کوچک تراکتور 360cm و محیط حلقه تایر بزرگ آن 600cm است ، تراکتور حداقل چقدر فاصله را طی کند تا نقاط مشخص شده همزمان روی تایر ها مجددا با هم به زمین برسد؟

- (1) 720 (2) 360 (3) 1800 (4) $1,6$

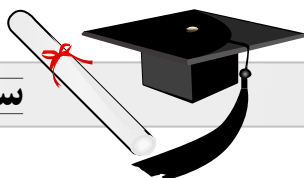
51- حاصل کسر 6. $\left(1 + \frac{1+\frac{1}{3}}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right)$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

- (1) 15 (2) 20 (3) 25 (4) 30

52- حل معادله $\frac{x - \frac{x}{0,2}}{0,3} + 36 = 0$ عبارت است از :

- (1) 3 (2) 1 (3) 6,0 (4) 1,0

53- اگر زنگ اول هر 10 دقیقه بعد ، زنگ دوم هر 15 دقیقه بعد ، زنگ سوم هر 25 دقیقه بعد و زنگ چهارم هر 30 دقیقه بعد به صدا در آید در صورتی که هر چهار زنگ به ساعت هر 10 بجه روز همزمان شروع به زنگ زدن نمایند معلوم نمایید که بعد از چه مدتی آنها دوباره هم زمان به زنگ زدن شروع مینمایند.



(1) 12 بجہ (2) 11:30 بجہ (3) 12:30 بجہ (4) ہیچکدام
 54- شاروالی در کنار سرک در ہر 4 متر یک درخت و اداره برق در ہر 22 متر یک پایہ برق را نصب نموده است
 اگر در شروع سرک پایہ برق در کنار درخت قرار گرفته باشد بعد از چند متر دو بارہ یک درخت در کنار پایہ برق
 قرار میگیرد؟

(1) 44 متری (2) 22 متری (3) 11 متری (4) 4 متری

55- قیمت عددی $\frac{\frac{1}{5} : \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5} \right)}{\frac{2}{5} : (0,2 - 0,4)}$ مساوی است بہ :

(1) 1 (2) 2 (3) 5 (4) $\frac{1}{2}$

56- حاصل عدد $\frac{1,1}{1,1} + \frac{0,1}{0,1}$ مساوی است بہ :

(1) $\frac{1891}{990}$ (2) $\frac{995}{1890}$ (3) $\frac{990}{1899}$ (4) $\frac{189}{99}$

57- افادہ $\frac{0,02}{1,4} + \frac{0,21}{0,7} - \frac{0,36}{2,1}$ مساوی است بہ :

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{5}$

58- عدد $\frac{\left(\frac{1}{2} - 5 \right) + \left(\frac{1}{3} - 3 \right)}{\left(2 - \frac{5}{6} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} - 3 \right)}$ عبارت است از :

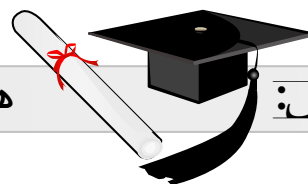
(1) $\frac{86}{23}$ (2) $\frac{86}{21}$ (3) $\frac{43}{11}$ (4) $\frac{43}{10}$

59- افادہ $(x^{-2}y^{-2})^{-\frac{1}{2}}$ مساوی است بہ :

(1) $\frac{x}{y}$ (2) $\frac{y}{x}$ (3) xy (4) $-xy$

60- حاصل $2\frac{1}{2} : \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{9}}$ برابر است بہ :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) $\frac{25}{3}$



61- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد 900 و بزرگترین قاسم مشترک آنها 75 است اگر یک عدد 300 باشد عدد دیگری را دریابید .

$$200 \quad (1) \quad 252 \quad (2) \quad 225 \quad (3) \quad 275 \quad (4)$$

62- عدد $10 \div \left(\frac{1}{2} + 0,5\right)$ عبارت است از :

$$10 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 0,1 \quad (3) \quad 0,5 \quad (4)$$

63- حاصل کسر $3 - \frac{2 - \frac{1}{2}}{3 - \frac{2}{1 - \frac{3}{2}}}$ برابر است به :

$$\frac{9}{2} \quad (1) \quad \frac{19}{7} \quad (2) \quad \frac{37}{9} \quad (3) \quad \frac{39}{14} \quad (4)$$

64- عدد $(2,397 + 0,3 \times 0,01)$ مساوی است به :

$$2 \quad (1) \quad 2,3 \quad (2) \quad 2,4 \quad (3) \quad 2,5 \quad (4)$$

65- بین دو عدد $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5}$ کدام رابطه ذیل صحیح است :

$$\frac{3}{4} < \frac{4}{5} \quad (1) \quad \frac{3}{4} > \frac{4}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \quad (3) \quad \frac{3}{4} + \frac{4}{5} < 1 \quad (4)$$

66- کوچکترین عدد طبیعی را دریابید که اگر بالای 12، 16، 18 تقسیم شود در هر صورت 8 باقی بماند؟

$$121 \quad (1) \quad 144 \quad (2) \quad 152 \quad (3) \quad 160 \quad (4)$$

67- در یک باغ در هر قطار به تعداد قطار ها درخت غرس شده است اگر تعداد درخت ها در باغ 1369 عدد باشد . تعداد قطار ها را معلوم کنید.

$$37 \quad (1) \quad 38 \quad (2) \quad 40 \quad (3) \quad 42 \quad (4)$$

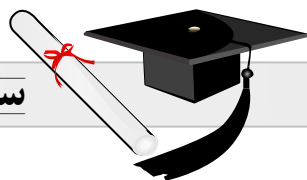
68- عددی که 60 فیصد آن مساوی به 180 است ، خود عدد عبارت است از :

$$350 \quad (1) \quad 400 \quad (2) \quad 450 \quad (3) \quad 300 \quad (4)$$

69- بزرگترین قاسم مشترک عبارت های $a^4b^3c^2$ ، a^2b^4c ، a^3b^3 عبارت اند از :

$$a^2b^3c \quad (1) \quad a^2b^3 \quad (2) \quad b^2a^3c \quad (3) \quad b^2a^3 \quad (4)$$

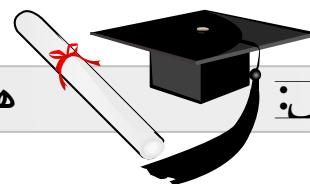
70- کسر الکسر $\frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{3}{8}}$ مساوی است به :



- 4(1) $4/2$ $3(3)$ $3(4)$
- 71- اگر Q اعداد ناطق و Q' اعداد غیر ناطق IR اعداد حقیقی باشد کدام رابطه ذیل درست است ؟
 (1) $IR = Q \cup Q'$ (2) $Q' = Q \cup IR$ (3) $Q = Q' \cup IR$ (4) همه موارد
- 72- قیمت $5+10+15+\dots+40-4-8-12-\dots-32$ عبارت است از :
 (1) 5 (2) 18 (3) 45 (4) 36
- 74- بزرگترین عدد اولیه که یک عامل ضربی 138 باشد عبارت است از :
 (1) 23 (2) 24 (3) 25 (4) 26
- 75- حاصل جمع دو عدد 16 و حاصل ضرب شان 63 است آن دو عدد کدام اند ؟
 (1) 9 و 7 (2) 8 و 7 (3) 8 و 9 (4) 6 و 9
- 76- حاصل جمع دو عدد 14 و حاصل ضرب شان 45 است آن دو عدد کدام اند ؟
 (1) 9 و 8 (2) 5 و 9 (3) 8 و 5 (4) 9 و 9
- 77- عدد 15 چند مقسوم علیه های اولیه دارد ؟
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4
- 78- بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد 12 و 20 مساوی است به :
 (1) 1 (2) 3 (3) 4 (4) 9
- 79- اگر $2^{10} = 1024$ باشد قیمت افاده 2^{11} مساوی است به :
 (1) 1024 (2) 2028 (3) 2048 (4) 1048
- 80- $\frac{3}{10}$ گنجایش ظرفی 120 سی سی است گنجایش ظرف عبارت است از :
 (1) 280 (2) 300 (3) 400 (4) 380
- 81- حاصل عبارت $2:6+5-3-2$ را دریابید؟
 (1) 3 (2) -2 (3) -12 (4) -7

82- حاصل کسر $\frac{\left(\frac{2001}{2004} + \frac{1}{2003}\right) - \left(\frac{1}{2003} - \frac{3}{2004}\right)}{\frac{1}{2003} - \left(\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004}\right)}$ برابر است به :

(1) -2004 (2) -1002 (3) -1 (4) $-\frac{1}{1002}$



83- 0,0125 برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) $2^{-3} \cdot 5^{-1}$ (2) $5^{-2} \cdot 2^{-3}$ (3) $5^{-1} \cdot 2^{-2}$ (4) $2^{-4} \cdot 5^{-1}$

84- حاصل عبارت $a - (b + 1) - [2 - (a + 1)] + b - 2a$ را دریابید؟

(1) 1 (2) 0 (3) -1 (4) -2

85- حاصل عبارت ذیل $(a - c + b) - (a + b - c)$ دریابید؟

(1) 1 (2) 0 (3) 2a (4) b

86- حاصل عبارت $-6 - \{3 - 2 \cdot [-5 - (3 - 8)]\}$ را دریابید؟

(1) 8 (2) 9 (3) -8 (4) -9

87- حاصل $\frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} : \frac{\frac{2}{3}}{2 + \frac{1}{2}}$ مساوی میشود به :

(1) 1 (2) -2 (3) 2 (4) -3

88- حاصل عبارت $(-7 + 10 : 2 + 3) - (-5 + 8 \cdot 2 - 1)$ را دریابید؟

(1) 10 (2) -9 (3) -11 (4) -10

89- حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{23}{2} + 8$ را دریابید؟

(1) 170 (2) 180 (3) 124 (4) 190

90- حاصل عبارت $a + b + a - 1 - 2(a + b) + 2 + b$ را دریابید؟

(1) 1 (2) 0 (3) 1+a (4) -1

91- حاصل عبارت $[-(9) - (-3)] - [-(5) + (-11)]$ را دریابید؟

(1) 1 (2) 2 (3) 0 (4) -1

92- حاصل عبارت $4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + \dots + 18 - 19 + 20 - 21$ را دریابید؟

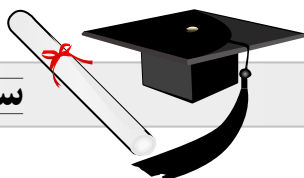
(1) -7 (2) -8 (3) -9 (4) -10

93- یک دکاندار در یک ماه دو مرتبه مال وارد نموده است . مرتبه اول به سرمایه 25000 افغانی ، مبلغ 800

افغانی مفاد نموده و مرتبه دوم 10000 افغانی ، مبلغ 330 افغانی مفاد نموده است مفاد دکاندار مذکور در کدام

مرتبه نظر به سرمایه بیشتر بوده است ؟

(1) مرتبه اول (2) مرتبه دوم (3) هر دو مرتبه مساوی (4) هیچکدام



94- حاصل $\frac{20 + \frac{0,01}{0,001}}{0,04 + \frac{0,04}{4}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) 600 (2) 60 (3) 6 (4) 6,0

95- حاصل $\frac{6}{7} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \right) \right]$ عبارت است از :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{1}{12}$ (4) $\frac{7}{12}$

96- $0, \bar{3} + \frac{1}{3}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{11}{21}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{13}{21}$

97- حاصل $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$ مساوی است به :

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) 1

98- کسر $\left[\frac{5}{2} - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right] : \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \right]$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) $\frac{3}{2}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3

99- حاصل کسر $\frac{3x-6}{3} - \frac{2x+4}{2}$ برابر است به :

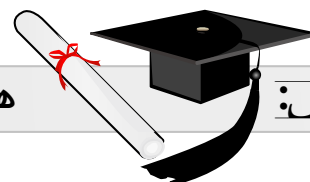
(1) 2 (2) x-2 (3) x (4) -4

100- $\frac{4}{0,3} - \frac{1}{1 - \frac{5}{6}}$ برابر است به :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{5}{6}$ (4) $\frac{4}{3}$

101- حاصل $(a-1) : \left(a - \frac{2a-1}{a} \right)$ عبارت است از :

(1) a-1 (2) $\frac{1}{a-1}$ (3) $\frac{a}{a-1}$ (4) $\frac{1+a}{a}$



102- حاصل $\frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \frac{1}{9}\right)$ برابر است به :

(1) 0 (2) 5 (3) $\frac{11}{5}$ (4) $\frac{13}{5}$

103- کسر الکسر $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{11}{7}$ (3) $\frac{18}{11}$ (4) $\frac{11}{8}$

104- حاصل ضرب کسور $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{49}\right)$ برابر است به :

(1) $\frac{72}{49}$ (2) $\frac{48}{49}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 1

105- $\frac{2,7}{0,09} + \frac{0,35}{0,07} - \frac{4}{0,4}$ مساوی است به :

(1) 25 (2) 30 (3) 35 (4) 40

106- حاصل $\frac{3^{-1} + 3}{2^{-1} + 2}$ عبارت است از :

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) 1

107- $\left(\frac{\frac{2}{2-1}}{\frac{2}{3}-1}\right) \cdot \left(\frac{\frac{2}{3}+1}{2}\right)$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) $\frac{1}{5}$ (2) -5 (3) $-\frac{5}{6}$ (4) $-\frac{1}{30}$

108- در کسر $x = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, $y = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ مقدار $\frac{x}{y}$ مساوی است به :

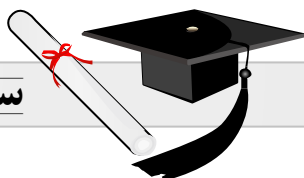
(1) 1 (2) -1 (3) 2 (4) $\frac{1}{2}$

109- عبارت $\frac{0,02}{1,4} + \frac{0,21}{0,7} - \frac{0,36}{2,1}$ مساوی است به :

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{1}{7}$

110- حاصل جمع کسور $\frac{5}{0,25} + \frac{7}{0,025} + \frac{1}{0,0025}$ برابر است به :

(1) 10 (2) 50 (3) 200 (4) 700



111- حاصل $\frac{1}{x} - \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{t}\right) - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) - \frac{1}{t}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

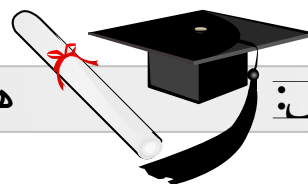
- (1) 0 (2) $\frac{1}{x}$ (3) $\frac{1}{y}$ (4) $\frac{1}{t}$

112- حاصل $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)$ برابر است به :

- (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{7}{8}$ (4) $\frac{5}{8}$

113- $\left[\left(4^{-1} + 2^{-1}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \right]^{-2}$ مساوی است به :

- (1) $\frac{9}{16}$ (2) $\frac{16}{9}$ (3) $\frac{9}{64}$ (4) $\frac{4}{9}$



خود را بیازمایید!



1- حاصل افاده $6+12+18+\dots+120$ را دریافت کنید.

2- حاصل افاده $\frac{11+13+\dots+39}{10+12+\dots+40}$ را دریافت کنید.

3- حاصل ضرب سه عدد مسلسل طبیعی 210 می شود حاصل جمع آنها مساوی به چند می شود.

4- حاصل افاده $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}+\frac{4}{3}-\frac{3}{5}+\frac{6}{3}-\frac{5}{5}+\frac{8}{3}+\dots+\frac{30}{3}-\frac{29}{5}$ چند می شود؟

5- حاصل جمع 12 عدد مسلسل تا 288 می باشد، پس بزرگترین آنها را دریافت کنید.

6- اگر سه عدد مسلسل جفت با هم ضرب شوند حاصل آنها 140 برابر عدد وسطی می گردد پس عدد وسطی را دریافت کنید.

7- هرگاه ab و ba اعداد دو رقمی باشند بطوری که $ab+ba=77$ و $ab-ba=27$ باشند، پس قیمت a^2+b^2 را دریافت کنید.

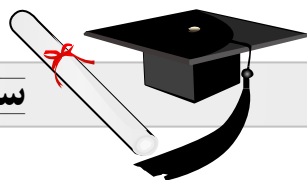
8- اگر ab و ba اعداد دو رقمی باشند نظر به مساوات $(aa)^2+(bb)^2=1573$ قیمت افاده a^2+b^2 را دریافت کنید.

9- ab و ba اعداد دو رقمی اند در صورتیکه $ab-ba=36$ و $ab+ba=132$ باشند پس حاصل ضرب ab را دریافت کنید.

10- حاصل جمع عدد دو رقمی ab و عدد چهار رقمی $abab$ مساوی به 3570 می شود پس حاصل ضرب ارقام عدد دو رقمی ab را دریافت کنید.

11- هرگاه $aabb$ و $bbaa$ دو عدد چهار رقمی باشند، حاصل افاده $\frac{aabb+bbaa}{ab+ba}$ را دریافت کنید.

12- aaa و bbb و ccc سه عدد طبیعی رسه رقمی می باشند، هرگاه رابطه $(aaa)^2+(bbb)^2=(ccc)^2$ برقرار باشد و $a+b+c=12$ و $a \cdot b=12$ باشد c را دریافت کنید.



13- هرگاه $aabc$ و $bbaa$ و $cccb$ اعداد چهار رقمی باشند، حاصل افاده $\frac{aabc + bbaa + cccb}{a + b + c}$ را دریافت کنی

14- حاصل افاده $\overline{1,9} + \overline{2,9} + \overline{3,9} + \overline{4,9}$ را دریافت کنید.

15- حاصل افاده $\frac{0,aaa + 0,bbb}{0,a + 0,b}$ برابر به چند می شود.

16- در صورتیکه $T = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}$ باشد، حاصل $\frac{12}{11} + \frac{13}{12} + \frac{14}{13} + \frac{15}{14}$ را بر اساس T دریافت کنید.

17- قیمت x را که در مساوات $1 + \frac{15}{2 + \frac{9}{1+x}} = 4$ صدق می کند را دریافت کنید.

18- حاصل افاده $1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{2}}$ را دریافت کنید.

19- نتیجه $\overline{3,3} + \overline{3,33} + \overline{3,333} + \overline{3,3333}$ را دریافت کنید.

20- حاصل افاده $\left(\frac{1}{0,\overline{3} + 0,\overline{6}} + 1 \right) \cdot \left(\frac{1 - 0,\overline{7}}{0,\overline{4}} \right)$ را دریافت کنید.

21- حاصل $\left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{29} \right)$ را دریافت کنید.

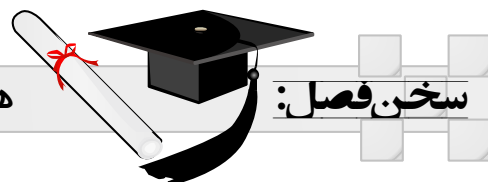
22- نتیجه عملیه $\frac{1}{\frac{0,1}{0,11} + \frac{0,2}{0,22} - \frac{0,4}{0,44}}$ را دریابید.

23- اگر $A = \frac{0,01}{0,2} + \frac{0,02}{0,3} + \frac{0,03}{0,4}$ و $B = \frac{0,19}{0,2} + \frac{0,14}{0,15} + \frac{0,37}{0,4}$ باشد پس قیمت $A + B$ را دریافت کنید.

24- اگر $\left(1 + \frac{1}{a} \right) \left(1 + \frac{1}{a+1} \right) \left(1 + \frac{1}{a+2} \right) = 11/8$ باشد قیمت a را دریابید.

25- حاصل افاده $3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{\ddots}}}$ را دریافت کنید.

26- حاصل افاده $\frac{0,00a + 0,0a + 0,a}{aa,a}$ را دریافت کنید.



27- اگر $\frac{5\frac{a}{b}+5}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = 25$ باشد قیمت a را دریافت کنید.

28- هرگاه $a = \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \frac{1}{40}$ باشد قیمت افاده $\frac{91}{30} + \frac{71}{35} + \frac{161}{40}$ را از جنس a دریافت کنید.

29- حاصل افاده $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{4} + \frac{6}{5} + \dots + \frac{16}{5}$ را دریافت کنید.

30- اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 5$ و $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 4$ و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ باشد a را دریابید.

31- حاصل افاده $9 + \frac{22}{9 + \frac{22}{9 + \frac{22}{\ddots}}}$ را دریابید.

32- هرگاه $A = \frac{33}{11} + \frac{25}{12} + \frac{27}{13}$ باشد قیمت $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}$ را از جنس A دریابید.

33- حاصل جمع 11 عدد مسلسل 220 می باشد پس حاصل جمع کوچکترین و بزرگترین آنها را دریافت کنید.

34- حاصل جمع 15 عدد مسلسل 270 می باشد کوچکترین آنها را دریابید.

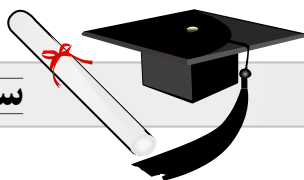
35- حاصل افاده $12 - \frac{36}{12 - \frac{36}{12 - \frac{36}{\ddots}}}$ را دریابید.

36- حاصل افاده $10 - \frac{25}{10 - \frac{25}{10 - \frac{25}{\ddots}}}$ را دریابید.

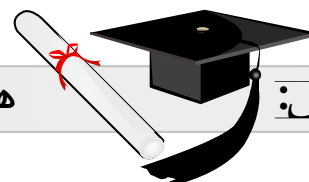
37- حاصل افاده $4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{\ddots}} + 9 + \frac{10}{9 + \frac{10}{\ddots}}$ را دریافت کنید.

38- 30000 حجاج توسط 4 طیاره در 20 پرواز انتقال داده می شوند معلوم کنید 10 طیاره این حجاج را در چند پرواز انتقال خواهند داد؟

39- هرگاه 6 کارگر با کار روزانه 8 ساعت یک کار را در 15 روز انجام دهند همین کار را 8 کارگر با کار روزانه 10 ساعت در چند روز انجام خواهند داد؟



- 40- یک شاگرد 5 امتحان را سپری کرده است اوسط نمرات 4 امتحان او 70 شده است هرگاه اوسط نمرات هر پنج امتحان او 60 باشد پس او در امتحان آخر چند گرفته است؟
- 41- 20 کارگر یک تعمیر را در 10 ماه اعمار می کنند چند کارگر دیگر ضرورت است تا این تعمیر در 5 ماه اعمار گردد.
- 42- 3 قالبین باف 2 قالبین را در 5 ماه می بافند پس دریابید که چند قالبین باف 16 قالبین را در 10 ماه می بافند.
- 43- 3 بس شهری 180 مسافر را در 5 نوبت انتقال می دهند بگوئید که چند بس دیگر ضرورت است تا این تعداد مسافر را در یک نوبت انتقال دهند.
- 44- اوسط حسابی چهار مضمون احمد 50 است بگوئید وی از مضمون پنجم چند اخذ نماید تا اوسط نمرات وی 60 گردد.
- 45- اگر یک گروپ که روزانه 6 ساعت کار می کنند یک وظیفه را در مدت 10 روز تکمیل نمایند برای اینکه همان کار در مدت 5 روز با کار روزانه 8 ساعت تمام شود تعداد کارگران باید چند برابر شود؟
- 46- محمد سه عراده بایسکل را به 12000 افغانی خریده است. اولی را به 5% مفاد، دومی را به 10% مفاد و سومی را به 20% مفاد می فروشد، مفاد وی را دریافت کنید.
- 47- یک صنف 40 نفری 60% لایق می باشد چند شاگرد تنبل از صنف خارج شود تا فیصدی لیاقت به 80% برسد؟
- 48- چند گرام آب از 600gr محلول 40% نمک بخار داده شود تا محلول 50% حاصل گردد؟
- 49- به 40 کیلوگرام محلول 40% بوره چند کیلوگرام محلول 10% بوره علاوه کنیم تا محلول حاصل 30% بوره بدست آید؟
- 50- در 30 لیتر محلول 30% الکول چند لیتر آب علاوه نماییم تا نسبت الکول 20% گردد؟
- 51- 40 لیتر الکول 60% وجود دارد در این محلول چند لیتر الکول علاوه گردد تا محلول 90% حاصل گردد.
- 52- یک فروشنده $\frac{1}{4}$ حصه پطلون های موجود در دکان خود را به 20% فایده و متباقی آن را به 8% ضرر می فروشد فیصدی فایده یا ضرر فروشنده را دریافت کنید.
- 53- در ظرفی 24 لیتر محلول 15% نمک وجود دارد چند لیتر آب بخار کند تا محلول 30% نمک حاصل شود؟
- 54- در 200 لیتر محلول 12% نمک چقدر نمک علاوه کنیم تا فیصدی آن 20% شود

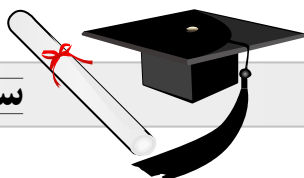


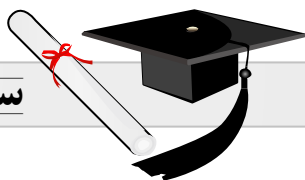
55- اگر 200 گرم آب میوه 21% شکر دار را با 300 گرم آب میوه 14% شکر دار مخلوط نموده بالای آن 200 گرم آب نیز علاوه کنیم در نتیجه فیصدی شکر چند است؟

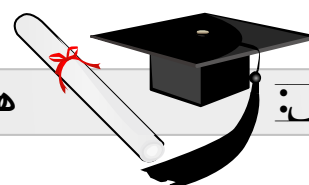
خود را بیازمایید!

جوابات

شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب
1	1260	13	1111	25	2	37	15	49	20kg
2	$\frac{15}{16}$	14	14	26	0,01	38	8 پرواز	50	15liter
3	18	15	1.11	27	5	39	9 روز	51	120liter
4	35	16	$T+4$	28	$a+9$	40	20	52	1%
5	35	17	2	29	$\frac{152}{5}$	41	20	53	12
6	12	18	$x=2$	30	$\frac{1}{2}$	42	12	54	20
7	29	19	$13\frac{1}{3}$	31	11	43	10	55	12
8	13	20	1	32	$A-6$	44	100	56	
9	32	21	15	33	40	45	1.5	57	
10	15	22	$\frac{11}{10}$	34	11	46	1400	58	
11	101	23	3	35	6	47	10	59	
12	5	24	$a=8$	36	5	48	120gr	60	







نسبت و تناسب (Ratio and Proportion)

نسبت (Ratio) : خارج قسمت تقسیم دو کمیت هم جنس را که خلاف صفر باشد نسبت میگویند.

مثال : نسبت بین دو عدد a , b را به قسم $\frac{a}{b}$ یا $a:b$ نمایش میدهم .

تناسب (Proportion) :

برابری دو یا چند نسبت را با یک دیگر تناسب گویند.

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = k \\ \frac{c}{d} = k \\ \frac{e}{f} = k \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

K در تناسب فوق به نام ثابت تناسب یاد میشود. (عددی را که از ساده نمودن تمام نسبت های تناسب حاصل

میشود را ثابت تناسب (k) گویند) .

مثال : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots\dots\dots \frac{2n}{3n}$ یک تناسب است و ثابت تناسب در آن $k = \frac{2}{3}$ است .

قوانین تناسب :

قانون اول :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{b} \Rightarrow a = c$$

مثال :

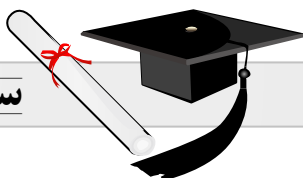
$$\frac{x}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 3$$

قانون دوم :

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{d} \Rightarrow b = d$$

مثال :

$$\frac{3}{x+5} = \frac{3}{-2x-4} \Rightarrow x+5 = -2x-4 \Rightarrow x = -3$$



قانون سوم :

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \\ \frac{c}{d} = \frac{x}{y} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

قانون چهارم :

$$a:b:c=d:e:f \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

مثال :

$$a:b:c=3:5:9 \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9}$$

قانون پنجم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$$

مثال :

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 3x = 2.5 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

6- در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ روابط ذیل صدق میکند :

1- قانون تبدیل وسطین:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

2 - قانون تبدیل طرفین:

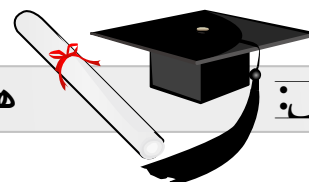
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

3- قانون معکوس سازی:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

7) قانون هشتم بیان کننده این مطلب است که هر عملیه جمع و تفریق را که در صورت و مخرج سمت چپ تناسب انجام دهیم عین عملیه را در سمت راست اجرا نماییم یک تناسب جدید تشکیل میشود.

هر جا اراده‌ای هست راهی نیز وجود دارد.



سخن فصل:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$1) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$2) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$3) \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

$$4) \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

$$5) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$6) \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$$

8- در تناسب در صورتیکه در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ثابت تناسب را k بنامیم روابط ذیل صدق میکند.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$1) \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$3) \frac{c+e}{d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$2) \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$5) \frac{a.t + c.q + p.e}{b.t + d.q + p.f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$4) \frac{a.t + c.q}{b.t + d.q} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

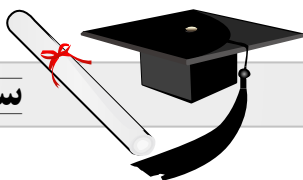
$$6) \frac{a}{b} = k \Rightarrow a = b \cdot k, \frac{c}{d} = k \Rightarrow c = d \cdot k, \frac{e}{f} = k \Rightarrow e = f \cdot k$$

9- در یک تناسب میتوانیم صورت ها را با یکدیگر و مخرج ها را نیز همراه یک دیگر اختصار نماییم.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{p} = \frac{c}{p}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{\frac{b}{q}} = \frac{c}{\frac{d}{q}}$$

$$\frac{15}{x} = \frac{45}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

مثال :



نکته : هر گاه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد روابط ذیل نتیجه میشود :

$$1) \quad a = \frac{b \cdot c}{d}$$

$$2) \quad b = \frac{a \cdot d}{c}$$

$$3) \quad c = \frac{a \cdot d}{b}$$

$$4) \quad d = \frac{b \cdot c}{a}$$

تطبیق قانون تناسب در مثالها :

$$1) \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a+b}{a} = ? \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{3+4}{3} = \frac{7}{3}$$

$$2) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a+d}{b} \cdot \frac{c+d}{d} = ?$$

$$a=c=3, \quad b=d=4 \Rightarrow \frac{a+d}{b} \cdot \frac{c+d}{a} = \frac{3+4}{4} \cdot \frac{3+4}{4} = \frac{49}{16}$$

$$3) \quad \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \\ 3a+c=42 \end{cases} \rightarrow b=?$$

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = k \Rightarrow a=3k \\ \frac{b}{4} = k \Rightarrow b=4k \\ \frac{c}{5} = k \Rightarrow c=5k \end{cases}$$

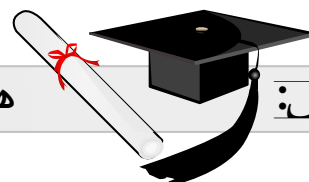
$$3a+c=42 \Rightarrow 3(3k)+5k=42 \Rightarrow 14k=42 \Rightarrow k=3, \quad b=4k \Rightarrow b=4(3)=12$$

$$4) \quad \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \\ 2a+b=84 \end{cases} \rightarrow b=?$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = k \Rightarrow \begin{cases} a=2k \\ b=3k \end{cases} \quad 2a+b=84 \Rightarrow 2(2k)+3k=84 \Rightarrow 7k=84$$

$$k=12 \Rightarrow b=3k \Rightarrow b=3(12)=36$$

$$5) \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{3x-4y}{x-y} = ?$$



روش اول :

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = 3k \end{cases} \Rightarrow \frac{3x - 4y}{x - y} = \frac{3(2k) - 4(3k)}{2k - 3k} = \frac{-6k}{-k} = 6$$

روش دوم :

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2y = 3x \Rightarrow y = \frac{3x}{2} \quad \frac{3x - 4y}{x - y} = \frac{3x - 4\left(\frac{3x}{2}\right)}{x - \left(\frac{3x}{2}\right)} = \frac{3x - 6x}{\frac{-x}{2}} = \frac{-3x}{\frac{-x}{2}} = 6$$

$$6) \quad \begin{cases} ax = by = cz = \frac{2}{3} \\ x + y + z = 18 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = ? \end{cases}$$

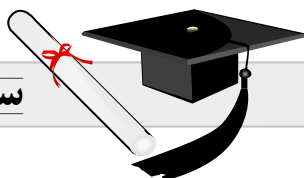
$$ax = by = cz = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x + y + z}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{18}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 27$$

$$7) \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = \frac{4x - 5y + mz}{13} \rightarrow m = ?$$

$$\frac{4 \cdot x}{4 \cdot 3} = \frac{-5 \cdot y}{-5 \cdot 4} = \frac{m \cdot z}{m \cdot 7} = \frac{4x - 5y + mz}{13} \Rightarrow \frac{4x - 5y + mz}{12 - 20 + 7m} = \frac{4x - 5y + mz}{13}$$

$$-8 + 7m = 13 \Rightarrow m = 3$$



سوالات بخش (نسبت و تناسب)



1- هرگاه $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ باشد پس مقدار $\frac{2x+y}{x+y}$ برابر است به :

- (1) $\frac{9}{7}$ (2) $\frac{25}{18}$ (3) $\frac{7}{5}$ (4) $\frac{12}{5}$

2- قیمت b در صورتی که $3a - b + 2c = 66$ ، $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ باشد برابر است به :

- (1) 12 (2) 18 (3) 22 (4) 33

3- هرگاه $a:b:c = 2:3:4$ ، $3a + 4b - c = -28$ باشد پس قیمت b عبارت است از:

- (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) -6

4- حاصل $a - b$ در صورتی که $a + b + c = 27$ ، $\frac{1}{3a} = \frac{1}{4b} = \frac{1}{6c}$ باشد مساوی است به :

- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 8

5- قیمت a در صورتی که $2a - 3b + c = 5$ ، $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ باشد برابر است به :

- (1) 10 (2) -10 (3) 5 (4) -15

6- اگر $\frac{x}{x+y} = 3$ باشد پس $\frac{x+y}{y}$ برابر است به :

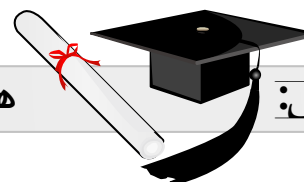
- (1) 0 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$

7- اگر باشد $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ پس مقدار $\left(\frac{a+2b+c}{a-b+c}\right)$ برابر است به :

- (1) 3 (2) 4 (3) 6 (4) 8

8- مقدار b در صورتیکه $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$ ، $2a + 4b - 3c = 49$ باشد برابر به کدام است ؟

- (1) 14 (2) 21 (3) 28 (4) 35



9- اگر $\frac{a}{b^2} = \frac{3}{16}$ باشد مقدار $\frac{a+b}{b}$ برابر است به :

$$(1) \frac{3}{4} \quad (2) \frac{5}{4} \quad (3) \frac{4}{5} \quad (4) \frac{7}{4}$$

10- اگر $x + y + z = 1900$, $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{8} = k$ باشد مقدار y برابر است به :

$$(1) 900 \quad (2) 800 \quad (3) 700 \quad (4) 600$$

11- مقدار $|a|$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است در صورتیکه $ab = \frac{12}{35}$, $bc = \frac{28}{45}$, $ac = \frac{1}{3}$ باشد :

$$(1) \frac{3}{7} \quad (2) \frac{5}{4} \quad (3) \frac{7}{9} \quad (4) \frac{3}{5}$$

12- اگر $ax = by = cz = 4$, $x + y + z = 8$ باشد مقدار $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

$$(1) 1 \quad (2) 4 \quad (3) 0 \quad (4) 2$$

13- مقدار $\frac{a}{b}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است در صورتیکه $\frac{a+4b}{3a-b} = \frac{7}{5}$ باشد :

$$(1) \frac{27}{26} \quad (2) \frac{27}{16} \quad (3) \frac{35}{26} \quad (4) \frac{25}{23}$$

14- اگر $a : b : c = 2 : 5 : 6$ باشد مقدار $\frac{2b+c}{5a-c}$ برابر است به :

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

15- اگر قیمت x در تناسب $\frac{2}{7} = \frac{6}{x}$ مساوی است به :

$$(1) 21 \quad (2) 12 \quad (3) \frac{1}{21} \quad (4) -21$$

16- مقدار $\frac{b}{a}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است هرگاه $\frac{a+3b}{4a-b} = \frac{3}{4}$ باشد.

$$(1) \frac{4}{3} \quad (2) \frac{9}{17} \quad (3) \frac{8}{15} \quad (4) \frac{7}{12}$$

17- اگر $\frac{a-2b}{b} = 3$ باشد پس مقدار $\frac{a+4b}{2a+5b}$ برابر است به :

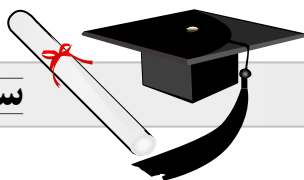
$$(1) \frac{4}{9} \quad (2) \frac{4}{5} \quad (3) \frac{3}{5} \quad (4) \frac{2}{7}$$

18- اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{4}$, $ax = by = cz = 36$ باشد مقدار $x + y + z$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است :

$$(1) 18 \quad (2) 24 \quad (3) 27 \quad (4) 42$$

19- مقدار x در صورتیکه $\frac{2x-3}{5} = \frac{x}{3}$ باشد مساوی میشود به :

$$(1) 6 \quad (2) 7 \quad (3) 8 \quad (4) 9$$



20- هرگاه $\frac{a}{b} = \frac{7}{3}$ باشد مقدار $\frac{a}{a+b}$ برابر است به :

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{7}{10}$

21- هرگاه $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{4}{9}$ باشد مقدار $\frac{x+y+z}{a+b+c}$ برابر است به :

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{8}{27}$ (3) $\frac{14}{9}$ (4) $\frac{9}{4}$

22- قیمت b تحت شرایط $a, b \in R^+$ ، $\frac{a+b}{6} = \frac{2a-b}{9} = \frac{ab}{45}$ برابر است به :

(1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10

23- در صورتیکه $\frac{ab}{c.d} = \frac{5}{6}$ ، $\frac{a.c}{b.d} = \frac{6}{7}$ باشد مقدار $\frac{b^2}{c^2}$ کدام یک از موارد ذیل است

(1) $\frac{25}{24}$ (2) $\frac{32}{33}$ (3) $\frac{37}{32}$ (4) $\frac{35}{36}$

24- مقدار $\left(\frac{a+b}{b}\right) \cdot \left(\frac{b+c}{c}\right)$ در صورتیکه $a:b:c = 3:4:5$ باشد برابر است به :

(1) 3 (2) 15 (3) $\frac{9}{5}$ (4) $\frac{63}{20}$

25- اگر $\frac{x+y}{y} = 4$ باشد پس مقدار $\frac{x}{x+y}$ مساوی است به :

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{5}{4}$

26- هرگاه $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ باشد، پس افاده $\frac{x^2+y^2}{z^2}$ برابر است با:

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{5}{6}$ (4) 1

27- هرگاه $2x+3y+4z=54$ باشد و $\frac{x+2z}{2z} = 2$ و $\frac{x-2y}{2y} = 2$ باشند در این صورت قیمت x برابر است با:

(1) 7 (2) 9 (3) 12 (4) 14

28- اگر $\frac{2a-3b}{b} = 2$ باشد پس قیمت $\frac{4a+2b}{3b}$ مساوی است به:

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

29- هرگاه $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$ و $a+b=21$ باشد در این صورت $a^2+b^2+c^2$ برابر است با:

(1) -240 (2) -180 (3) -140 (4) -90



30- هرگاه $5a = 6b = 4c$ و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 45$ باشد در این صورت قیمت a برابر است با:

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{1}{15}$

31- هرگاه $3y - \frac{1}{2x} = 5$ و $2x - \frac{1}{3y} = 4$ باشد پس نسبت $\frac{x+2y}{x-2y}$ مساوی است به:

- (1) -4 (2) 6 (3) 8 (4) 12

32- هرگاه $x:y:z = 5:6:7$ باشد پس قیمت افاده $\frac{x+y+z}{x-y-z}$ برابر است با:

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$

33- هرگاه $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4}$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 116$ باشد پس قیمت b عبارت است از:

- (1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

34- در صورتی که $3a = 5b = 4c$ و $a \cdot b = 960$ باشد پس قیمت $a + b - c$ مساوی است به:

- (1) 17 (2) 23 (3) 34 (4) 46

35- هرگاه $\frac{(a-2)}{2} = \frac{(b-3)}{3} = \frac{(c-4)}{4}$ و $a \cdot b \cdot c = 192$ باشند در این صورت قیمت $a + b + c$ را دریافت کنید.

- (1) 12 (2) 16 (3) 18 (4) 20

36- هرگاه $a:b:c = 5:6:7$ و $3a + 4b - 5c = 16$ باشند قیمت c برابر است با:

- (1) 7 (2) 14 (3) 21 (4) 28

37- اگر $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$ و $\frac{b}{c} = \frac{9}{16}$ باشند پس کوچکترین قیمتی را که $a + b + c$ اختیار می کند چند است؟

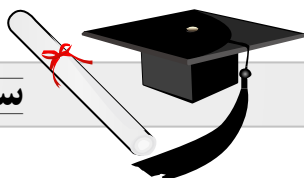
- (1) 210 (2) 223 (3) 245 (4) 256

38- اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ و $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ باشند پس کوچکترین قیمتی را که $a + b + c$ اختیار می کند چند است؟

- (1) 7 (2) 15 (3) 30 (4) 35

39- اگر اعداد طبیعی a ، b و c بر ترتیب با اعداد 3 ، 4 و 5 مستقیماً متناسب باشند و رابطه $a + b + c = 96$

برقرار باشد پس قیمت a چند می شود؟



36 (4

32 (3

28 (2

24 (1

40- اگر $\frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{5}$ و $a+b+c=34$ باشد آنگاه $a \cdot b \cdot c$ چند می شود؟

1280 (4

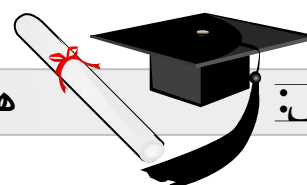
1395 (3

1394 (2

1325 (1

کلید سوالات نسبت و تناسب

گزینه	سوال	گزینه	سوال
2	13	3	1
4	14	2	2
1	15	4	3
3	16	1	4
3	17	2	5
3	18	2	6
4	19	4	7
4	20	4	8
4	21	4	9
3	22	4	10
4	23	1	11
4	24	4	12
1	25		



طاقة (Exponen)

کوتاه ترین روش ضرب اعداد و حروف یکسان را طاقة گویند.

در صورتیکه $x \in R$ و $n \in N$ باشد در این صورت $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots \dots x}_n$ است. یعنی x^n یک عدد طاقة

دار بوده و منظور از x به توان n این که x به تعداد n مرتبه در خود ضرب شده است. در این رابطه به x^n یک عدد طاقة دار (Exponentia) طوریکه x را قاعده (base) و n را توان (power) میگویند.

مثال :

$$1) \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 = (2)^3 = 8$$

$$2) \quad a \cdot a \cdot a \cdot a = (a)^4$$

$$3) \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \dots \dots 5 = 5^n$$

$$4) \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$5) \quad (-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$$

قوانین توان (Properties of Exponentials):

1) در صورتیکه $x \in R - \{0\}$ باشد گفته میتوانیم:

$$x^0 = 1$$

مثال :

$$1) \quad 3^0 = 1$$

$$2) \quad (x+4)^0 = 1$$

$$3) \quad \left((x+4x^2+5)^2\right)^0 = (x+4x^2+5)^{2 \cdot 0} = (x+4x^2+5)^0 = 1$$

2) در صورتیکه $n \in R$ گفته میتوانیم:

$$1^n = 1$$

مثال :

$$1) \quad 1^5 = 1$$

$$2) \quad 1^{-3} = 1$$

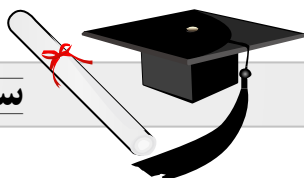
$$3) \quad 1^{-\frac{3}{2}} = 1$$

3) در ضرب اعداد توان دار در صورتیکه قاعده ها یکسان باشد از قاعده ها یکی را گرفته و توان ها را با یک دیگر

جمع میکنیم.

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

مثال :



$$1) \quad 3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^{-2} = 3^{(3)+4+(-2)} = 3^5$$

$$2) \quad 3^{2m} \cdot 3^{5m-n} = 3^{(2m)+(5m-n)} = 3^{7m-n}$$

نکته: برای جمع و تفریق اعداد توان دار قاعده و قانون کلی وجود ندارد.

$$\begin{cases} x^m + x^n \neq x^{m+n} \\ x^m - x^n \neq x^{m-n} \end{cases}$$

مثال:

$$\begin{cases} 2^{x-2y} = 9 \\ 2^{x+2y} = 4 \end{cases} \rightarrow 2^x = ?$$

$$2^{x-2y} \cdot 2^{x+2y} = 4 \cdot 9 \Rightarrow 2^{(x-2y)+(x+2y)} = 36 \Rightarrow 2^{2x} = 6^2 \Rightarrow 2^x = 6$$

4) در صورتیکه توان یک افاده در حالت جمع و تفریق باشد هر یک از حدود توان را میتوانیم به طور جداگانه در حالت ضرب برای قاعده اختصاص دهیم.

$$(x)^{m+n-z} = x^m \cdot x^n \cdot x^{-z}$$

مثال:

$$1) \quad 3^{x-4} = 3^x \cdot 3^{-4}$$

$$2) \quad 2^{2x^2-4x} = 2^{2x^2} \cdot 2^{-4x}$$

مثال: حاصل $\frac{9^{n-2}}{3^{2n} \cdot 3^{-1}} + \frac{3^{m-1}}{3^m}$ دریافت کنید؟

$$\frac{9^{n-2}}{3^{2n} \cdot 3^{-1}} + \frac{3^{m-1}}{3^m} = \frac{9^n \cdot 9^{-2}}{3^{2n} \cdot 3^{-1}} + \frac{3^m \cdot 3^{-1}}{3^m} = \frac{9^n \cdot 3}{9^n \cdot 81} + \frac{1}{3} = \frac{1}{27} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{10}{27}$$

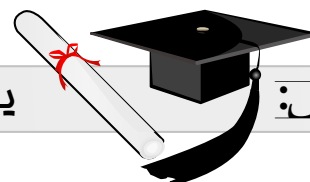
5) در ضرب اعداد توان دار در صورت برابر بودن توان ها یکی از توان را گرفته قاعده ها را با یک دیگر ضرب مینماییم.

$$x^n \cdot y^n = (xy)^n$$

مثال:

$$1) \quad (x+y)^2 \cdot (x-y)^2 = ((x+y)(x-y))^2 = (x^2 - y^2)^2$$

$$2) \quad 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3$$



(6) در صورت برابر بودن همزمان قاعده و توان با یکی از دو قانون قبلی را به دلخواه تطبیق میکنیم :

$$x^m \cdot x^m = \begin{cases} x^{(m+m)} = x^{2m} \\ (x \cdot x)^m = (x^2)^m = x^{2m} \end{cases}$$

مثال :

$$3^3 \cdot 3^3 = \begin{cases} 3^{(3+3)} = 3^6 \\ (3 \cdot 3)^3 = (3^2)^3 = 3^6 \end{cases}$$

(7) در صورتیکه که یک عدد توان دار ، دارای یک توان کلی باشد برای ساده نمودن توان ها را در یک دیگر ضرب میکنیم به این قانون ، قانون توان در توان میگویند.

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

مثال :

$$1) \quad (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$$

$$2) \quad (a^{2m})^{3n} = a^{2m \cdot 3n} = a^{6mn}$$

(8) در قانون توان در توان میتوانیم جای m و n را تبدیل نماییم .

$$(x^n)^m = (x^m)^n$$

$$1) \quad (2^3)^4 = (2^4)^3$$

$$2) \quad ((x+y)^n)^{m+n} = ((x+y)^{m+n})^n$$

مثال :

(9) اگر در هر طرف مساوات یک حد شامل باشد میتوانیم توان های آنها را اختصار کنیم.

$$x^m = y^n \Rightarrow x^{\frac{m}{p}} = y^{\frac{n}{p}}$$

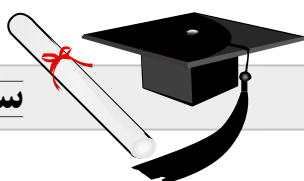
مثال :

$$1) \quad 2^{15} = x^5 \Rightarrow 2^3 = x$$

$$2) \quad (x+y)^9 = (m)^6 \Rightarrow (x+y)^3 = m^2$$

$$3) \quad (m+p)^{\frac{7}{2}} = (y)^{\frac{21}{20}} \Rightarrow (m+p) = y^{\frac{3}{10}}$$

$$4) \quad (x^2 + 4x)^{\frac{1}{2}} = (m+n)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow (x^2 + 4x) = (m+n)^3$$



10) در صورتیکه قاعده در یک عدد توان دار منفی باشد . برای رفع نمودن علامه از روابط ذیل استفاده مینماییم .

$$(-a)^{2k} = a^{2k}$$

$$(-a)^{2k-1} = -a^{2k-1}$$

مثال :

$$1) \quad (-2)^3 = -2^3 = -8 \quad 2) \quad (-2)^4 = 2^4 = 16 \quad 3) \quad (-x)^3 = -x^3$$

$$4) \quad (-y)^5 = -y^5 \quad 5) \quad -(x+y)^4 = (x+y)^4$$

11)

$$(a-b)^{2k} = (b-a)^{2k} \quad \rightarrow \quad \text{مثال: } (b-3)^4 = (3-b)^4$$

$$(a-b)^{2k-1} = -(b-a)^{2k-1} \quad \rightarrow \quad \text{مثال: } (a-1)^3 = -(1-a)^3$$

12) در صورتیکه یک قوس دارای توان باشد و حدود داخل قوس در حالت ضرب و تقسیم قرار داشته باشد توان کل را برای هر یک از اعداد و حروف داخل قوس اختصاص داده میتوانیم .

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \quad \left(\frac{x}{y} \right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

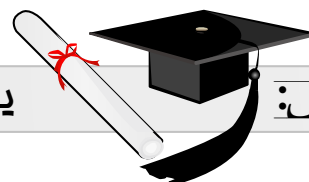
$$1) \quad (2xy)^3 = 2^3 \cdot x^3 \cdot y^3 = 8x^3y^3 \quad 2) \quad \left(\frac{3m}{2y} \right)^4 = \frac{3^4 \cdot m^4}{2^4 \cdot y^4} = \frac{81m^4}{16y^4}$$

مثال :

13) در تقسیم اعداد توان دار در صورت برابر بودن قاعده ها از قاعده ها یکی را گرفته توان صورت را منفی توان

مخرج مینماییم .

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{(n)-(m)}$$



$$1) \frac{(-2)^{13} - (-2)^{14}}{2^{13}} = \frac{-2^{13}}{2^{13}} - \frac{2^{14}}{2^{13}} = -1 - 2 = -3$$

مثال :

$$2) \frac{x^{2m+4}}{x^{-m+3}} = x^{(2m+4)-(-m+3)} = x^{2m+4+m-3} = x^{3m+1}$$

14) در صورت برابر بودن توان ها در تقسیم از توان ها یکی را گرفته قاعده ها را بر یکدیگر تقسیم میکنیم .

$$\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$$

$$\frac{2^{18}}{4^{18}} = \left(\frac{2}{4}\right)^{18} = \left(\frac{1}{2}\right)^{18}$$

مثال :

15) در صورتیکه یک قوس دارای توان باشد و حدود داخل قوس در حالت ضرب و تقسیم قرار داشته باشد توان کل را برای هر یک از اعداد و حروف داخل قوس اختصاص داده میتوانیم .

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

مثال :

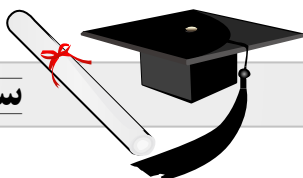
$$1) (2xy)^3 = 2^3 \cdot x^3 \cdot y^3 = 8x^3y^3$$

$$2) \left(\frac{3m}{2y}\right)^4 = \frac{3^4 \cdot m^4}{2^4 \cdot y^4} = \frac{81m^4}{16y^4}$$

$$3) (m+n)^2 \neq m^2 + n^2$$

16) در صورتیکه توان یک عدد منفی باشد برای رفع نمودن علامه آن عدد مذکور را معکوس مینویسیم.

$$1) a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad 2) \frac{1}{a^{-p}} = a^p \quad 3) \frac{a}{b^{-p}} = ab^p \quad 4) \frac{a^{-p}}{b} = \frac{1}{b \cdot a^p}$$



$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

نکته:

مثال:

$$1) \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$2) \quad \frac{3}{5^{-2}} = 3 \cdot 5^2 = 75$$

$$3) \quad \frac{x^{-1}}{(x+y)} = \frac{1}{(x+y) \cdot x}$$

$$4) \quad \left(\frac{3x}{4y}\right)^{-5} = \left(\frac{4y}{3x}\right)^5$$

17) در صورتیکه قاعده ها با یک دیگر برابر باشد میتوان با هر توان خواسته شده از این قاعده ها فاکتور بگیریم به شرطی که توان فاکتور را از توان تمام حدود افاده منفی نماییم.

$$a^p + a^q = a^m(a^{p-m} + a^{q-m})$$

مثال:

$$1) \quad a^{3m} + a^{2m+1} - a^{4m+5} = a^{2m}(a^{3m-2m} + a^{2m+1-2m} - a^{4m+5-2m}) = a^{2m}(a^m + a^1 - a^{2m+5})$$

$$2) \quad x^3 + x^4 y^5 - 2x^{-5} = x^3(1 + xy^5 - 2x^{-8})$$

$$3) \quad 5^x + 10^x + 15^x = 5^x + 2^x \cdot 5^x + 3^x \cdot 5^x = 5^x(1 + 2^x + 3^x)$$

$$4) \quad \frac{5^x + 10^x + 15^x}{2^x + 4^x + 6^x} = \frac{8}{125} \Rightarrow x = ?$$

$$\frac{5^x + 2^x \cdot 5^x + 3^x \cdot 5^x}{2^x + 2^{2x} + 2^x \cdot 3^x} = \frac{8}{125} \Rightarrow \frac{5^x(1 + 2^x + 3^x)}{2^x(1 + 2^x + 3^x)} = \frac{8}{125} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \Rightarrow x = -3$$

$$(x^m)^n \neq x^{m^n}$$

نکته: به یاد داشته باشید که هیچگاه:

$$1) \quad (x^2)^3 = x^6$$

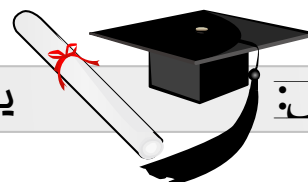
$$2) \quad x^{2^3} = x^8$$

$$3) \quad 2^{2^{3^2}} = 2^{2^9} = 2^{512}$$

مثال:

18) اگر در دو طرف مساوات قاعده ها برابر باشند توان ها را برابر قرار داده میتوانیم و برعکس:

$$x^n = y^n \Rightarrow x = y \quad x^m = x^n \Rightarrow m = n, \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



مثال :

$$(x-3)^{3x-1} = (x-3)^{2x+4} \rightarrow x = ?$$

$$(x-3)^{3x-1} = (x-3)^{2x+4} = 3x-1 = 2x+4 \Rightarrow x = 5$$

جذر دیگر این معادله $x = 4$ است. زیرا عدد 4 قاعده ها را در دو طرف معادله برابر به عدد 1 میسازد بناء در مساوات صدق میکند.

$$a^{\frac{-3}{2}} = 64 \rightarrow a = ?$$

مثال :

$$a^{\frac{-3}{2}} = 64 \Rightarrow a^{\frac{-3}{2}} = 4^3 \Rightarrow a^{\left(\frac{-3}{2}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)} = 4^{3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)} \Rightarrow a = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

مثال :

$$\frac{3}{2^{1-x}} = 27 \Rightarrow ? < x < ?$$

$$\frac{3}{2^{1-x}} = 27 \Rightarrow \frac{3 \cdot 2^x}{2} = 27 \Rightarrow 3 \cdot 2^x = 2 \cdot 27 \quad 2^x = 18 \Rightarrow 16 < 18 < 32$$

$$2^4 < 2^x < 2^5 \Rightarrow 4 < x < 5$$

(19) در جمع و تفریق حدود توان دار مشابه کافی است ضرایب عددی را جمع و تفریق نمائیم.

$$ax^m + bx^m - cx^m = (a + b - c)x^m$$

$$4 \cdot 2^{a+1} - 3 \cdot 2^{a+3} + 8 \cdot 2^{a+2} = ?$$

مثال :

$$4 \cdot 2^a \cdot 2 - 3 \cdot 2^a \cdot 2^3 + 8 \cdot 2^a \cdot 2^2 = 8 \cdot 2^a - 24 \cdot 2^a + 32 \cdot 2^a = (8 - 24 + 32)2^a = 16 \cdot 2^a = 2^4 \cdot 2^a = 2^{a+4}$$

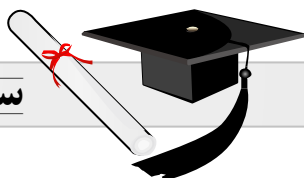
بیشتر بدانید!



مقایسه اعداد توان دار

حالت اول: مقایسه اعداد توان دار با قاعده مثبت:

در این حالت برای مقایسه دو عدد توان دار که قاعده های آنها مثبت است ابتدا قاعده ها یا توان ها را برابر می سازیم و سپس به روش ذیل آنها را با هم مقایسه می کنیم.



- 1- اگر توان‌ها برابر باشند عددی بزرگتر است که قاعده آن بزرگتر باشد مثلاً: $5^8 > 4^8$
- 2- اگر قاعده‌ها برابر و بزرگتر از یک باشند، $a > 1$ ، عددی بزرگتر است که توان آن بزرگتر باشد مثلاً: $2^5 > 2^3$
- 3- اگر قاعده‌ها برابر و کوچکتر از یک باشند، $0 < a < 1$ ، عددی بزرگتر است که توان آن کوچکتر باشد مثلاً:

$$(1/2)^5 < (1/2)^2$$

مثال: $6^5 > 3^5$ → عددی بزرگتر است که قاعده آن بزرگتر باشد ⇒ اگر توان‌ها برابر باشند.

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 1 \Rightarrow \text{مثال: } 3^7 > 3^4 \rightarrow \text{عددی بزرگتر است که توان آن بزرگتر باشد} \\ a < 1 \Rightarrow \text{مثال: } (1/3)^4 > (1/3)^7 \rightarrow \text{عددی بزرگتر است که توان آن کوچکتر} \end{array} \right. \text{ اگر قاعده‌ها برابر باشند.}$$

مثال: از دو عدد 2^{12} و 32^3 کدام بزرگتر است؟

$$32^3 = (2^5)^3 = 2^{15} \quad 2^{15} > 2^{12} \Rightarrow (32)^3 > 2^{12}$$

مثال: از دو عدد $(0,45)^3$ و $(0,6)^3$ کدام بزرگتر است؟

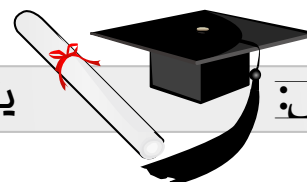
چون توانها برابر است عددی بزرگتر است که قاعده آن بزرگتر باشد بناءً: $0,6 > 0,45 \Rightarrow (0,6)^3 > (0,45)^3$

بیشتر بدانید!



حالت دوم: مقایسه اعداد توان دار با قاعده منفی

در این حالت نیز برای مقایسه دو عدد توان دار که قاعده آنها منفی می‌باشند ابتدا قاعده‌ها را برابر ساخته و سپس به روش ذیل آنها را با هم مقایسه می‌کنیم.



- ۱) اگر توان ها برابر باشند
- مثال: $-5 < -4 \Rightarrow (-5)^3 < (-4)^3$ عددی بزرگتر است که قاعده آن بزرگتر باشد : توان تاق
- مثال: $\begin{matrix} (-3)^2 & , & (-2)^2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ (3)^2 & > & (2)^2 \end{matrix}$ چون هر عدد منفی که به توان جفت برسد مثبت می شود، بناءً در این حالت قاعده ها مثبت می شوند و توان ها برابر بوده پس عددی بزرگتر است که قاعده آن بزرگتر باشد. : توان جفت

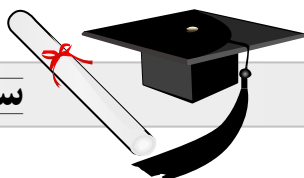
- ۲) اگر قاعده ها برابر باشند
- $-1 < a < 0$
- مثال: $(-1/2)^3 < (-1/2)^5$ عددی بزرگتر است که توان آن بزرگتر باشد : توانهای تاق
- مثال: $\begin{matrix} (-1/2)^2 > (-1/2)^4 \\ (1/2)^2 > (1/2)^4 \end{matrix}$ چون هر عدد منفی به توان جفت برسد مثبت می شود بناءً عددی بزرگتر است که توان آن کوچکتر باشد. : توانهای جفت
- مثال: $(-1/2)^2 > (-1/2)^{105}$ حاصل هر توان جفت بزرگتر از حاصل هر توان جفت و دیگر تاق یکی از توانها تاق است باشد:
- $a < -1$
- مثال: $(-3)^3 > (-3)^5$ عددی بزرگتر است که توان آن کوچکتر باشد : توانهای تاق
- مثال: $(-3)^2 < (-3)^4$ چون هر عدد منفی به توان جفت برسد مثبت می شود بناءً عددی بزرگتر است که توان آن بزرگتر باشد. : توانهای جفت
- مثال: $(-3)^4 > (-3)^{103}$ حاصل هر توان جفت بزرگتر از حاصل هر توان جفت و دیگر تاق یکی از توانها تاق است باشد:

مثال: اعداد ذیل را با هم مقایسه نمایید:

$$(-2)^{15}, \left(-\frac{27}{8}\right)^5, \left(-\frac{1}{20}\right)^2$$

$$\left(-\frac{27}{8}\right)^5 = \left(\frac{-3^3}{2^3}\right)^5 = \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^3\right]^5 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{15}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^{15} > (-2)^{15}, \quad \left(-\frac{1}{20}\right)^2 = \left(\frac{1}{20}\right)^2$$



چون حاصل هر توان جفت از حاصل هر توان تاق بزرگتر است بناءً $\left(-\frac{1}{20}\right)^2$ از هر دو عدد دیگر بزرگتر می‌باشد
لذا می‌توانیم بنویسیم که:

$$\left(-\frac{1}{20}\right)^2 > \left(-\frac{3}{2}\right)^{15} > (-2)^{15}$$

مثال: دو عدد $(1/5)^{-2}$ و $(1/5)^{-3}$ را با هم مقایسه کنید.

$$\left. \begin{aligned} (1/5)^{-2} &= \left[(1/5)^{-1}\right]^2 = (5)^2 \\ (1/5)^{-3} &= \left[(1/5)^{-1}\right]^3 = (5)^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5^3 > 5^2 \Rightarrow (1/5)^{-3} > (1/5)^{-2}$$

مثال: سه عدد 3^{24} ، 7^{18} و 9^{10} را از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

$$9^{10} = (3^2)^{10} = 3^{20} \Rightarrow 3^{24} > 3^{20}$$

$$7^{18} = (7^3)^6 = (343)^6 \quad 3^{24} = (3^4)^6 = (81)^6$$

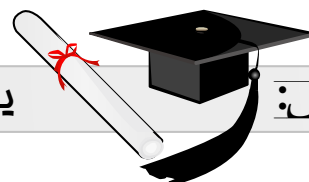
$$(343)^6 > (81)^6 \Rightarrow 7^{18} > 3^{24} > 9^{10}$$

مثال‌های کاربردی (تطبیقات) قوانین توان

$$1) \quad \frac{(-2)^{13} - 2^{14}}{2^{13}} = ? \Rightarrow \frac{(-2)^{13} - 2^{14}}{2^{13}} = \frac{-2^{13} - 2^{13} \cdot 2}{2^{13}} = \frac{2^{13}(-1-2)}{2^{13}} = -3$$

$$2) \quad \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (-2)^2}{(-2^2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = ? \Rightarrow \frac{-\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{27} \cdot 4}{-4 \cdot \frac{1}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{3}$$

$$3) \quad (-2^2) + (-5)^2 + (-5^2) - (-2)^3 = ? \Rightarrow -4 + 25 - 25 - (-8) = 4$$



$$4) \quad \frac{(-2)^3 \cdot (-3)^{-2}}{-3^{-2}} = ? \Rightarrow \frac{(-2)^3 \cdot (-3)^{-2}}{-3^{-2}} = \frac{-8 \cdot \frac{1}{(-3)^2}}{-\frac{1}{3^2}} = \frac{-\frac{8}{9}}{-\frac{1}{9}} = 8$$

$$5) \quad \left[(2^{-1} + 3^{-1})^{-1} + \left(\frac{5}{4} \right)^{-1} \right]^{-2} = ? \Rightarrow \left[(2^{-1} + 3^{-1})^{-1} + \left(\frac{5}{4} \right)^{-1} \right]^{-2} = \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^{-1} + \frac{4}{5} \right]^{-2}$$

$$= \left[\left(\frac{5}{6} \right)^{-1} + \frac{4}{5} \right]^{-2} = \left(\frac{6}{5} + \frac{4}{5} \right)^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$6) \quad \frac{10^8 - 10^6}{5^8 - 5^6} = ? \Rightarrow \frac{10^8 - 10^6}{5^8 - 5^6} = \frac{10^6(10^2 - 1)}{5^6(5^2 - 1)} = \frac{10^6 \cdot 99}{5^6 \cdot 24} = \left(\frac{10}{5} \right)^6 \cdot \frac{99}{24}$$

$$= 2^6 \cdot \frac{99}{24} = 64 \cdot \frac{99}{24} = 264$$

$$7) \quad \frac{2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} - 3^{x+2}}{4 \cdot 3^{x-1}} = ? \Rightarrow \frac{2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} - 3^{x+2}}{4 \cdot 3^{x-1}} = \frac{2 \cdot 3^x \cdot 3 + 3^x \cdot 3^{-1} - 3^x \cdot 3^2}{4 \cdot 3^x \cdot 3^{-1}}$$

$$= \frac{3^x \left(6 + \frac{1}{3} - 9 \right)}{3^x \cdot \frac{4}{3}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = -2$$

$$8) \quad 2^x + 2^{x+1} = m \cdot 2^{x+2} \rightarrow m = ? \Rightarrow m = \frac{2^x + 2^{x+1}}{2^{x+2}} = \frac{2^x(1+2)}{2^x \cdot 2^2} = \frac{3}{4}$$

$$9) \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{8^3 \cdot 6^4}{18^2} = 2^a \cdot 3^b \rightarrow a + b = ? \Rightarrow \frac{8^3 \cdot 6^4}{18^2} = 2^a \cdot 3^b \Rightarrow \frac{(2^3)^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 2^2} = 2^a \cdot 3^b$$

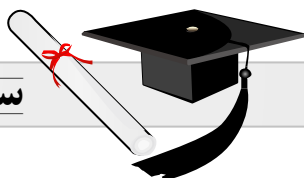
$$2^{13-2} \cdot 3^{4-4} = 2^a \cdot 3^b \Rightarrow 2^{11} \cdot 3^0 = 2^a \cdot 3^b \Rightarrow a = 11, b = 0 \Rightarrow a + b = 11$$

$$10) \quad (4^{a+1} - 2^{2a}) : (3 \cdot 2^{3a}) = ? \Rightarrow \frac{4^{a+1} - 2^{2a}}{3 \cdot 2^{3a}} = \frac{(2^2)^{a+1} - 2^{2a}}{3 \cdot 2^{3a}} = \frac{2^{2a+2} - 2^{2a}}{3 \cdot 2^{3a}}$$

$$= \frac{2^{2a}(2^2 - 1)}{3 \cdot 2^{2a} \cdot 2^a} = \frac{3}{3 \cdot 2^a} = \frac{1}{2^a} = 2^{-a}$$

$$11) \quad 2^a = 50 \rightarrow 2^{2a-2} = ? \Rightarrow 2^a = 50 \Rightarrow 2^{2a-2} = 2^{2a} \cdot 2^{-2}$$

$$= (2^a)^2 \cdot \frac{1}{2^2} = (50)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2500}{4} = 625$$



$$12) \quad 16^{\frac{x}{2}} = 256 \rightarrow x = ? \Rightarrow 16^{\frac{x}{2}} = 256 \Rightarrow (2^4)^{\frac{x}{2}} = 2^8 \Rightarrow 2^{2x} = 2^8 \\ 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$13) \quad 8^x = a \rightarrow (32)^{3x} = ? \Rightarrow 8^x = a \Rightarrow 2^{3x} = a \\ (32)^{3x} = (2^5)^{3x} = (2^{3x})^5 = a^5$$

$$14) \quad a, b, c \in \mathbb{Z}, \frac{(0,009)^{-3} \cdot (0,0081)^3}{3^3} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \rightarrow a + b - c = ?$$

$$\frac{(0,009)^{-3} \cdot (0,0081)^3}{3^3} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \Rightarrow \frac{(3^2 \cdot 10^{-3})^{-3} \cdot (3^4 \cdot 10^{-4})^3}{3^3} = \frac{3^{-6} \cdot 10^9 \cdot 3^{12} \cdot 10^{-12}}{3^3}$$

$$= \frac{3^6 \cdot 10^{-3}}{3^3} = 3^3 \cdot (2 \cdot 5)^{-3} = 2^{-3} \cdot 3^3 \cdot 5^{-3} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 3 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b - c = -3 + 3 + 3 = 3$$

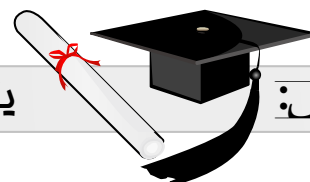
$$15) \quad \frac{(-2^{-1})^4 \cdot (-2)^{-5} \cdot (-2^2)}{(-2)^{-1} \cdot (-2)^{-6}} = ? \Rightarrow \frac{(-2^{-1})^4 \cdot (-2)^{-5} \cdot (-2^2)}{(-2)^{-1} \cdot (-2)^{-6}} = \frac{2^{-4} \cdot (-2^{-5}) \cdot (-2^2)}{-2^{-1} \cdot 2^{-6}} \\ = -\frac{2^{-4} \cdot 2^{-5} \cdot 2^2}{2^{-1} \cdot 2^{-5}} = -\frac{2^{-7}}{2^{-7}} = -1$$

$$16) \quad \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-1} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{-1} = ? \Rightarrow \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-1} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{-1} = \left[2 - \frac{4}{9} \right]^{-1} = \left(\frac{14}{9} \right)^{-1} = \frac{9}{14}$$

$$17) \quad \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot 2^{-3} - (-3^2)}{\left(-\frac{1}{2} \right)^3} = ? \Rightarrow \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot 2^{-3} - (-3^2)}{\left(-\frac{1}{2} \right)^3} = \frac{-2^3 \cdot 2^{-3} + 9}{-\frac{1}{8}} = \frac{-1 + 9}{-\frac{1}{8}} = \frac{8}{-\frac{1}{8}} = -64$$

$$18) \quad \frac{2^{x+1} + 4}{2^x + 2} = ? \Rightarrow \frac{2^{x+1} + 4}{2^x + 2} = \frac{2^x \cdot 2 + 2^2}{2^x + 2} = \frac{2 \cdot (2^x + 2)}{2^x + 2} = 2$$

$$19) \quad 2^x = a \rightarrow 2^{2^{(x+2)}} = ? \Rightarrow 2^x = a, \quad 2^{2^{(x+2)}} = 2^{2^x \cdot 2^2} = 2^{4a}$$



$$20) \quad 3^{x-1} = a \rightarrow \frac{27^x}{9} = ? \Rightarrow 3^{x-1} = a \rightarrow 3^x = 3a \Rightarrow \frac{27^x}{9} = \frac{(3^3)^x}{9}$$

$$= \frac{(3^x)^3}{9} = \frac{(3a)^3}{9} = \frac{27a^3}{9} = 3a^3$$

$$21) \quad 0,00758 = 75,8 \cdot 10^{-4} \rightarrow a = ? \Rightarrow 75,8 \cdot 10^{-4} = 75,8 \cdot 10^{-a}$$

$$10^{-4} = 10^a \Rightarrow a = 4$$

$$22) \quad 15^{12} \cdot 625^x = 3^{12} \rightarrow x = ? \Rightarrow 3^{12} \cdot 5^{12} \cdot 5^{4x} = 3^{12}$$

$$5^{(12+4x)} = 1 = 5^0 \Rightarrow 12 + 4x = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$23) \quad \frac{3^x + 3^x + 3^x}{3^x \cdot 3^x \cdot 3^x} = \frac{1}{27} \rightarrow x = ? \Rightarrow \frac{3^x(3)}{3^x \cdot 3^x \cdot 3^x} = \frac{1}{27} \Rightarrow 81 = 3^{2x}$$

$$3^4 = 3^{2x} \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$24) \quad \frac{2^{24}(3^{44} - 3^{22})}{6^{22}(3^{11} + 1)(3^{11} - 1)} = ? \Rightarrow \frac{2^{24}(3^{44} - 3^{22})}{6^{22}(3^{11} + 1)(3^{11} - 1)} = \frac{2^{24} \cdot 3^{22}(3^{22} - 1)}{2^{22} \cdot 3^{22} \cdot (3^{22} - 1)}$$

$$= \frac{2^{24}}{2^{22}} = 2^{24-22} = 2^2 = 4$$

$$25) \quad 5^{x+1} = 10^x \rightarrow 4^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = ? \Rightarrow 5^x \cdot 5 = 10^x \Rightarrow 2^x = 5, \quad 2 = 5^{\frac{1}{x}}$$

$$4^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = (2^x)^2 \cdot 5^{\frac{1}{x}} = 5^2 \cdot 2 = 50$$

$$26) \quad (-2)^3 = -2^3 = -8$$

$$27) \quad (-5)^{-3} = -5^{-3} = \frac{-1}{125}$$

$$28) \quad (-3)^{-2} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

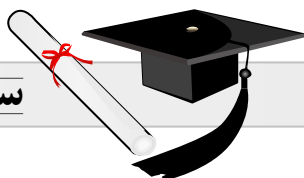
$$29) \quad (-5)^{-4} = 5^{-4} = \frac{1}{625}$$

$$30) \quad \frac{1,44}{10^{n+1}} = 0,000144 \rightarrow n = ?$$

$$\frac{1,44}{10^{n+1}} = 0,000144 \Rightarrow \frac{144 \cdot 10^{-2}}{10^{n+1}} = 144 \cdot 10^{-6} \Rightarrow 10^{-2-(n+1)} = 10^{-6} \Rightarrow -2-n-1 = -6$$

$$-n-3 = -6 \Rightarrow n = 3$$

$$31) \quad 3,2 \cdot 10^n = 0,0000032 \Rightarrow 3,2 \cdot 10^n = 3,2 \cdot 10^{-6} \Rightarrow 10^n = 10^{-6} \Rightarrow n = -6$$



$$32) \quad \frac{1}{2^{x-1}} + \frac{6}{2^x} + \frac{2}{2^{x-2}} = 64 \rightarrow x = ?$$

$$\frac{1}{2^x \cdot 2^{-1}} + \frac{6}{2^x} + \frac{2}{2^x \cdot 2^{-2}} = 64 \Rightarrow \frac{2}{2^x} + \frac{6}{2^x} + \frac{8}{2^x} = 64 \Rightarrow \frac{16}{2^x} = 64 \Rightarrow \frac{1}{2^x} = 4$$

$$2^{-x} = 2^2 \Rightarrow x = -2$$

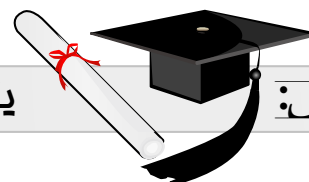
$$33) \quad 2^x - 2^{x+1} + 2^{x+2} = 384 \rightarrow x = ?$$

$$2^x(1 - 2^1 + 2^2) = 384 \Rightarrow 2^x(3) = 384 \Rightarrow 2^x = \frac{384}{3} = 128$$

$$2^x = 2^7 \Rightarrow x = 7$$

$$34) \quad 8^x = a \rightarrow (32)^{3x} = ? \quad (32)^{3x}$$

$$(32)^{3x} = (2^5)^{3x} = (2^{3x})^5 = (8^x)^5 = a^5$$



سوالات بخش (توان)



1- حاصل افاده $\frac{(-2)^3 + (-2^2)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \frac{1}{2^{-3}}}$ برابر است به :

(1) 1 (2) -2 (3) -1 (4) 0

2- مقدار عددی $\frac{(-2)^{-2} - 3^{-1} + 2^{-2}}{6^{-2}}$ مساوی است به :

(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8

3- حاصل $(-2)^3 + (-5)^2 + (-5^2) - (-2)^3$ عبارت است از :

(1) 4 (2) 12 (3) 46 (4) 62

4- $\frac{(-2)^3 \cdot (-3)^{-2}}{-3^{-2}}$ مساوی است به :

(1) 8 (2) 27 (3) -8 (4) -27

5- مقدار عددی $(-a)^{-2} \cdot (a^{-3}) \cdot (-a^{-2}) \cdot (-a^4)$ عبارت است از :

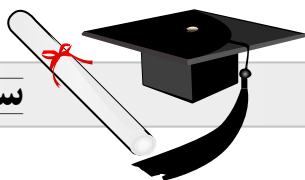
(1) a^3 (2) $-a^3$ (3) a^{-3} (4) $-a^{-3}$

6- افاده $\left[(2^{-1} + 3^{-1})^{-1} + \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} \right]^{-2}$ مساوی است به :

(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{4}$

7- حاصل $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3}$ عبارت است از :

(1) $\frac{27}{16}$ (2) $\frac{2}{27}$ (3) -27 (4) -54



8- مقدار عددی $\frac{10^8 - 10^6}{5^8 - 5^6}$ برابر است به :

- (1) 4 (2) 99 (3) 192 (4) 264

9- افاده $\frac{a^{n+2} - a^{2-n}}{a^{n+3} - a^{3-n}}$ مساوی است به :

- (1) a (2) a^{-n} (3) a^{2n-1} (4) $\frac{1}{a}$

10- مقدار m در افاده $2^x + 2^{x+1} = m \cdot 2^{x+2}$ مساوی است به :

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$

11- اگر $2^a = 50$ باشد مقدار 2^{2a-2} برابر است به :

- (1) 125 (2) 250 (3) 500 (4) 625

12- هرگاه $\frac{5^x}{2^{x+1}} = \frac{1}{4}$ باشد پس $\left(\frac{4}{25}\right)^{2x}$ مساوی است به :

- (1) 0 (2) 16 (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{2}{5}$

13- اگر $2^{-x} = 3$ باشد پس $27 \cdot 2^{2x+1}$ مقدار مساوی است به :

- (1) 3 (2) 6 (3) 7 (4) $\frac{3}{16}$

14- مقدار x در افاده $2^x - 2^{x+1} + 2^{x+2} = 384$ مساوی است به :

- (1) 3 (2) 5 (3) 6 (4) 7

15- اگر $4^{\frac{x}{2}-1} = 3$ باشد حاصل $8^{x-2} \cdot 3^{-3}$ عبارت است از :

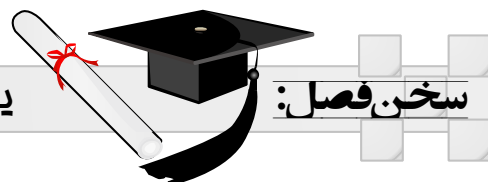
- (1) 1 (2) 4 (3) 8 (4) $\frac{3}{2}$

16- قمیت a را از رابطه $\left. \begin{matrix} a^{2a-b} = 8 \\ a^b = 2 \end{matrix} \right\}$ بدست آورید:

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4

17- مقدار عددی افاده $\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} : \left(\frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}}\right)^{-1}$ برابر است به :

- (1) 0 (2) $\frac{3}{8}$ (3) $-\frac{3}{8}$ (4) $-\frac{5}{8}$



$$-18 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-1} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{-1} \text{ مساوی است به :}$$

$$\frac{9}{14} \quad (1) \quad \frac{11}{14} \quad (2) \quad \frac{19}{14} \quad (3) \quad \frac{23}{14} \quad (4)$$

$$-19 \text{ مقدار عددی } \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot 2^{-3} - (-3^2)}{\left(-\frac{1}{2} \right)^3} \text{ مساوی است به :}$$

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 64 \quad (3) \quad -64 \quad (4)$$

$$-20 \text{ افاده } \frac{2^{x+1} + 4}{2^x + 2} \text{ مساوی است به :}$$

$$2 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 2^{-1} \quad (3) \quad 2^x \quad (4)$$

$$-21 \text{ حاصل } (3)^2 + (-2)^3 + (-4)^2 \text{ برابر است به :}$$

$$-17 \quad (1) \quad -15 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

$$-22 \text{ هرگاه } 3^{2x-1} = 12 \text{ باشد بناءً } 3^{x-1} \text{ مساوی است به :}$$

$$2 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

$$-23 \text{ مقدار } x \text{ در } \frac{4,7 \cdot 10^{-6}}{0,047} = 10^x \text{ مساوی است به :}$$

$$-1 \quad (1) \quad -2 \quad (2) \quad -3 \quad (3) \quad -4 \quad (4)$$

$$-24 \text{ اگر } \frac{(xy)^{n-4}}{(xy)^n} = 2 \text{ باشد قیمت عددی } \frac{1}{x^2 y^2} \text{ عبارت است از :}$$

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad \sqrt{2} \quad (4)$$

$$-25 \text{ مقدار } 9^{x+1} \text{ مساوی به کدام یک از موارد ذیل است در صورتیکه } \frac{1}{3^{-x}} = 5 \text{ باشد :}$$

$$144 \quad (1) \quad 169 \quad (2) \quad 225 \quad (3) \quad 175 \quad (4)$$

$$-26 \text{ مقدار } x \text{ در افاده } 2^{x+4} + 2^{x+1} + 2^x = 304 \text{ عبارت است از :}$$

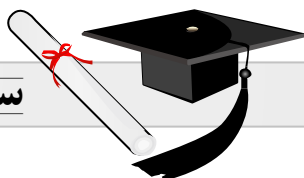
$$3 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

$$-27 \text{ اگر } x^a = \sqrt{5} \text{ باشد پس مقدار } x^{-4a} \text{ مساوی است به :}$$

$$\frac{1}{125} \quad (1) \quad \frac{1}{25} \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad \frac{1}{5} \quad (4)$$

$$-28 \text{ مقدار } a \text{ در } 0,00758 = 75,8 \cdot 10^{-a} \text{ مساوی است به :}$$

$$4 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad -5 \quad (4)$$



29- مقدار x در افاده $15^{12} \cdot 625^x = 3^{12}$ برابر است به :

$$(1) -2 \quad (2) -5 \quad (3) -6 \quad (4) -3$$

30- حاصل $(2^5 + 2^6) 2^{-4}$ مساوی است به :

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 8 \quad (4) 6$$

31- اگر $x \neq 0$ باشد مقدار $\left(\frac{4x^a}{x^{b+1}}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^b}{2x^{a-1}}\right)^2$ برابر است به :

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 4x \quad (4) 2x$$

32- حاصل $\frac{2^{24}(3^{44} - 3^{22})}{6^{22}(3^{11} + 1)(3^{11} - 1)}$ عبارت است از :

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) 5$$

33- $\frac{(-1)^3 \cdot (-2)^3}{(-4)^3}$ مساوی است به :

$$(1) 8 \quad (2) \frac{1}{8} \quad (3) -\frac{1}{8} \quad (4) -\frac{1}{64}$$

34- مقدار $\frac{2^n \cdot 3^n}{6^{n+2}}$ برابر است به :

$$(1) 6 \quad (2) 36 \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{1}{36}$$

35- اگر $2^x = 3$ باشد پس مقدار 2^{2x+1} برابر است به :

$$(1) 1 \quad (2) 9 \quad (3) 27 \quad (4) 18$$

36- اگر $\left. \begin{matrix} 4^{a-1} = 2 \\ 2^{2b} = 4 \end{matrix} \right\}$ باشد مقدار a^{-b} برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{2}{3} \quad (3) \frac{4}{5} \quad (4) \frac{4}{3}$$

37- مقدار $\left[\left((a^{-1})^{-1} \right)^2 \right] : \left((-a^{-1})^{-1} \right)^{-2}$ عبارت است به :

$$(1) 1 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) 2$$

38- حاصل $\frac{(0,2)^7}{(0,04)^4}$ عبارت است از :

$$(1) 125 \quad (2) 25 \quad (3) 5 \quad (4) 1$$



39- حاصل افاده $(0,064)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$ برابر است به :

(1) 0,1 (2) 0,2 (3) 0,4 (4) 0,8

40- حاصل افاده $\frac{a^{22} + a^{15} + a^{13}}{a^{21} + a^{14} + a^{12}}$ برابر است به :

(1) a (2) a^2 (3) a^3 (4) a^4

41- اگر $A = 4^x + 4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ باشد پس مقدار $\frac{A}{5}$ برابر است به :

(1) x (2) x^2 (3) 4^x (4) x^4

42- حاصل $\frac{4 \cdot 2^{20} - 3 \cdot 2^{21}}{8^6}$ برابر است به :

(1) -8 (2) $-\frac{1}{8}$ (3) $-\frac{1}{64}$ (4) 8

43- اگر $a = \left(\frac{3}{5}\right)^m$ باشد بناءً $(0,6)^{3m-1}$ برابر است به :

(1) $\frac{5a}{3}$ (2) $\frac{5a^3}{3}$ (3) $\frac{5a^5}{3}$ (4) $\frac{5}{3a}$

44- اگر $x^{-m} = 2$ باشد پس مقدار $(x^{3m-3})^{-1}$ برابر است به :

(1) $8x$ (2) $8x^2$ (3) $8x^3$ (4) 8^x

45- $\frac{2}{1+3^{-a}} + \frac{2}{1+3^a} + 1$ برابر است به :

(1) 3 (2) 6 (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{1}{3}$

46- اگر $a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$ باشد پس $a^{\frac{2}{3}}$ مساوی است به :

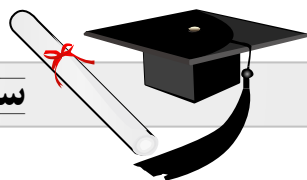
(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{1}{32}$ (3) 16 (4) 32

47- هرگاه $9^x = a$ باشد بناءً 3^{2x+1} برابر است به :

(1) a (2) $2a$ (3) $3a$ (4) $6a$

48- مقدار x در افاده $\frac{2^x}{3^{-x} + 3^{-x} + 3^{-x}} = 72$ برابر است به :

(1) 0 (2) 1 (3) 3 (4) 6



49- در افاده $2^{3x-1} + \frac{30}{2^{2-3x}} = 8$ قیمت x را بدست آورید.

(1) 1 (2) 2 (3) 0 (4) 4

50- در افاده $3^{x-1} + \frac{2}{3^{1-x}} = 81$ مقدار x برابر است به :

(1) 30 (2) 4 (3) 9 (4) 27

51- مقدار عددی افاده $\frac{3^3 - 3^2}{9} \cdot (2^{-3})^{-2}$ برابر است به :

(1) 32 (2) 64 (3) 128 (4) 256

52- حاصل $\left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-1} \right]^3$ مساوی است به :

(1) 16 (2) 8 (3) -8 (4) $(-2)^{-1}$

53- $(-a^3) \cdot (-a)^4 \cdot (-a)^5$ برابر است به :

(1) a^{12} (2) $-a^{12}$ (3) a^4 (4) a^{-3}

54- اگر $2^x = 3$ باشد پس مقدار 2^{2x+1} برابر است به :

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 18

55- اگر $2^{a-1} = 4$ باشد پس 4^{a-1} برابر است به :

(1) 16 (2) 2^{-2} (3) 2^{-3} (4) 2^{-4}

56- شکل ساده شده x^{2^3} کدام است ؟

(1) x^8 (2) x^6 (3) x^5 (4) x^{-5}

57- حاصل $\frac{12^3 + 12^3 + 12^3}{6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4}$ برابر است به :

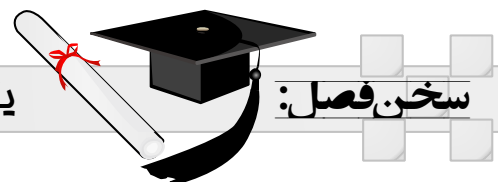
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

58- $\left(\frac{0,00048}{0,00012} \right)^{x-2} = \left(\frac{0,06}{0,03} \right)^{x+1}$ باشد در این صورت مقدار x برابر است به :

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

59- مقدار $\frac{x+2y}{x-y}$ در صورتی که $3^x = 32$, $9^y = 4$ باشد برابر است به :

(1) $\frac{4}{7}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{5}{3}$ (4) $\frac{7}{4}$



60- اگر $2^x = \frac{1}{y}$ باشد پس $16^{\frac{1-x}{4}}$ برابر است به :

$$(1) \frac{16}{y} \quad (2) \frac{4}{y} \quad (3) 16y \quad (4) 4y$$

61- هرگاه $(0,5)^{2x} = 3$ باشد پس $(0,25)^{2x}$ برابر است به :

$$(1) 9 \quad (2) 27 \quad (3) 3 \quad (4) 3^{-1}$$

62- اگر $4^{12} = x^x$ باشد پس مقدار x برابر با کدام یک از موارد ذیل است :

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 8 \quad (4) 6$$

63- حاصل $\frac{a^{x+y+3} - a^{x+3}}{a^{x+y} - a^x}$ برابر است به :

$$(1) a \quad (2) a^2 \quad (3) a^3 \quad (4) a^x$$

64- مقدار $3^{x+3} - 3^{x+2} - 3^{x+1}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است در صورتیکه $3^{x-1} = m$ باشد :

$$(1) 7m \quad (2) 15m \quad (3) 34m \quad (4) 45m$$

65- مقدار عددی $(-2)^{-3} \cdot (-2)^{-1} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^2$ برابر است به :

$$(1) -2 \quad (2) 2^{-5} \quad (3) 2^{-6} \quad (4) 2^{-2}$$

66- $\left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{3}} \right)^{-4} \right]^2$ برابر است به :

$$(1) -\frac{1}{243} \quad (2) 3^8 \quad (3) \frac{1}{128} \quad (4) -\frac{1}{81}$$

67- مقدار $\frac{2^{13} + 2^{14} + 2^{15}}{2^{11} + 2^{12} + 2^{13}}$ برابر است با:

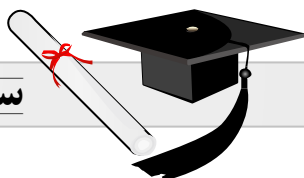
$$(1) 4 \quad (2) 8 \quad (3) 10 \quad (4) 32$$

68- حاصل $\frac{44 \cdot 10^{-4} + 10^{-2}}{1,44 \cdot 10^{-2}}$ برابر است با:

$$(1) 10^{-4} \quad (2) 10^{-2} \quad (3) 1 \quad (4) 10$$

69- حاصل $\frac{44 \cdot 10^{-7} - 9 \cdot 10^{-7} + 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-7}}$ عبارت است از:

$$(1) 1 \quad (2) 5 \quad (3) 9 \quad (4) 10$$



70- حاصل $\left[(-2)^3\right]^2 \cdot (-1/2)^{-3} \cdot \left[-2^2\right]^{-3}$ برابر است با:

- (1) 8 (2) $-1/8$ (3) -2^{15} (4) 2^{15}

71- مقدار $(-2)^{-4} \cdot (-2^{-4}) \cdot (-6^4) \cdot (-6)^4$ برابر است با:

- (1) -3^8 (2) 3^8 (3) 3^{12} (4) -3^{-12}

72- حاصل کسر $\frac{5 \cdot 2^{10} + 3 \cdot 2^{10} + 2^{10} + 7 \cdot 2^{10}}{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}$ برابر است با:

- (1) $1/4$ (2) 4 (3) $9/2$ (4) 6

73- حاصل کسر $\frac{3^{2x-5}}{3^{4-2x}}$ برابر است با:

- (1) 3^{4x+1} (2) 3^9 (3) 3^{-9} (4) 3^{4x-9}

74- حاصل عبارت $\frac{(-0,5)^{-2}}{(-3)^2} \cdot \frac{(0,2)^{-3}}{(3)^{-2}}$ برابر است با:

- (1) -125 (2) 125 (3) -250 (4) -500

75- حاصل عبارت $25^0 + 0,25^{1/2} - 8^{1/3} \cdot 4^{-1/2} + 0,027^{1/3}$ برابر است با:

- (1) 0,3 (2) 0,5 (3) 0,7 (4) 0,8

76- افاده $(-2)^5 \cdot (-2^{-2}) \cdot (-2)^{-4} \cdot (2^{-1})^{-3}$ برابر است با:

- (1) 4 (2) -4 (3) 8 (4) 16

77- اگر $(-5)^{3x-1} = 1$ باشد قیمت $6x+5$ برابر است با:

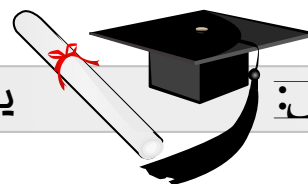
- (1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9

78- اگر $2^{m-1} = 3$ باشد پس 4^{m+1} مساوی است با:

- (1) 24 (2) 36 (3) 72 (4) 144

79- کدام x در رابطه $(243)^{x-1} = 27$ صدق می کند؟

- (1) 6 (2) $3/5$ (3) $8/3$ (4) $8/5$



80- اگر $2^{x+4} = 4$ باشد افاده 2^{1-2x} مساوی است به:

- (1) 4 (2) 5 (3) 8 (4) 32

81- اگر $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$ باشد x برابر است با:

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

82- اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-4} = 25^{-x+1}$ باشد، x برابر است با:

- (1) -2 (2) 0 (3) 1 (4) 24

83- اگر $(2a-6)^2 + (b+5)^2 = 0$ باشد قیمت $a-b$ برابر است با:

- (1) -15 (2) -2 (3) 8 (4) 12

84- اگر $a = 25^{6x-3} + 3$ و $b = 125^{3-4x} - 2$ باشد حاصل ضرب $(a-3)(b+2)$ برابر است با:

- (1) $1/5$ (2) 1 (3) 5 (4) 125

85- حاصل افاده $\frac{3^{x-3}}{27^{x+1}} : \frac{9^{2-x}}{81^{x+4}}$ برابر است با:

- (1) 3^{4x+6} (2) 3^{4x+20} (3) 3^{6x+6} (4) 3^{6x+20}

86- حاصل افاده $(-a)^{12}(-a)^7(-a^{-12})(-a^{-7})$ برابر است با:

- (1) 1 (2) -1 (3) a (4) $-a$

87- حاصل افاده $\frac{25^{3a+2} \cdot 5^{3a+1}}{125^{3a+1}}$ برابر است با:

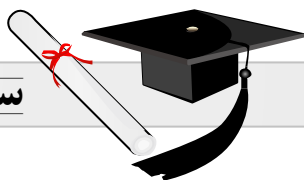
- (1) $1/5$ (2) 1 (3) 5 (4) 25

88- در افاده $\frac{3^{a+3}}{81} = 27^{5-b}$ رابطه a و b کدام است؟

- (1) $a+b=8$ (2) $3a+3b=12$ (3) $2a+3b=14$ (4) $a+3b=16$

89- اگر $9^{2x+1} + 8 \cdot 3^{4x} = 153$ باشد، x برابر است با:

- (1) 2 (2) 3 (3) $1/2$ (4) $7/2$



90- اگر $16^a \cdot 8^{a+2} \cdot 4^{2a+1} \cdot 2^{3a+5} = 64$ باشد a برابر است با:

- (1) $1/2$ (2) $-1/2$ (3) 1 (4) -1

91- اگر $17^a = 81$ و $(289)^b = 3$ باشد، افاده a/b برابر است با:

- (1) 2 (2) 3 (3) 6 (4) 8

92- اگر $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c = (625)^{0,25} (1000)^{0,4} (0,004)^{0,4}$ باشد حاصل $a+b+c$ برابر است با:

- (1) $4/5$ (2) 1 (3) $9/5$ (4) $12/5$

93- اگر $10^{a+2b-7} = 11^{3a+2b-13}$ باشد نسبت a/b برابر است با:

- (1) $1/2$ (2) $3/2$ (3) 2 (4) $5/7$

94- اگر $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^m$ باشد حاصل $\frac{1}{a^{m+2}} + \frac{1}{a^{m-2}}$ برابر است با:

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

95- اگر $\frac{45^a + 55^a + 65^a}{9^a + 11^a + 13^a} = 0,04$ باشد قیمت a برابر است با:

- (1) -5 (2) -4 (3) -3 (4) -2

96- حاصل $\frac{3^{a+7} - 3^{a+3}}{20 \cdot 3^{a+3}}$ برابر است با:

- (1) 5 (2) 4 (3) 3 (4) 2

97- حاصل $\frac{(-a)^{-5} \cdot (-a^{-3})^{-2} \cdot (-a^{-2})^{-3}}{(-a^{-2})^{-3} \cdot (-a)^{-5}}$ برابر است با:

- (1) 1 (2) a^{-6} (3) a^6 (4) $-a^3$

98- حاصل $\frac{3^{n+3} \cdot 4^{n-2}}{6^n \cdot 2^n}$ برابر است با:

- (1) $3/4$ (2) $9/8$ (3) $27/16$ (4) $16/27$

99- حاصل $\frac{5^a + 5^{a+1} + 5^{a+2}}{5^a + 5^{a-1} + 5^{a-2}}$ برابر است با:

- (1) 5^a (2) 5^{a+2} (3) 5 (4) 25



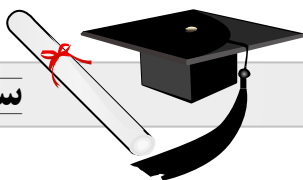
100- عدد 4^{5x+7} چند برابر عدد 2^{10x+9} می باشد؟

4 (4

8 (3

26 (2

32 (1



خود را بیازمایید!



حاصل افاده‌های زیر را دریافت کنید.

- 1) $3^{3^3} \times (3^3)^3 \times 27^{27} = ?$
- 2) $20^n \times 4^{n+1} \times 15^n \times 3^{n+2} = ?$
- 3) $4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 4^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 4^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 \times \dots \times 4^{10} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{20} = ?$
- 4)
$$\frac{3^{n+7} \times \left(\frac{a}{b}\right)^n \times (a^{2m} + a^{2m} + a^{2m})}{3^{2^3} \times (b^2)^m} = ?$$

(5) ثلث عدد $27^{50} \times 81$ را دریافت کنید.

(6) اگر $A = 3^{2^5}$ باشد حاصل $81A^2$ را دریافت کنید.

(7) اگر $2^x = 9$ باشد حاصل افاده $\frac{2^{x+2} - 4^{x/2}}{8^{x+1}}$ را دریافت کنید.

(8) یک ورق کاغذ را از وسط قات می‌کنیم سپس کاغذ قات شده را دوباره از وسط قات می‌کنیم اگر این عمل را 10 بار انجام دهیم ضخامت کاغذ حاصل چند سانتی متر می‌شود (ضخامت کاغذ معمولی تقریباً 0,1 میلی متر است)

(9) یک بانک خصوصی در پایان هر سال 15% سود می‌دهد اگر کسی در این بانک حساب باز کند پس از 5 سال حساب بانکی او چند برابر می‌شود.

(10) اگر $\frac{16 \times 36^3 \times 27^{-1}}{125} = 2^a \times 3^b \times 5^c$ باشد حاصل $a + b + c$ چند خواهد بود؟

(11) حاصل افاده $\frac{1}{1+x^{n-2}} + \frac{1}{1+x^{2-n}}$ را دریافت کنید.

یا راهی فوادم یافت یا راهی فوادم سافت.



سخن فصل:

(12) حاصل افاده $3(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ را دریافت کنید.

(13) حاصل افاده $\frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^m \left(x - \frac{1}{y}\right)^n}{\left(y + \frac{1}{x}\right)^m \left(y - \frac{1}{x}\right)^n}$ را دریافت کنید.

(14) اگر $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ باشد افاده $\frac{ab+5bc+3ac}{(a+b+c)(a+b-c)}$ را دریافت کنید.

(15) حاصل افاده $\frac{3^{n+3} \cdot 4^{n-2}}{6^n \cdot 2^n}$ برابر است با:

(16) اگر $\frac{3^{a+3}}{43+38} = (19+8)^{5-b}$ باشد رابطه بین a و b چگونه است؟

(17) نصف عدد 8^{2n} را دریافت کنید.

(18) ثلث عدد 27^{2n-1} را دریافت کنید.

(19) ربع عدد 16^{n+1} را دریافت کنید.

(20) اگر $2^{3a+5} \cdot 4^{2a+1} \cdot 8^{a+2} \cdot 16^a = 64$ باشد a را دریافت کنید.

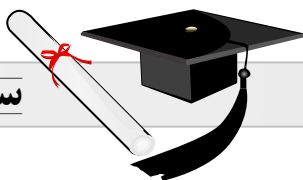
(21) اعداد $(0,5)^9$ ، 2^{-7} و $(0,25)^9$ را از بزرگتر به کوچکتر مرتب کنید.

(22) دو عدد $\underbrace{7^{16} \cdot 3^{17} \cdot 11^{17}}_b$ و $\underbrace{7^{20} \cdot 3^{16} \cdot 11^{15}}_a$ را با هم مقایسه کنید.

(23) اگر $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 28$ باشد x را دریافت کنید.

(24) اگر $5^x \cdot 3^{2x+1} \cdot 5^{x+1} = 1$ باشد x را دریافت کنید.

(25) اگر $3^{-a} = 5$ و $5^{-b} = 3$ باشد حاصل افاده $4^{ab}(2ab-1)^{1397}$ را دریافت کنید.



خود را بیازمایید!

جوابات

شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب
1	3^{117}	10	10	19	2^{4n+2}
2	$2^{4n+2} \times 5^{2n} \times 3^{2n+2}$	11	1	20	$a = -1/2$
3	1	12	$2^{32} - 1$	21	$2^{-7} > (0,5)^9 > (0,25)^9$
4	$3^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^{n+2m}$	13	$\left(\frac{x}{y}\right)^{m+n}$	22	$a > b$
5	3^{153}	14	3	23	$x = 2$
6	3^{68}	15	$27/16$	24	$x = -1/2$
7	$\frac{1}{8}$	16	$a + 3b - 16 = 0$	25	4
8	10, 24cm	17	2^{6n-1}		
9	$(1,15)^5$ برابر	18	3^{6n-4}		

جذر (Root)

در صورتیکه $a \in R$ ، $n \in N$ ، $n > 1$ باشد، منظور از جذر n ام a ($\sqrt[n]{a}$) دریافت یک عدد مانند b است طوری که اگر به توان n برسد عدد تحت جذر یعنی a حاصل شود:

$$\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$$

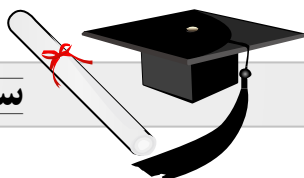
در این رابطه n را درجه جذر، a را افاده تحت جذر (مجذور) b را حاصل جذر (ریشه، Root) میگویند.

طریقه عمومی دریافت جذر مربع اعداد:

برای دریافت جذر مربع اعداد، ابتدا علامه جذر را ترسیم مینمائیم.
عدد داده شده را از طرف راست به طرف چپ دو، دو خانه جدا مینمائیم.
عددی را بدست می آوریم که در صورت مربع شدن مساوی و یا کم تر از عدد جدا شده ی سمت چپ باشد.
این عدد را به طرف چپ و بالای سمبول جذر مینویسیم و از عدد جدا شده مربع عدد را تفریق مینمائیم.
دو چند عدد طرف چپ را پایین نوشته و دو خانه بعدی را پایین مینمائیم عین عملیه را تکرار میکنیم.
نکته: عددی که سمت چپ قبلا دو چند شده است خودش پایین نوشته شده عدد جدید کنار آن دو چند شده آن را نیز پایین کنار آن مینویسیم. اگر عدد جدید دو چند شده از عدد 9 بزرگ شود رقم ده های آن با عدد قبلی که پایین نوشته شده است جمع میشود و رقم یکها در کنار آن قرار میگیرد.
اگر عددی که جذر آن مطلوب است اعشاری باشد به دو طرف علامه اعشار دو، دو خانه جدا میگرد و وقتی که به علامه اعشار رسیدیم آن را به حاصل جذر انتقال میدهیم.

مثال:

127	1 1 61 29 - 1 61 - 44 17 29 - 17 29 00 00
21,3	2 4 53,69 - 4 53 - 41 12 69 - 12 69 00 00



مثال: در یک صنف تعداد چوکی قطار ها و ردیف ها با هم مساوی است در صورتیکه مجموع چوکی ها 441 چوکی باشد تعداد چوکی در هر ردیف و قطار را معلوم نمائید؟

$$\begin{array}{r} 21 \\ 2 \overline{) 441} \\ \underline{- 4} \\ 41 \\ \underline{- 41} \\ 00 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{441} = 21$$

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

$$\sqrt[n]{1} = 1, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{-1} = -1, \quad n = 2k - 1$$

نکته:

قوانین جذر (properties of roots):

قانون 1: در صورتیکه $\sqrt[n]{a} = x$ باشد گفته می‌توانیم:

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$$

$$1) \quad \sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5^2 = 25$$

$$2) \quad \sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

مثال:

$$3) \quad \sqrt[n]{x^m} = b \Leftrightarrow b^n = x^m$$

قانون 2: برای خارج نمودن یک افاده از تحت جذر از رابطه ذیل استفاده می‌توانیم:

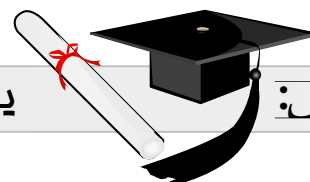
$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$1) \quad \sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$2) \quad \sqrt[n]{(x+y)^p} = (x+y)^{\frac{p}{n}}$$

مثال:

$$3) \quad \sqrt[12]{(x+y)^8} = (x+y)^{\frac{8}{12}} = (x+y)^{\frac{2}{3}}$$



نکته : هر عدد با توان کسری بیان کننده یک جذر است طوریکه صورت آن، توان عدد تحت جذر مخرج آن، نشان دهنده درجه جذر و قاعده عدد تحت جذر است.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$1) \quad 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}$$

$$2) \quad (x+y)^{\frac{m+n}{p}} = \sqrt[p]{(x+y)^{m+n}}$$

مثال:

قانون 3: در صورت تاق بودن درجه جذر و برابر بودن آن همراه توان مجذور رابطه ذیل صدق میکند:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$1) \quad \sqrt[3]{x^3} = x$$

$$2) \quad \sqrt[15]{(x+y)^{15}} = (x+y)$$

$$3) \quad \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

قانون 4: در صورت جفت بودن درجه جذر و برابر بودن آن همراه توان مجذور رابطه ذیل صدق میکند:

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|$$

$$1) \quad \sqrt[2]{x^2} = |x|$$

$$2) \quad \sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$$

$$3) \quad \sqrt[4]{(x+y)^4} = |x+y|$$

قانون 5: در صورت منفی بودن مجذور ($a < 0$) و جفت بودن درجه جذر ($n = 2k$) این جذر بیان کننده یک عدد موهومی است:

$$\sqrt[n]{a} \notin R$$

$$1) \quad \sqrt{-3} = \text{موهومی}$$

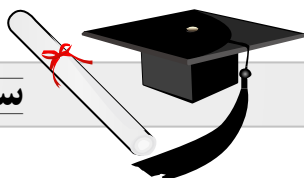
$$2) \quad \sqrt[4]{-8} = \text{موهومی}$$

نکته : در بخش اعداد موهومی $\sqrt{-1}$ و به حرف i نمایش داده میشود.

$$1) \quad \sqrt{-7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{7}i$$

$$2) \quad \sqrt{-25} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{25} = 5i$$

$$3) \quad x^2 = -25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-25} \Rightarrow x = \pm 5i$$



قانون 6: در صورت منفی بودن مجذور ($a < 0$) و تاق بودن درجه جذر ($n = 2k - 1$) این جذر بیان کننده یک عدد حقیقی است:

$$\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$$

مثال:

$$1) \sqrt[3]{-8} = -2 \quad 2) \sqrt[5]{-32} = -2 \quad 3) \sqrt[3]{-27} = -3$$

$$4) \frac{\sqrt[3]{(-3)^3} - \sqrt[6]{(-3)^6}}{-\sqrt{(-2)^2} - \sqrt[5]{-243}} = \frac{\sqrt[3]{(-3)^3} - \sqrt[6]{(-3)^6}}{-\sqrt{(-2)^2} - \sqrt[5]{(-3)^5}} = \frac{-3-3}{-2+3} = \frac{-6}{1} = -6$$

$$5) \frac{\sqrt{2.\bar{7}} + \sqrt{5.\bar{4}}}{\sqrt{0.\bar{1}} + \sqrt{0.\bar{4}}} = \frac{\sqrt{2+\frac{7}{9}} + \sqrt{5+\frac{4}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{4}{9}}} = \frac{\sqrt{\frac{25}{9}} + \sqrt{\frac{49}{9}}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{3} + \frac{7}{3}}{\frac{3}{3}} = \frac{12}{3} = 4$$

$$6) \sqrt{0.25} + \sqrt{1.21} + \sqrt{1.44} = ? \Rightarrow \sqrt{(0.5)^2} + \sqrt{(1.1)^2} + \sqrt{(1.2)^2} = 0.5 + 1.1 + 1.2 = 2.8$$

قانون 7: با قرار گرفتن یک جذر تحت یک جذر دیگر، جذرالجذر حاصل میشود برای ساده نمودن یک جذر الجذر از رابطه ذیل حاصل میشود:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a} \quad \sqrt[n]{a.\sqrt[m]{b}.\sqrt[p]{c}} = \sqrt[n.m.p]{a^{m.p}.b^p.c}$$

$$1) \sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5} \quad 2) \sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt[12]{2^{2 \cdot 4} \cdot 3} = \sqrt[12]{2^8 \cdot 3}$$

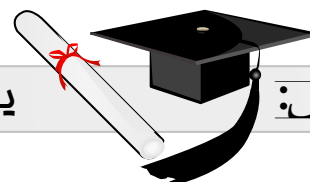
مثال:

$$3) \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = \sqrt[2.2.2]{2} = \sqrt[8]{2} \quad 4) \sqrt[n]{a^m \cdot \sqrt[p]{x} \cdot \sqrt[l]{y}} = \sqrt[m.p.l]{a^{m.p.l} \cdot x^l \cdot y}$$

$$5) 2\sqrt{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{2^{10}} = \sqrt[3]{2^5} \quad 6) \sqrt{3\sqrt[3]{3}\sqrt{3}} = \sqrt[12]{3^9} = \sqrt[4]{3^3}$$

قانون 8: در ضرب جذور هم درجه از رابطه ذیل استفاده مینمائیم:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$



در حالت کلی بر عکس رابطه فوق همیشه برقرار نمی باشد، بطور مثال:

$$\sqrt{(-2)(-3)} \neq \sqrt{-2} \times \sqrt{-3}$$

مثال :

$$1) \quad \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{xy^2} \quad 2) \quad \sqrt[3]{-8 \cdot 27} = \sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{27} = -2 \times 3 = -6$$

نکته : در رابطه $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ در صورتیکه n جفت باشد باید $a, b \geq 0$.

قانون 9 : قانون ضرب جذر ها در صورتیکه درجه جذر ها برابر نباشد از رابطه ذیل استفاده میکنیم :

$$\sqrt[m]{a^n} \times \sqrt[p]{a^k} = \sqrt[m \cdot p]{a^{m \cdot k + n \cdot p}}$$

مثال :

$$1) \quad \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[20]{x^{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5}} = \sqrt[20]{x^{23}} = \sqrt[20]{x^{20} \cdot x^3} = \sqrt[20]{x^{20}} \cdot \sqrt[20]{x^3} = |x| \cdot \sqrt[20]{x^3}$$

$$2) \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{108}$$

$$3) \quad \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[10]{2^8} \cdot \sqrt[10]{2^5} = 2\sqrt[10]{8}$$

قانون 10 : در صورت برابر بودن جذور در تقسیم جذور از رابطه ذیل استفاده میکنیم :

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

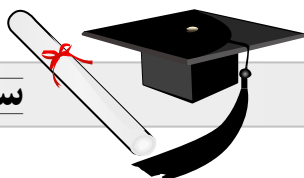
مثال :

$$1) \quad \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{32}} = \sqrt[4]{\frac{2}{32}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} \quad 2) \quad \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{2}{3}$$

نکته : در قانون $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ در صورت جفت بودن درجه جذر باید $a > 0, b > 0$

$$\frac{\sqrt[4]{-5}}{\sqrt[4]{-10}} \neq \sqrt[4]{\frac{-5}{-10}}$$

مثال :



قانون 11: درجه جذر و توان تحت جذر را میتوانیم به یک عدد ثابت ضرب یا تقسیم نماییم.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \quad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[\frac{n}{k}]{a^{\frac{m}{k}}}$$

مثال:

$$1) \quad \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[3]{x^2} \quad 2) \quad \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{x^5} \quad 3) \quad \sqrt[2]{x^{\frac{3}{5}}} = \sqrt[10]{x^3}$$

قانون 12: برای جمع و تفریق جذور مشابه کافی است ضرایب عددی آن را جمع و تفریق نماییم:

$$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} + c \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b + c) \cdot \sqrt[n]{x}$$

مثال:

$$3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (3 - 7 + 3)\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

نکته: در صورتیکه اعداد تحت جذر یکسان نباشد ابتدا جذور را ساده مینماییم:

مثال:

$$1) \quad 2\sqrt{50} - 3\sqrt{200} + 7\sqrt{72} = ? \quad 2) \quad 5\sqrt{27} - 3\sqrt{300} + 5\sqrt{75} = ?$$

$$10\sqrt{2} - 30\sqrt{2} + 42\sqrt{2} = 22\sqrt{2} \quad 15\sqrt{3} - 30\sqrt{3} + 25\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

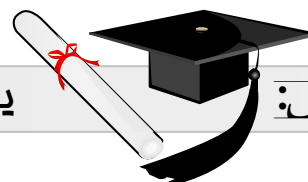
قانون 13: برای انتقال ضریب عددی یک جذر به تحت جذر: کافی است آنرا به توان درجه جذر رسانده در حالت

ضرب با تحت جذر قرار دهیم:

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} \quad \frac{1}{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{b}{a^n}}$$

مثال:

$$1) \quad 3\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{243} \quad 2) \quad \frac{1}{2} \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$$



نکته : در صورتیکه درجه جذر جفت باشد و ضریب عددی جذر منفی باشد ، منفی را قبل از جذر نگه میداریم و قیمت مطلقه عدد را به تحت جذر انتقال میدهیم.

$$a < 0, n = 2k \Rightarrow a.\sqrt[n]{x} = -\sqrt[n]{|a|^n \cdot x}$$

$$1) -3\sqrt[4]{x} = -\sqrt[4]{3^4 \cdot x}$$

$$2) -2\sqrt{5} = -\sqrt{2^2 \cdot 5} = -\sqrt{20} \quad \text{مثال}$$

نکته : در صورتیکه درجه جذر تاق باشد فرقی نمیکند ضریب جذر مثبت یا منفی باشد آنرا به طور کامل به تحت جذر انتقال میدهیم.

$$1) -3\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{(-3)^3 \cdot x}$$

$$2) -2\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{(-2)^5 \cdot 3}$$

قانون 14 : قانون ساده نمودن جذر مرکب :

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}} \Rightarrow C^2 = A^2 - B$$

$$A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 - \sqrt{48}} \Rightarrow C^2 = A^2 - B = 49 - 48 = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{7+1}{2}} - \sqrt{\frac{7-1}{2}}$$

$$A = \sqrt{\frac{8}{2}} - \sqrt{\frac{6}{2}} = 2 - \sqrt{3}$$

نکته : روش ساده تر برای ساده نمودن جذر های مرکب :

$$\left. \begin{array}{l} m+n=a \\ m \cdot n=b \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

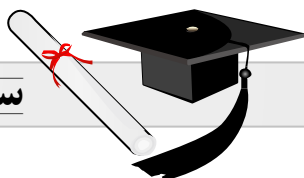
$$\left. \begin{array}{l} m+n=a \\ m \cdot n=b \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{a-2\sqrt{b}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$$

مثال :

$$1) \sqrt{4+2\sqrt{3}} = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} m+n=4 \\ m \cdot n=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} m=3 \\ n=1 \end{array}$$

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \sqrt{1} = \sqrt{3} + 1$$



$$2) \quad \sqrt{9-4\sqrt{5}} = ?$$

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{9-2\sqrt{20}}$$

$$\left. \begin{array}{l} m+n=9 \\ m \cdot n=20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m=5 \\ n=4 \end{array} \right\} \quad \sqrt{5}-\sqrt{4}=\sqrt{5}-2$$

قانون 15 : ناطق سازی جذور : منظور از ناطق سازی در قسمت جذر ها این است که مخرج یک کسر را از حالت جذری خارج نماییم برای ناطق سازی جذور از روابط ذیل استفاده میکنیم :

$$1) \quad \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{b}$$

$$2) \quad \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a \cdot (\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

$$3) \quad \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a \cdot (\sqrt{b} + \sqrt{c})}{b - c}$$

$$4) \quad \frac{a}{b - \sqrt{c}} = \frac{a \cdot (b + \sqrt{c})}{b^2 - c}$$

$$5) \quad m < n \rightarrow \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

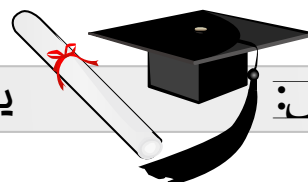
مثال :

$$1) \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$2) \quad \frac{13}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{13(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{13(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3}$$

$$3) \quad \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{7 - 3} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{4}$$

$$4) \quad \frac{5}{\sqrt{3} + 3} = \frac{5(\sqrt{3} - 3)}{3 - 9} = \frac{5(\sqrt{3} - 3)}{-6} = \frac{-5(\sqrt{3} - 3)}{6}$$



$$5) \quad \frac{3}{\sqrt[5]{16}} = \frac{3}{\sqrt[5]{2^4}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{3}{2} \sqrt[5]{2}$$

$$6) \quad \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{2}$$

$$7) \quad \frac{3}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{3}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$$

بیشتر بدانید!



6) ناطق سازی کسرهایی که در مخرج آنها بیشتر از دو جذر موجود باشد.

- در این حالت جذرهایی که در مخرج شامل هستند را به دو گروه تقسیم کرده به طوری که در هر گروه 2 یا 1 جذر وجود داشته باشد سپس صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

مثال‌ها:

$$1) \quad \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \frac{[\sqrt{5} - (\sqrt{2} - \sqrt{3})]}{[\sqrt{5} - (\sqrt{2} - \sqrt{3})]} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{5 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} =$$

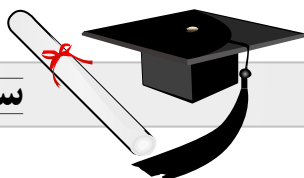
$$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{5 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2})}{12}$$

$$2) \quad \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - \sqrt{2}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2})}{(5 + 2\sqrt{15} + 3) - 2} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2})}{6 + 2\sqrt{15}} \times \frac{6 - 2\sqrt{15}}{6 - 2\sqrt{15}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2})(6 - 2\sqrt{15})}{-24}$$

$$3) \quad \frac{3 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}} = \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 5}$$

$$= \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{6 + 2\sqrt{12} + 2 - 5} = \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{3 + 2\sqrt{12}} = \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{(3 + 4\sqrt{3})} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$$



$$\begin{aligned}
 4) \quad \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1} &= \frac{2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})+1} \times \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})-1}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})-1} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-1} \\
 &= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)}{4-2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{2-\sqrt{6}} \times \frac{2+\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)(2+\sqrt{6})}{4-6} \\
 &= -\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)(2+\sqrt{6})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \quad \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}+1} &= \frac{1}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{7}+1)} \times \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{7}+1)} \\
 &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{7}-1}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{7}+1)^2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{7}-1}{8+2\sqrt{15}-8-2\sqrt{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{7}-1}{2(\sqrt{15}-\sqrt{7})} \times \frac{(\sqrt{15}+\sqrt{7})}{(\sqrt{15}+\sqrt{7})} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{7}-1)(\sqrt{15}+\sqrt{7})}{16}
 \end{aligned}$$

بیشتر بدانید!



7) ناطق سازی کسرهایی که مخرج آنها شامل $\sqrt[3]{a} \mp \sqrt[3]{b}$ یا $\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشند.

- اگر مخرج شامل $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ باشد صورت و مخرج را در $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ضرب می کنیم.

- اگر مخرج شامل $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ باشد صورت و مخرج را در $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ضرب می کنیم.

- اگر مخرج شامل $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشد صورت و مخرج را در $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ ضرب می کنیم.

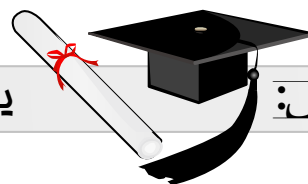
- اگر مخرج شامل $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشد صورت و م مخرج را در $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ ضرب می کنیم.

مثال ها:

$$1) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}}{5+2} = \frac{1}{7}(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})$$

$$2) \quad \frac{2}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3}} = \frac{2}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9}} = \frac{2(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})}{7-3} = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})$$

یا راهی فوادم یافت یا راهی فوادم سافت.



سخن فصل:

$$3) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - (1)^3} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{2} - 1$$

$$4) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3 \times 2} + \sqrt[3]{2^2}} \times \frac{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})}{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{3 - 2} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$$

$$5) \quad \frac{7}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = \frac{7}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16}} = \frac{7(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16})}{(\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt[3]{4})^3} = \frac{7(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16})}{7} = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16}$$

$$6) \quad \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}}{3 - \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}}{3 - \sqrt[3]{4}} \times \frac{(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{16})}{(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{16})}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{16})}{27 - 4} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{16})}{23}$$

بیشتر بدانید!



8) استفاده از تجزیه مخرج برای ناطق سازی کسرها:

گاهی مخرج کسرها قابل تجزیه می‌باشد که در این صورت، مخرج به عامل‌های ساده‌تری تبدیل شده و امکان ناطق سازی کسرها میسر می‌شود.

مثال‌ها:

$$1) \quad \frac{1}{\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{16 \times 2} + \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}} = \frac{1}{4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$2) \quad \frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{10} + \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + 2}$$

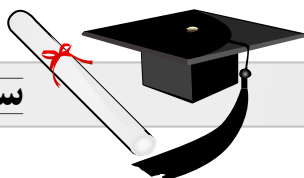
$$\sqrt{15} + \sqrt{10} + \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + 2 = (\sqrt{15} + \sqrt{10} + \sqrt{5}) + (\sqrt{6} + \sqrt{2} + 2)$$

$$= \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1) + \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1) = (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1 + \sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})[(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{3}]} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})[(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{3}]}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})[(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{3}]} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})[(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{3}]}{3[(\sqrt{2} + 1)^2 - 3]}$$

$$= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})[(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{3}]}{6\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1)}{12}$$

نکته: هرگاه در مخرج کسر دو یا سه حد موجود باشد و درجه جذور سه باشد از مطابقت های ذیل استفاده میکنیم:



$$1) \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$2) \quad a + b = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$$

$$3) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$4) \quad a - b = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$$

مثال :

$$1) \quad \frac{5}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{5}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

$$2) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

$$3) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$$

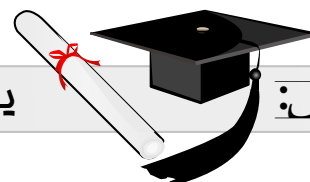
$$4) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{1^2} + \sqrt[3]{x \times 1}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{1^2} + \sqrt[3]{x \times 1}} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{3})^3 - 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x - 1}$$

19- در صورتیکه توان عدد تحت جذر منفی باشد برای رفع نمودن علامه منفی آنرا معکوس مینماییم.

$$\sqrt[n]{a^{-m}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

مثال :

$$3) \quad \sqrt[13]{x^{-3}} = \frac{1}{\sqrt[13]{x^3}}$$



قانون 18: در صورتیکه یک جذر دارای توان کل باشد برای ساده نمودن آن از روابط ذیل استفاده میکنیم:

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \begin{cases} \sqrt[n]{a^{m \cdot p}} \\ \sqrt[\frac{n}{p}]{a^m} \end{cases}$$

مثال:

$$1) \left(\sqrt[3]{5^2}\right)^4 = \begin{cases} \sqrt[3]{5^{2 \cdot 4}} = \sqrt[3]{5^8} \\ \sqrt[\frac{3}{4}]{5^2} \end{cases} \quad 2) \left(\sqrt[6]{x^7}\right)^3 = \begin{cases} \sqrt[6]{x^{7 \cdot 3}} = \sqrt[6]{x^{21}} \\ \sqrt[\frac{6}{3}]{x^7} = \sqrt{x^7} \end{cases}$$

قانون 19: برای ساده نمودن جذور متوالی در حالت ضرب از رابطه ذیل استفاده میشود.

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \dots}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\underbrace{\sqrt[n]{a \sqrt[n]{a \sqrt[n]{a} \dots \sqrt[n]{a}}}}_{n \text{ times}} = \sqrt[n]{a^{2^n - 1}} \quad a \geq 0$$

مثال:

$$\sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4} \dots}} = \sqrt[3]{4} = \sqrt{4} = 2$$

قانون 20: برای ساده نمودن جذور متوالی در حالت تقسیم از رابطه ذیل استفاده میشود.

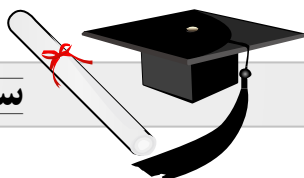
$$\sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a} \dots}} = \sqrt[n+1]{a}$$

$$\sqrt[2]{8 : \sqrt[2]{8 : \sqrt[2]{8} \dots}} = \sqrt[2+1]{8} = \sqrt[3]{8} = 2$$

مثال:

قانون 21: برای ساده نمودن تفاضل جذور متوالی از رابطه ذیل استفاده مینماییم:

$$a > 0 \quad \sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}} = \frac{-1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$$



$$\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(6)}}{2} = 2$$

مثال :

قانون 22 : برای ساده نمودن جذور متوالی در حالت جمع از رابطه ذیل استفاده میکنیم.

$$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$$

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(12)}}{2} = \frac{1 + \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4$$

مثال :

مثالهای کاربردی (تطبیقات) قوانین جذر

$$1) \quad \sqrt[3]{3^{x+6}} + 9 \cdot \sqrt[3]{8 \cdot 3^x} = 9 \rightarrow x = ?$$

$$\sqrt[3]{3^{x+6}} + 9 \cdot \sqrt[3]{8 \cdot 3^x} = 9 \Rightarrow 3^2 \cdot \sqrt[3]{3^x} + 2 \cdot 9 \cdot \sqrt[3]{3^x} = 9 \Rightarrow 27 \sqrt[3]{3^x} = 9$$

$$3^{\frac{x}{3}} = 3^{-1} \Rightarrow \frac{x}{3} = -1 \Rightarrow x = -3$$

$$2) \quad x+3 \sqrt{x-3} \sqrt{81} = 4\sqrt{3} \rightarrow x = ?$$

$$x^2 - 9 \sqrt{81} = 4\sqrt{3} \Rightarrow 3^{\frac{4}{x^2-9}} = 3^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{4}{x^2-9} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - 9 = 16$$

$$x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$3) \quad (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = ? \Rightarrow (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{7 + 2\sqrt{12}}$$

$$= (2 - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{4} + \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$$

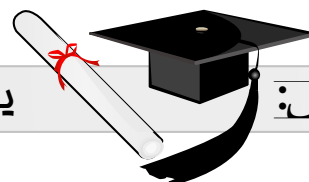
$$4) \quad \sqrt{14 + 8\sqrt{3}} = 2\sqrt{2} + b \rightarrow 2\sqrt{3} \cdot b = ?$$

$$\sqrt{14 + 2 \cdot 4\sqrt{3}} = 2\sqrt{2} + b \Rightarrow \sqrt{14 + 2 \cdot \sqrt{48}} = 2\sqrt{2} + b \Rightarrow \sqrt{8} + \sqrt{6} = \sqrt{8} + b$$

$$b = \sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{3} \cdot b = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{18} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$5) \quad \sqrt{5} = x \rightarrow \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = ?$$

$$\sqrt{9 - 2 \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{9 - 2\sqrt{20}} = \sqrt{5} - \sqrt{4} = x - 2$$



$$6) \quad \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} = ? \Rightarrow \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \right)$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$7) \quad \sqrt{40} + \sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{a\sqrt{40}}{20} \rightarrow a = ?$$

$$\sqrt{40 \cdot \frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 5}} - \sqrt{\frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 5}} = \frac{a\sqrt{40 \cdot \frac{2}{5}}}{20} \Rightarrow \sqrt{16} + \frac{2}{5} - \sqrt{1} = \frac{4 \cdot a}{20}$$

$$3 + \frac{2}{5} = \frac{a}{5} \Rightarrow a = 17$$

$$8) \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \dots \sqrt{n} = 2\sqrt{30} \rightarrow n = ?$$

$$\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots n} = \sqrt{4 \cdot 30} \Rightarrow \sqrt{n!} = \sqrt{120} \Rightarrow n! = 120 \Rightarrow n! = 5! \Rightarrow n = 5$$

$$9) \quad \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} = ? \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$$

$$10) \quad \frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = ? \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1} + \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} - \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \sqrt{5}+1 + \sqrt{2}+1 - \sqrt{5}-\sqrt{2} = 2$$

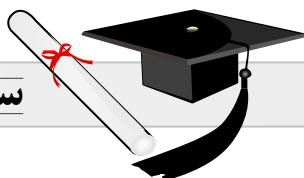
$$11) \quad a \cdot b = 9 \rightarrow \sqrt{a - \frac{3}{b}} \cdot \sqrt{b - \frac{3}{a}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{ab-3}{b}} \cdot \sqrt{\frac{ab-3}{a}} = \sqrt{\frac{6}{b}} \cdot \sqrt{\frac{6}{a}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$$

$$12) \quad \sqrt{x+1} \sqrt{x-1} \sqrt{81} = \sqrt{3} \rightarrow x = ?$$

$$\sqrt{x+1} \sqrt{x-1} \sqrt{81} = \sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 1 = \frac{1}{81} \Rightarrow x^2 = \frac{82}{81} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{82}{81}}$$

$$\frac{4}{x^2-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$



$$13) \sqrt{\frac{30}{2^{2-3x}}} + 2^{3x-1} = 8 \rightarrow x = ?$$

$$\sqrt{\frac{30}{2^{2-3x}}} + 2^{3x-1} = 8 \Rightarrow \sqrt{\frac{30 + 2^{3x-1+2-3x}}{2^{2-3x}}} = 8 \Rightarrow \sqrt{\frac{30 + 2^1}{2^{2-3x}}} = 8$$

$$\sqrt{\frac{32}{2^{2-3x}}} = 8 \Rightarrow \frac{32}{2^{2-3x}} = 64 \Rightarrow \frac{2^5}{2^{2-3x}} = 2^6 \Rightarrow 2^{5-2+3x} = 2^6$$

$$3 + 3x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$14) \sqrt{x^3 \sqrt{x^2}} = 32 \rightarrow x = ? \Rightarrow \sqrt{x^3 \sqrt{x^2}} = 32$$

$$\sqrt[6]{x^3 \cdot x^2} = 32 \Rightarrow x^{\frac{5}{6}} = 2^5 \Rightarrow x = 2^{5(\frac{6}{5})} \Rightarrow x = 2^6 = 64$$

$$35) \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{2} = ?$$

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$$

$$16) \sqrt{\frac{6^8 + 12^8}{6^8 + 3^8}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{6^8 + 12^8}{6^8 + 3^8}} = \sqrt{\frac{6^8 + 2^8 \cdot 6^8}{2^8 \cdot 3^8 + 3^8}} = \sqrt{\frac{6^8(1 + 2^8)}{3^8(1 + 2^8)}} = \sqrt{\frac{6^8}{3^8}} = \sqrt{2^8} = 2^4 = 16$$

$$17) 3\sqrt{147} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{108} = ?$$

$$3 \cdot \sqrt{147} + 2 \cdot \sqrt{75} - 5 \cdot \sqrt{108} = 3 \cdot \sqrt{49 \cdot 3} + 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 25} - 5 \cdot \sqrt{36 \cdot 3} \\ = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} - 5 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 21\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = (21 + 10 - 30)\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$18) 3\sqrt{40} - \sqrt{250} + \frac{20}{\sqrt{10}} = ?$$

$$3\sqrt{40} - \sqrt{250} + \frac{20}{\sqrt{10}} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 10} - \sqrt{25 \cdot 10} + \frac{20 \cdot \sqrt{10}}{10} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} - 5 \cdot \sqrt{10} + 2 \cdot \sqrt{10} \\ = 6\sqrt{10} - 5\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10} - 5\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = (6 - 5 + 2)\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$$

$$19) \quad 18\sqrt{\frac{8}{27}} - \sqrt{150} = ?$$

$$\begin{aligned} 18\sqrt{\frac{8}{27}} - \sqrt{150} &= 18 \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{\sqrt{9 \cdot 3}} - \sqrt{25 \cdot 6} = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} - 5\sqrt{6} \\ &= 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 5\sqrt{6} = 12 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - 5\sqrt{6} = -\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$20) \quad \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{25}{144}} \cdot \sqrt{\frac{16}{225}} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15} = \frac{20}{180} = \frac{1}{9}$$

$$21) \quad \frac{\sqrt{28} + \sqrt{63} + \sqrt{7}}{\sqrt{150} + \sqrt{24}} = ?$$

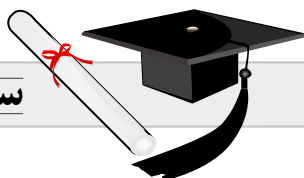
$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{28} + \sqrt{63} + \sqrt{7}}{\sqrt{150} + \sqrt{24}} &= \frac{\sqrt{4 \cdot 7} + \sqrt{9 \cdot 7} + \sqrt{7}}{\sqrt{6 \cdot 25} + \sqrt{4 \cdot 6}} = \frac{2 \cdot \sqrt{7} + 3 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7}}{5 \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{6}} = \frac{(2+3+1)\sqrt{7}}{(5+2)\sqrt{6}} \\ &= \frac{6\sqrt{7}}{7\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{6}}{7\sqrt{6} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{6}} = \frac{6 \cdot 7 \cdot \sqrt{6}}{7 \cdot 6 \cdot \sqrt{7}} = \sqrt{\frac{6}{7}} \end{aligned}$$

$$22) \quad \frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{8}{\sqrt{20}} - \sqrt{\frac{1}{5}} = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{8}{\sqrt{20}} - \sqrt{\frac{1}{5}} &= \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} - \frac{8\sqrt{20}}{20} - \frac{\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} \\ &= 2\sqrt{5} - \frac{5\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$23) \quad 3\sqrt{\frac{5}{4}} + 2\sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{\frac{125}{4}} = ?$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{1} + \frac{5\sqrt{125}}{2} = \frac{3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 5\sqrt{25 \cdot 5}}{2} = \frac{32\sqrt{5}}{2} = 16\sqrt{5}$$



$$24) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2 - \sqrt{2}}\right) = ?$$

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2 - \sqrt{2}}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2 - \sqrt{2}}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$25) \frac{\frac{2}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}} = ?$$

$$\frac{\frac{2}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}} = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2} + 1}{1}}} = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} - 1}} = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}} = \frac{2}{1 + 1} = 1$$

$$26) \sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = ?$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{-1} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$27) \frac{\sqrt{0,64} - \sqrt{1,96}}{\sqrt{0,36}} + 1 = ?$$

$$\frac{\sqrt{0,64} - \sqrt{1,96}}{\sqrt{0,36}} + 1 = \frac{\sqrt{(0,8)^2} - \sqrt{(1,4)^2}}{\sqrt{(0,6)^2}} + 1 = \frac{0,8 - 1,4}{0,6} + 1 = \frac{-0,6}{0,6} + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$28) \sqrt{(0,6)^{-1} \cdot 6^{-1}} : (1,3)^{-1} = ?$$

$$\sqrt{(0,6)^{-1} \cdot 6^{-1}} : (1,3)^{-1} = \sqrt{\left(\frac{6}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{6}} : \left(\frac{13-1}{9}\right)^{-1} = \sqrt{\frac{9}{6} \cdot \frac{1}{6}} : \frac{9}{12} = \sqrt{\frac{9}{36}} \cdot \frac{12}{9} = \frac{3}{6} \cdot \frac{12}{9} = \frac{2}{3}$$

$$29) \quad \sqrt{(-2)^{-4}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt[3]{-8} = ?$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(-2)^{-4}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt[3]{-8} &= \sqrt{\frac{1}{(-2)^4}} + 3 - \sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt{\frac{1}{16}} + 3 - (-2) = \frac{1}{4} + 3 + 2 \\ &= \frac{1}{4} + 5 = \frac{21}{4} = 5,25 \end{aligned}$$

$$30) \quad \frac{\sqrt{(-4)^2} + 3\sqrt{9} - \sqrt{(-3)^2}}{\sqrt{(-1)^2} + \sqrt{16}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{(-4)^2} + 3\sqrt{9} - \sqrt{(-3)^2}}{\sqrt{(-1)^2} + \sqrt{16}} = \frac{4 + 9 - 3}{1 + 4} = \frac{10}{5} = 2$$

$$31) \quad \begin{matrix} a = \sqrt{5} - 1 \\ b = \sqrt{5} + 1 \end{matrix} \rightarrow \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

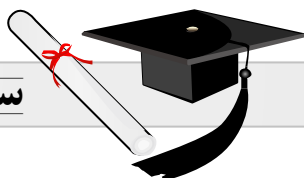
$$\frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{1}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{5-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{1}{\sqrt{5}+1} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$32) \quad \frac{\sqrt{0,81} + \sqrt{0,49}}{\sqrt{2,56} - \sqrt{1,44}} = ?$$

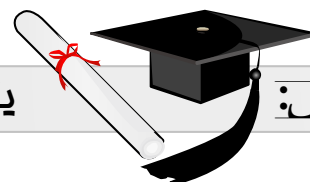
$$\frac{\sqrt{0,81} + \sqrt{0,49}}{\sqrt{2,56} - \sqrt{1,44}} = \frac{0,9 + 0,7}{1,6 - 1,2} = \frac{1,6}{0,4} = 4$$



$$33) \quad \left. \begin{array}{l} x = \sqrt{5} + 2 \\ y = \sqrt{5} - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = ?$$

$$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{5+4\sqrt{5}+4+5-4\sqrt{5}+4}{5-4} = 18$$

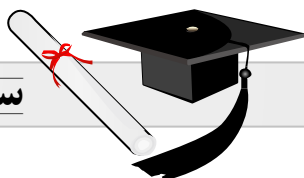
$$34) \quad \sqrt[5]{\frac{4^4 + 4^4 + 4^4 + 4^4}{3^9 + 3^9 + 3^9}} = ? \quad \Rightarrow \quad \sqrt[5]{\frac{4^4(4)}{3^9(3)}} = \sqrt[5]{\frac{4^5}{3^{10}}} = \frac{4}{9}$$



سوالات بفش (جذر)



- 1- حاصل عبارت $\sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{18}$ کدام است؟
- (1) 10 (2) 12 (3) $12\sqrt{2}$ (4) 100
- 2- عدد $\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ مساوی است به :
- (1) 1 (2) 2 (3) $\sqrt[8]{8}$ (4) $4\sqrt[3]{4}$
- 3- حاصل عبارت $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3}$ کدام است؟
- (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (3) 1 (4) $-\sqrt{3}$
- 4- حاصل $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ برابر است به :
- (1) $1-\sqrt{2}$ (2) $1+\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2}-1$ (4) $\sqrt{2}$
- 5- اگر $\sqrt{14+8\sqrt{3}} = 2\sqrt{2} + b$ باشد پس $2\sqrt{3}b$ برابر است به :
- (1) $\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $6\sqrt{2}$
- 6- اگر $\sqrt{5} = x$ باشد پس مقدار $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟
- (1) $x-1$ (2) $x+1$ (3) $x+2$ (4) $x-2$
- 7- اگر $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ باشد، x^2 برابر است با :
- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt[3]{2}$ (3) $\sqrt[3]{4}$ (4) 2
- 8- اگر $\sqrt[5]{1024} = a^2$ شود قمیت a را دریابید.
- (1) $\sqrt{2}$ (2) 2 (3) 4 (4) 8
- 9- $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ برابر است به :
- (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{3}$



10- حاصل $\frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ برابر است به :

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)

11- اگر $ab = 9$ باشد پس حاصل $\sqrt{a - \frac{3}{b}} \cdot \sqrt{b - \frac{3}{a}}$ برابر است به :

2 (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4)

12- افاده جذری $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ مساوی است به :

1 (1) $7(3-\sqrt{2})$ 2 (2) $7(3+\sqrt{2})$ 3 (3) $3+\sqrt{2}$ 4 (4) $3-\sqrt{2}$

13- مقدار x در $\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2} = 32$ عبارت است از :

1 (1) 6 (2) 8 (3) 16 (4) 64

14- قیمت $\sqrt[3]{\frac{54}{1,6 \times 10^{-2}}}$ عبارت است از :

1 (1) 15 (2) $\frac{2}{30}$ 3 (3) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ 4 (4) $\frac{9\sqrt{20}}{4}$

15- $3\sqrt{147} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{108}$ مساوی است به :

1 (1) 0 (2) $\sqrt{3}$ 3 (3) $2\sqrt{7}$ 4 (4) $-2\sqrt{7}$

16- حاصل $3\sqrt{40} - \sqrt{250} + \frac{20}{\sqrt{10}}$ برابر است به :

1 (1) $\sqrt{10}$ 2 (2) $3\sqrt{10}$ 3 (3) $5\sqrt{10}$ 4 (4) $2\sqrt{20}$

17- حاصل $\sqrt[4]{9} - \sqrt[6]{27}$ کدام است ؟

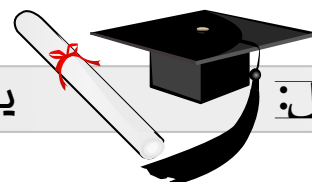
1 (1) $4\sqrt{3}$ 2 (2) $3\sqrt{3}$ 3 (3) $2\sqrt{3}$ 4 (4) صفر

18- حاصل $\frac{1}{2}\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ مساوی است به :

1 (1) 0 (2) -1 (3) $\sqrt{2}$ 4 (4) $2\sqrt{2}$

19- $\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}}$ برابر میشود به :

1 (1) 16 (2) $\frac{1}{3}$ 3 (3) $\frac{1}{9}$ 4 (4) $\frac{1}{9}$



20- حاصل $\frac{\sqrt{28} + \sqrt{63} + \sqrt{7}}{\sqrt{150} + \sqrt{24}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) 6 (2) $\sqrt{6}$ (3) $\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{\frac{6}{7}}$

21- $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} + \sqrt{0,0016}$ برابر میشود به :

(1) $\frac{21}{25}$ (2) $\frac{21}{35}$ (3) $\frac{25}{35}$ (4) $\frac{25}{45}$

22- $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ مساوی است به :

(1) 10 (2) $5 - \sqrt{15}$ (3) $5 + \sqrt{15}$ (4) $3 + \sqrt{3}$

23- حاصل $4\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{54} + 3\sqrt{\frac{2}{3}}$ برابر به کدام است :

(1) 0 (2) 6 (3) $\sqrt{6}$ (4) $-\sqrt{6}$

24- مقدار $\sqrt{1,44} - \sqrt{1,96} + \sqrt{\frac{49}{25}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) 1 (2) 1,2 (3) 0,2 (4) 0,9

25- حاصل $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2 - \sqrt{2}}\right)$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) 1 (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{2}$

26- کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

(1) $\sqrt{4} = 2$ (2) $\sqrt{16} = \pm 4$ (3) $\sqrt[3]{-8} = -2$ (4) $\sqrt[3]{27} = 3$

27- $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

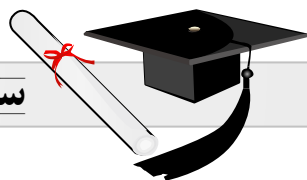
(1) 1 (2) 2 (3) 5 (4) $\sqrt{6}$

28- $\frac{10}{\sqrt[3]{25}}$ مساوی میشود به :

(1) $\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{5}$ (3) $\sqrt[3]{5}$ (4) $2\sqrt[3]{5}$

29- حاصل $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \frac{3}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}}$ برابر است به :

(1) 2 (2) 1 (3) -2 (4) $-2\sqrt{3}$



30- افاده جذری $\sqrt[3]{\frac{6}{7^{1-3x}} + \frac{7^{3x}}{7}}$ مساوی است به :

(1) 7 (2) 7^{2x} (3) 7^x (4) 7^{3x}

31- $\frac{\sqrt{\frac{0,4}{10}}}{\sqrt{0,04} - \sqrt{0,16}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

(1) -1 (2) 4 (3) 2 (4) 0,5

32- حاصل $\frac{\sqrt{0,64} - \sqrt{1,96}}{\sqrt{0,36}} + 1$ برابر است به :

(1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) -2

33- حاصل $\sqrt[16]{(-4)^4}$ چیست ؟

(1) $\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{2}$ (3) $\sqrt[4]{2}$ (4) 2

34- حاصل $\frac{\sqrt{7 + \frac{1}{9}}}{0,13}$ مساوی است به :

(1) 10 (2) 15 (3) 18 (4) 20

35- $\frac{2}{\sqrt[3]{8}}$ برابر است به :

(1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt[3]{4}$ (3) $\sqrt[3]{8}$ (4) $\sqrt[3]{16}$

36- حاصل $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$ برابر است به :

(1) $\sqrt[6]{6}$ (2) $\sqrt[6]{36}$ (3) $\sqrt[6]{48}$ (4) $\sqrt[6]{72}$

37- $\frac{\sqrt{(-4)^2 + 3\sqrt{9}} - \sqrt{(-3)^2}}{\sqrt{(-1)^2 + \sqrt{16}}}$ مساوی است به :

(1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 4

38- $\frac{\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ مساوی است به :

(1) 6 (2) $\sqrt[3]{2}$ (3) $2\sqrt[3]{2}$ (4) $3\sqrt[3]{2}$

39- اگر $x^a = \sqrt{5}$ باشد پس قیمت x^{-4a} برابر است به :

(1) 5 (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{25}$ (4) $\frac{1}{125}$



40- مقدار x در صورتی که $\sqrt{3^x + 72} = 3^x$ باشد برابر است به :

- (1) 1 (2) 2 (3) -1 (4) -2

41- در ست اعداد حقیقی حاصل $(\sqrt{2x})(\sqrt{8x})$ کدام است؟

- (1) $|4x|$ (2) $-12x$ (3) $\pm 12x$ (4) هیچکدام

42- حاصل $3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{16} - 4\sqrt[3]{54}$ برابر است به :

- (1) $\sqrt[3]{2}$ (2) $-\sqrt[3]{2}$ (3) $\sqrt[3]{3}$ (4) $-\sqrt[3]{3}$

43- $\frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{250}}$ برابر است به :

- (1) $\frac{4}{3}$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{3}{4}$

44- حاصل $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$ برابر است به :

- (1) $\frac{5}{6}$ (2) $-\frac{5}{6}$ (3) $\frac{5}{\sqrt{6}}$ (4) $-\frac{5}{\sqrt{6}}$

45- مقدار $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$ برابر میشود به :

- (1) $\sqrt[6]{8}$ (2) $\sqrt[6]{6}$ (3) $\sqrt[8]{8}$ (4) $\sqrt[8]{10}$

46- حاصل $\sqrt{12 + \sqrt{23 - \sqrt{46 + \sqrt{11 - \sqrt{4}}}}}$ برابر است به :

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

47- مقدار $\frac{\sqrt{3}}{4 - \frac{2}{2 - \sqrt{3}}}$ برابر است به :

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $-\frac{3}{4}$

48- حاصل $x - y$ در صورتی که $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$ باشد مساوی است به :

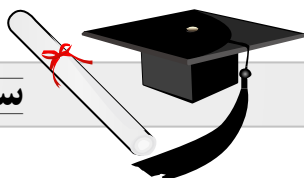
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

49- حاصل $\sqrt{2010.1998 + 36}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است :

- (1) 2000 (2) 2004 (3) 1999 (4) 1997

50- حاصل $(2 - \sqrt{3})^{40} (7 + 4\sqrt{3})^{20}$ کدام است؟

- (1) 1 (2) 4 (3) 2 (4) 3



51- مقدار x در صورتیکه $\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3^x}} = \frac{1}{243}$ باشد برابر است به :

- (1) -3 (2) -14 (3) -16 (4) -33

52- حاصل $(\sqrt{2}+1)(\sqrt[4]{2}+1)(\sqrt[4]{2}-1)$ برابر است با :

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}-1$ (3) 1 (4) 3

53- $\sqrt{1,69} - \sqrt[4]{0,0016} - 2\sqrt[3]{0,008} - \sqrt{0,04}$ مساوی به کدام یک از موارد ذیل است ؟

- (1) 0,5 (2) 0,6 (3) 0,7 (4) 0,9

54- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$ مساوی است به :

- (1) $\sqrt[3]{a}$ (2) $\sqrt[3]{a^2}$ (3) $\frac{\sqrt[3]{a}}{a}$ (4) $\sqrt{a}$

55- مقدار $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$ برابر است به :

- (1) $\sqrt[12]{2^8}$ (2) $\sqrt[12]{2^5}$ (3) $\sqrt[6]{2^5}$ (4) $\sqrt[4]{2^3}$

56- حاصل $\sqrt[4]{\frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2}}} \div x^{\frac{7}{12}}$ عبارت است از :

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

57- $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$ برابر به کدام یک از مقادیر ذیل است :

- (1) $2\sqrt[30]{2}$ (2) $2\sqrt[30]{7}$ (3) $2\sqrt[3]{5}$ (4) $2\sqrt[15]{3}$

58- افاده جذری $\left[\left(\sqrt[3]{3} \right)^{\sqrt{3}} \right]^{-2\sqrt{3}}$ مساوی است به :

- (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{3}$

59- $\frac{\sqrt{300} - 2\sqrt{27}}{\sqrt{75} - \sqrt{3}}$ برابر است به :

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $2\sqrt{3}$

60- عدد $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) \left(2^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \right)$ مساوی است به :

- (1) 9 (2) 18 (3) 27 (4) 36



61- حاصل $\frac{\sqrt{252}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{\frac{1}{3}}}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

- (1) 1 (2) 3 (3) 6 (4) 15

62- حاصل $\frac{4}{\sqrt{10+2\sqrt{21}}} + \sqrt{3}$ مساوی است به :

- (1) $\sqrt{7}$ (2) $6\sqrt{7}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{3}$

63- مقدار $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{7})^2 + (3\sqrt{7} + 2\sqrt{7})^2$ برابر است به :

- (1) 163 (2) 175 (3) 182 (4) 190

64- مقدار x در افاده $\sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{8}} = 3$ برابر است به :

- (1) 21 (2) 25 (3) 27 (4) 34

65- حاصل $-2\sqrt{3}$ کدام است ؟

- (1) $\sqrt{12}$ (2) $-\sqrt{12}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) $-\sqrt{6}$

66- افاده جذری $\frac{4-2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ مساوی است به :

- (1) $\sqrt{3}-1$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (4) $1-\sqrt{3}$

67- هر گاه $\sqrt[4]{0,16} = a$ باشد پس مقدار a^{x+1} برابر است به :

- (1) 3 (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{a}{6}$ (4) $\frac{5a}{3}$

68- حاصل $\sqrt{18} + \sqrt{27}$ برابر است به : (در صورتی که $\left. \begin{matrix} \sqrt{2} \cong 1,41 \\ \sqrt{3} \cong 1,73 \end{matrix} \right\}$ باشد)

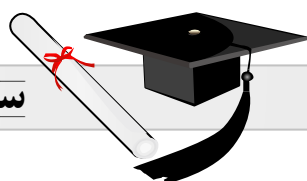
- (1) 9,42 (2) 9,48 (3) 10,12 (4) 10,23

69- در صورتی که $\sqrt[8]{2\sqrt{2}} = a$ باشد پس مقدار $\sqrt[3]{a^{16}}$ عبارت است از :

- (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 8

70- اگر $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{100} \cdot (5 - \sqrt{24})^{50}$ باشد پس مقدار X مساوی است به :

- (1) 1 (2) -1 (3) 3^{40} (4) 2^{100}



71- افاده $\frac{\sqrt[3]{a^4b^3c^5}}{\sqrt[3]{ab^2c^2}}$ مساوی میشود به :

$$(1) a^2b^2 \quad (2) ca\sqrt[3]{b} \quad (3) \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad (4) \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$$

72- افاده $\sqrt[3]{x^2y^5z} \sqrt[3]{xyz^2}$ مساوی است به :

$$(1) x^2y^2z^2 \quad (2) x^2y^2z \quad (3) xy^2z \quad (4) xy^2z^2$$

73- حاصل $\sqrt{16-6\sqrt{7}}$ کدام است؟

$$(1) 3-\sqrt{7} \quad (2) 4-\sqrt{7} \quad (3) 3+\sqrt{7} \quad (4) \sqrt{7}-3$$

74- افاده $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5+2\sqrt{3+\sqrt{9}}}}{\sqrt{6+2}}$ مساوی است به :

$$(1) 2 \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) 2\sqrt{2} \quad (4) 3\sqrt{2}$$

75- اگر $3^x = 2$ باشد. آنگاه قیمت $9^x + 4^{\frac{1}{x}}$ عبارت است از :

$$(1) 25 \quad (2) 13 \quad (3) 10 \quad (4) 9$$

76- در معادله $\frac{(0,0009)^{-3}(0,0081)^3}{3^3} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ مقدار $a+b-c$ عبارت است از :

$$(1) 3 \quad (2) -3 \quad (3) 4 \quad (4) -4$$

77- قیمت عددی $\left(\sqrt[9]{3\sqrt[3]{27x^6}}\right)^9 - \left(\sqrt[6]{4\sqrt{x^8}}\right)^6$ مساوی است به :

$$(1) 2\sqrt{x} \quad (2) x\sqrt{x} \quad (3) 2x^2 \quad (4) x$$

78- اگر $\sqrt[4]{3} = \sqrt[3]{x-3\sqrt[3]{81}}$ باشد مقدار x برابر است به :

$$(1) 1 \quad (2) 3 \quad (3) 5 \quad (4) 7$$

79- اگر $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ باشد پس مقدار $\sqrt{(a-b)^2}$ برابر است به :

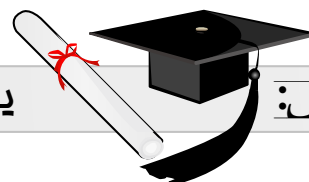
$$(1) 1 \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) 2\sqrt{2} \quad (4) 3\sqrt{2}$$

80. عبارت $A = x^{15} - x^{13} + x^8 - x^6 - x^4 - x^2 - 64x - 2$ به عوض $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

$$(1) -\sqrt{2} \quad (2) 1 \quad (3) \sqrt{2} \quad (4) 0$$

81. اگر $x \in R - \{0\}$, $A = \sqrt[3]{2x\sqrt{\frac{1}{4x^2}}}$ باشد، A کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) \pm 1 \quad (4) \frac{1}{2}$$



82. حاصل $\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[3]{a^2}$ کدام است؟

$$(1) a^2 \sqrt{5} \quad (2) a^{12} \sqrt{a} \quad (3) a^{12} \sqrt[5]{a} \quad (4) a^2 \sqrt{a}$$

83. حاصل عبارت $\sqrt{\frac{4-\sqrt{15}}{4+\sqrt{15}}} + \frac{15}{\sqrt{15}}$ چقدر است؟

$$(1) 1 \quad (2) 2\sqrt{15} \quad (3) 4 \quad (4) \sqrt{15}$$

84. مقدار $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ با کدامیک از مقادیر زیر برابر است؟

$$(1) \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1 \quad (2) \sqrt[3]{2} + 1 \quad (3) \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \quad (4) \sqrt[3]{2} - 1$$

85. مقدار $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$ برابر است با:

$$(1) \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \quad (2) \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} \quad (3) \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

86. حاصل $\sqrt[n-1]{\frac{A}{\sqrt[n]{A}}}$ کدام است؟

$$(1) \sqrt[n]{A} \quad (2) \sqrt[n-1]{A} \quad (3) \sqrt[n+1]{A} \quad (4) A$$

87. حاصل $\sqrt{x^2}$ کدام است؟

$$(1) x \quad (2) -x \quad (3) |x| \quad (4) \sqrt{x}$$

88. حاصل $\sqrt[5]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x} \sqrt{x}}$ کدام است؟

$$(1) \sqrt{x} \quad (2) \sqrt[3]{x} \quad (3) \sqrt[4]{x} \quad (4) \sqrt[5]{x}$$

89. مقدار $\sqrt{5-\sqrt{24}}$ برابر است با:

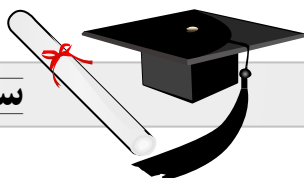
$$(1) \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (2) \sqrt{3} + \sqrt{5} \quad (3) \sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (4) \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

90. حاصل $\sqrt{2+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{8}}$ کدام است؟

$$(1) 2 + \sqrt{2} \quad (2) \sqrt{2} + 1 \quad (3) \sqrt{3} + 5 \quad (4) 1 + 2\sqrt{2}$$

91. مقدار $\frac{1}{\sqrt{5}+1} - \frac{1}{\sqrt{5}-1}$ برابر است با:

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{3}{4} \quad (3) -\frac{1}{2} \quad (4) \frac{5}{7}$$



92) حاصل عبارت $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ برابر است با:

(1) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ (2) $\frac{\sqrt{7}-1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}$ (4) 2 و 3

93) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}}}{2\sqrt{2}}$ برابر است با:

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

94) مقدار عبارت $\sqrt{2+\sqrt{8+\sqrt{33+8\sqrt{2}}}}$ برابر است با:

(1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (3) 1 (4) $\sqrt{2} + 1$

95) اگر $x = \sqrt[3]{\sqrt{2}+1} + \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$ باشد $(x^3 - 3x)$ برابر است با:

(1) $\sqrt{2} - 1$ (2) $\sqrt{2} + 1$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}$

96) حاصل $\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}$ کدام است؟

(1) $2 + \sqrt{3}$ (2) $5 - \sqrt{3}$ (3) 4 (4) 3

97) حاصل عبارت $\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\dots}}}$ کدام است؟

(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6

98) معکوس ضربی عدد $(\sqrt[3]{2}-1)$ کدام است؟

(1) $\sqrt[3]{2} + 1$ (2) $\sqrt[3]{2} + 4$ (3) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$ (4) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} - 1$

99) اگر $x \geq 1$ باشد حاصل عبارت $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ کدام است؟

(1) $-x$ (2) $2-3x$ (3) $3x-2$ (4) x

100) حاصل عبارت $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^7 (\sqrt{5} - \sqrt{3})^5$ برابر است با:

(1) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (2) 1 (3) $32(8+2\sqrt{15})$ (4) $32(2\sqrt{15}-8)$



101) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$ برابر است با:

(1) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (3) $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ (4) $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$

102) حاصل $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{9}+4}$ کدام است؟

(1) $\sqrt[3]{9}+2$ (2) $\sqrt[3]{9}-2$ (3) $\sqrt[3]{3}+2$ (4) $\sqrt[3]{3}-2$

103) حاصل عبارت $\frac{1}{(\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ کدام است؟

(1) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (2) $\sqrt[3]{4}-\sqrt[4]{3}$ (3) $\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}$ (4) 1

104) مقدار $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$ کدام است؟

(1) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{5}$ (4) 7

105) اگر $x \neq 0$ باشد عبارت $\sqrt[3]{2x\sqrt{1/4x^2}}$ برابر است با:

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) ± 1

106) حاصل عبارت $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ کدام است؟

(1) $\sqrt{2}+3$ (2) $\sqrt{2}+2$ (3) $\sqrt{2}-1$ (4) $\sqrt{2}+3$

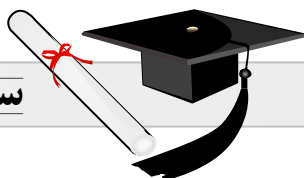
107) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{(1+\sqrt{5})(\sqrt{5}-3)+4}}{1-\sqrt{5}}$ برابر است با:

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) -1

108) حاصل عبارت $\sqrt[3]{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$ برابر است با:

(1) 1 (2) 2 (3) $2-\sqrt{3}$ (4) $2+\sqrt{3}$

109) حاصل عبارت $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$ برابر است با:



$$\sqrt{2} + 2 \quad (1) \quad \sqrt{2} + 1 \quad (2) \quad 2\sqrt{2} + 1 \quad (3) \quad 5\sqrt{2} + 4 \quad (4)$$

(110) حاصل عبارت $2\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+...}}}$ برابر است با:

$$4 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

(111) حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{25}}$ کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad (1) \quad \frac{3}{7} \quad (2) \quad \frac{4}{7} \quad (3) \quad \frac{5}{7} \quad (4)$$

(112) حاصل $\sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}$ برابر است با:

$$\sqrt{2} \quad (1) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad +1 \quad (4)$$

(113) حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{12}+\sqrt{48}}$ برابر است با:

$$\sqrt[5]{36} \quad (1) \quad \sqrt[7]{36} \quad (2) \quad \sqrt[9]{36} \quad (3) \quad \sqrt[3]{36} \quad (4)$$

(114) حاصل عبارت $2\sqrt{75} + \sqrt{12} - \sqrt{\sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{3}}$ برابر است با:

$$2\sqrt{3} \quad (1) \quad 5\sqrt{3} \quad (2) \quad 7\sqrt{2} \quad (3) \quad 11\sqrt{3} \quad (4)$$

(115) حاصل عبارت $\frac{2\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 3\sqrt{12}}{3\sqrt{3}}$ برابر است با:

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{7}{8} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

(116) حاصل عبارت $\sqrt{4-\sqrt{8}} \times \sqrt[4]{6+\sqrt{32}}$ برابر است با:

$$3 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 2\sqrt{2} \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

(117) حاصل کسر $\frac{1}{\sqrt[5]{\frac{a}{\sqrt[6]{a}}}}$ برابر است با: $(a > 0)$

$$\frac{\sqrt[6]{a}}{a} \quad (1) \quad \frac{\sqrt[6]{a^7}}{a} \quad (2) \quad \frac{\sqrt[6]{a^5}}{a} \quad (3) \quad \frac{\sqrt[5]{a^3}}{a} \quad (4)$$

(118) حاصل عبارت $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}$ برابر است با:



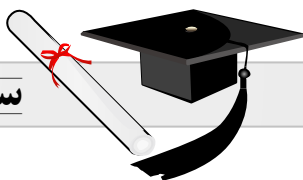
$$\sqrt{\frac{x+1}{2}} - \sqrt{\frac{1-x}{2}} \quad (4) \quad \sqrt{\frac{x+1}{2}} - \sqrt{\frac{x-1}{2}} \quad (3) \quad \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \quad (2) \quad 3x+5 \quad (1)$$

(119) از معادله $\sqrt[3]{x^3 \sqrt{x \sqrt{x}}} = 5$ ، x برابر است با:

$$x=5 \quad (1) \quad x=3 \quad (2) \quad 3+\sqrt{2} \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

(120) حاصل $\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+\dots}}}$ برابر است با:

$$5 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 3+\sqrt{2} \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$



خود را بیازمایید!



حاصل جذرهای ذیل را دریافت کنید.

$$1) \left(\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} \right)^{12} = ?$$

$$2) \left(\sqrt[3]{a^5\sqrt{a}} \right)^{15} = ?$$

$$3) \sqrt[13]{\left(\sqrt{7}\sqrt{5} \right)^4} = ?$$

$$4) \sqrt{\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}} = ?$$

$$5) \left(\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}} \right)^{32} = ?$$

$$6) \left(\sqrt[4]{\sqrt[7]{5\sqrt{16}}} \right)^{35} = ?$$

$$13) \frac{\sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[21]{a^{12}}} = ?$$

$$14) a^{-\frac{4}{3}} \times a^{\frac{5}{9}} \times \sqrt[3]{a^{-2}} \times a^{-\frac{4}{9}} \times \sqrt[9]{a^2} = ?$$

$$15) \sqrt[5]{3\sqrt{2} \times \sqrt[3]{4}} \times \sqrt[5]{16} = ?$$

$$16) \frac{\sqrt{50} \times \sqrt{6} \times \sqrt[4]{4}}{\sqrt{2} \times \sqrt[6]{27}} = ?$$

$$17) \sqrt[4]{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[4]{\sqrt{2}+1} = ?$$

$$18) \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = ?$$

$$7) \sqrt[3]{\left(\sqrt{5}\sqrt{2} \right)^4} = ?$$

$$8) \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}}}} = ?$$

$$9) \left(\sqrt[3]{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}} \right)^{16} = ?$$

$$10) \sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b\ldots}}}} = ? \quad a, b > 0$$

$$11) \sqrt[3]{a^3\sqrt{a}} \times \sqrt[3]{a^2\sqrt[5]{a}} = ?$$

$$12) \frac{\sqrt[5]{a^3} \times \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[7]{a^{12}} \div \sqrt[5]{a^2}} = ?$$

$$19) \sqrt[3]{7} \times \sqrt[4]{7} \times \sqrt{7} = ?$$

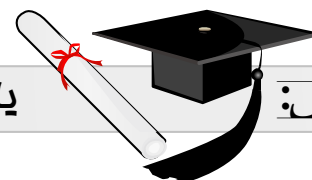
$$20) \frac{\sqrt[3]{a^3\sqrt{a}} \times \sqrt[3]{a^5\sqrt{a^4}}}{\sqrt[3]{a^4}} = ?$$

$$21) \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} = ?$$

$$22) \sqrt[3]{-\sqrt{x^2}} \times \sqrt{-\sqrt[3]{-x^2}} = ?$$

$$23) 5\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} - 14\sqrt[9]{125} + 4\sqrt[3]{5} + \sqrt[9]{125} = ?$$

$$24) \sqrt{54} + 3\sqrt{6} - 5\sqrt{24} + 4\sqrt{6} - \sqrt{24} + \sqrt[4]{36} = ?$$



$$25) \quad 3\sqrt[4]{405} + 5\sqrt[4]{5} - 2\sqrt[4]{80} + 4\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{405} + \sqrt[4]{80} = ?$$

$$26) \quad \sqrt[3]{a^7} - 2\sqrt[3]{a^4} + 5\sqrt[3]{a^4} - \sqrt[3]{a^{10}} + 3\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^{10}} - \sqrt[3]{a^7} = ?$$

$$27) \quad \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1} = ?$$

$$30) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{20}} = ?$$

$$28) \quad \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} = ?$$

$$31) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4}} = ?$$

$$29) \quad \frac{1}{\sqrt[6]{3} - \sqrt[3]{2}} = ?$$

$$32) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6}} = ?$$

$$33) \quad \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + 2} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = ?$$

$$34) \quad 1 + \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{3 + \sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{4 + \sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n}}{n + \sqrt{n^2 - n}} = ?$$

$$35) \quad 3\sqrt{2} - 5\sqrt[4]{4} + 2\sqrt[8]{16} - 4\sqrt{8} - \sqrt[4]{64} = ?$$

$$36) \quad \sqrt{54} - 2\sqrt[4]{36} - 5\sqrt{24} - 2\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{36} = ?$$

$$37) \quad \sqrt[3]{a^4} - 5\sqrt[6]{a^8} + 3\sqrt[12]{a^{16}} - 2\sqrt[3]{a^4} + 7a\sqrt[3]{a} = ?$$

$$38) \quad 3\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[6]{4} + 5\sqrt[9]{8} - 7\sqrt[15]{32} = ?$$

$$39) \quad 13\sqrt[7]{5} - 5\sqrt[14]{25} + 2\sqrt[21]{125} - 10\sqrt[28]{625} = ?$$

$$40) \quad \sqrt[4]{405} + 3\sqrt[8]{25} + 7\sqrt[16]{625} + 5\sqrt[8]{25} - 16\sqrt[4]{5} = ?$$

$$41) \quad \sqrt{2 + \sqrt{3}} = ?$$

$$46) \quad \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{3 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} - \frac{\sqrt{6}}{2} = ?$$

$$42) \quad \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{2} = ?$$

$$47) \quad \sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}} = ?$$

$$43) \quad \sqrt[4]{13 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} = ?$$

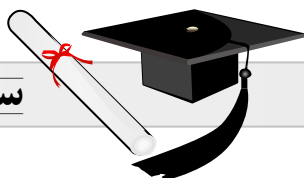
$$48) \quad \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}} = ?$$

$$44) \quad \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = ?$$

$$49) \quad \sqrt[3]{7 - 5\sqrt[4]{4}} = ?$$

$$45) \quad \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} = ?$$

$$50) \quad \sqrt[3]{45 - 29\sqrt[4]{4}} = ?$$



$$51) \quad \sqrt{3+\sqrt{4-\sqrt{12}}} - \frac{\sqrt{6}}{2} = ?$$

$$56) \quad \sqrt[3]{7+5\sqrt{4}} = ?$$

$$52) \quad \sqrt[4]{7+\sqrt{48}} = ?$$

$$57) \quad \text{if : } \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{z} \Rightarrow (x+y-z)^3 = ?$$

$$53) \quad \sqrt[55]{\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}} = ?$$

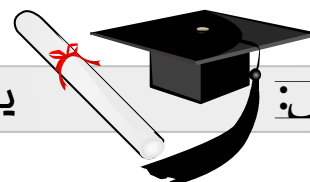
$$58) \quad \frac{(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = ?$$

$$54) \quad \sqrt[3]{85+62\sqrt{49}} = ?$$

$$59) \quad \sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} = ?$$

$$55) \quad \sqrt[3]{38+17\sqrt{5}} = ?$$

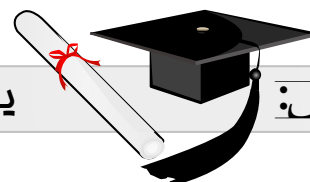
$$60) \quad \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} = ?$$

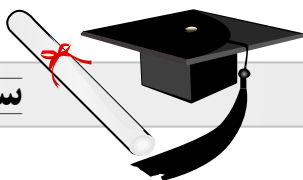


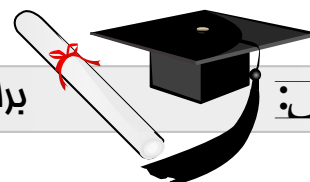
خود را بیازمایید!

(جوابات)

شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب
1	8	21	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$	41	$\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
2	a^6	22	$-\sqrt[3]{x^2}$	42	0
3	$\sqrt[13]{245}$	23	$-2\sqrt[3]{5}$	43	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
4	$\sqrt[24]{128}$	24	$-\sqrt{6}$	44	$2+\sqrt{5}$
5	2^{31}	25	$13\sqrt[4]{5}$	45	$2+\sqrt{3}$
6	2	26	$6a\sqrt[3]{a}$	46	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
7	$\sqrt[3]{50}$	27	$\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)}{2}$	47	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
8	$\sqrt[64]{3^{63}}$	28	$\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{12}$	48	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
9	3^{10}	29	$-(\sqrt[6]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{12})$	49	$1-\sqrt{2}$
10	$\sqrt[3]{a^2b}$	30	$\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}$	50	$3-\sqrt{2}$
11	$a^{45}\sqrt[8]{a}$	31	$\frac{\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{2}}{9}$	51	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
12	$\frac{1}{\sqrt[21]{a}}$	32	$\frac{1}{5}(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3})$	52	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
13	$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$	33	$\sqrt{n+1}-1$	53	$\sqrt[110]{2}$
14	$\frac{1}{a^9\sqrt[6]{a}}$	34	$\sqrt{n}$	54	$1+2\sqrt{7}$
15	2	35	$-10\sqrt{2}$	55	$2+\sqrt{5}$
16	10	36	$-8\sqrt{6}$	56	$1+\sqrt{2}$
17	1	37	$4a\sqrt[3]{a}$	57	$-27xyz$
18	1	38	$5\sqrt[3]{2}$	58	$\sqrt{3}+\sqrt{2}$
19	$7\sqrt[12]{7}$	39	0	59	$3+\sqrt{2}$
20	$\frac{1}{\sqrt[45]{a^{13}}}$	40	$2\sqrt[4]{5}$	60	$1+\sqrt{3}$







ست ها (sets)

تعریف ست : گروپ مشخصی از اشیاء را ست گویند.

عناصر ست (Elements of Set) :

اشیاء تشکیل دهنده ست را عناصر ست گویند.

نکته : برای نام گذاری ست از حروف بزرگ , عناصر ست را توسط حروف خورد و نیز تعداد عناصر یک ست مانند A را به $n(A)$ نمایش می دهند.

مثال: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $n(A) = 4$

مثال: $A = \{x / 0 < x < 6, x \in N\}$ $n(A) = ?$

حل: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $n(A) = 5$

مثال: $B = \{0, 1, \{1\}, \emptyset, \{0, 1\}\}$ $n(B) = ?$

حل:

$0 \in B, 1 \in B, \{1\} \in B, \emptyset \in B, \{1, 0\} \in B$ $n(B) = 5$

نکته: اگر یک عنصر چند مرتبه تکرار شود یک عنصر حساب می شود.

مثال: $A = \{1, 2, 3, 4, 1\}$ $n(A) = 4$

نکته: اگر یک ست در داخل یک ست دیگر قرار بگیرد یک عنصر آن ست محسوب می شود.

$B = \{1, 7, \{3, 4, 7, 5\}\}$ $n(B) = ?$

حل: $1 \in B, 7 \in B, \{3, 4, 7, 5\} \in B$ $n(B) = 3$

طرق نمایش یک ست:

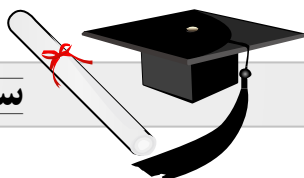
به طور عموم ست را به دو طریقه نشان می دهند.

1- روش تفصیلی یا طریقه لیست کردن عناصر (Tabulation Method):

در این روش تمام عناصر یک ست را در بین علامه $\{ \}$ قرار داده و بین عناصر علامه (,) نوشته می شود.

2- روش توصیفی یا اجمالی (Description Method):

در این روش ست را به اساس خاصیت های عناصر آن در یک جمله مشخص می کنند. در این روش نوشتن علامه $\{ \}$ ضروری نیست.



گاهی ست‌ها را توسط اشکال مختلف هندسی نمایش می‌دهیم و عناصر ست‌ها را در داخل شکل‌ها می‌نویسیم که این روش نمایش ست را روش دیاگرام وین می‌نامند.

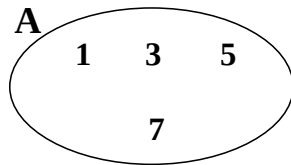
مثال: ست اعداد طاق کمتر از 9 را به طریقه نمایش دهیم.

$$A = \{1, 3, 5, 7\}$$

روش اول:

ست اعداد طاق کوچکتر از 9

روش دوم:



روش سوم:

ست‌های مساوی:

ست‌های A و B را که عناصرشان کاملاً یکسان باشند بنام ست‌های مساوی یاد می‌شوند.

مثال:

$$A = \{a, b, c\}, \quad B = \{b, c, d\}, \quad C = \{c, a, b\}$$

$$A = C \neq B$$

از ست‌های فوق ست A و ست C با هم برابر می‌باشند.

نکته: تکرار عناصر در یک ست و یا تبدیل جای عناصر در یک ست هیچ تغییری در ست وارد نمی‌کند.

ست‌های معادل:

دو ست A و B را که صرف تعداد عناصرشان با هم مساوی باشند بنام ست‌های معادل یاد می‌کنند.

مثال:

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, \quad B = \{a, b, c, d\}$$

ست‌های A و B ست‌های معادل می‌باشند.



ست فرعی خاص (Sub Set):

در صورتی که تمام عناصر ست A در ست B شامل باشد گفته می توانیم ست A یک ست فرعی از ست B است و آن را به قسم ذیل نمایش می دهیم.

$$A \subset B$$

مثال:

$$A = \{3, 5, \Delta, Q\}$$

$$B = \{1, 7, 3, 5, 9, \Delta, Q\}$$

$$3 \in B, 5 \in B, \Delta \in B, Q \in B \Rightarrow A \subset B$$

تعریف ریاضی ست فرعی:

$$(\forall x; x \in A \Rightarrow x \in B) \equiv A \subset B$$

نکته: $(A \subset B)$: معنایش این است که A ست فرعی B است. یعنی تمام عناصر A در ست B شامل است. اما صد فی صد A با B برابر نیست.

ست فرعی (غیر خاص):

در صورتی که تمام عناصر ست A در ست B شامل باشند و تعداد عناصر این دو ست با یک دیگر برابر باشد گفته می توانیم A ست فرعی غیر واقعی از ست B است و به قسم ذیل نمایش می دهیم.

$$A \subseteq B$$

$$A = \{1, 7, 9\}$$

$$B = \{7, 1, 9\} \Rightarrow A \subseteq B$$

نکته: $(A \subseteq B)$: معنایش این است که A ست فرعی غیر خاص B است. یعنی حتماً تمام عناصر A در ست B موجود است و این احتمال نیز وجود دارد که A با B برابر باشد.

ست خالی:

به ست A که هیچ عنصر نداشته باشد ست خالی میگویند و آن را توسط سمبول $\emptyset$ یا $\{ \}$ نمایش می دهند.

$$A = \{ \} \Leftrightarrow A = \emptyset$$

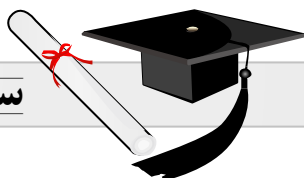
قوانین قابل تطبیق در ست فرعی (Properties of Sub set):

1- هرست، ست فرعی غیر واقعی خود است: $A \subseteq A$

2- ست خالی، ست فرعی هر ست بوده میتواند: $\emptyset \subset A$

3- $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

4- تعداد ست های فرعی یک ست از رابطه 2^n حاصل می شود، طوریکه n تعداد عناصر ست است مانند مثال.



$$A = \{a, b, c\}$$

$$P(A) = 2^n = 2^3 = 8$$

$$A_1 = \emptyset, A_2 = \{a\}, A_3 = \{b\}, A_4 = \{c\}$$

$$A_5 = \{a, b\}, A_6 = \{a, c\}, A_7 = \{b, c\}, A_8 = \{a, b, c\}$$

$$A \subset B \wedge B \subset A \Rightarrow A = B \quad -5$$

ست عمومی (Universal Set):

اگر یک ست چندست دیگر را در بر داشته باشد، طوری که عملیه‌های ریاضی بالای این ست‌ها تطبیق شود به سستی که این ست را در خود شامل دارد، ست عمومی می‌گویند و معمولاً به E و یا U نمایش می‌دهند. نکته: هر یک از ست‌هایی که عملیه بالای آن تطبیق می‌شود، یک ست فرعی از ست عمومی است.

ست مکمله (Complementary Set):

اگر A یک ست فرعی از ست عمومی U باشد، به عناصری که در U شامل باشد ولی در A شامل نباشد، ست مکمله A گویند و آن را به A' نمایش می‌دهند.

$$A' = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$$

تعریف ریاضی ست مکمله:

مثال:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 2, 4\} \quad A' = \{3, 5\}$$

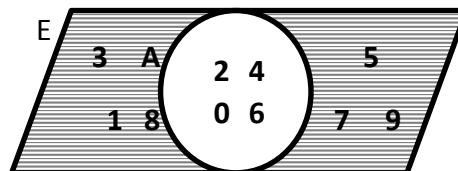
نمایش هندسی ست (روش دیاگرام وین):

اگر عناصر یک ست در داخل یک شکل هندسی نمایش داده شود به آن نمایش هندسی می‌گویند.

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$A' = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$$



$$B \subset A \Rightarrow A' \subset B'$$

نکته:



قوانین قابل تطبیق در ست مکمله:

1- مکمله ست عمومی یک ست خالی است $E' = \emptyset$

2- مکمله ست خالی ست عمومی است $\emptyset = E$

3- مکمله، مکمله ست A برابر به خود ست A است.

$$(A')' = A$$

$$A = B \Rightarrow A' = B'$$

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$$

ست متناهی و ست نامتناهی:

اگر عناصر یک ست قابل شمارش، محدود و معین باشند و عمل شمارش عناصر آن به پایان برسد این ست را ست متناهی می‌نامند. مثلاً:

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{a, b, c, d\} \quad C = \{1, 3, 5, \dots, 23\}$$

در ست‌های متناهی، عنصر اول و آخر معلوم می‌باشد.

اگر تعداد عناصر یک ست نامحدود باشد و یا شمارش عناصر آن به پایان نرسد این گونه ست را ست نامتناهی می‌نامند.

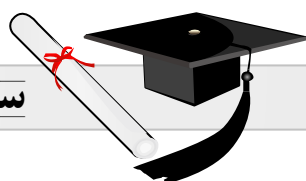
مثلاً:

$$A = \{3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{\dots, -2, -1\}$$

$$C = \{\dots, 5, 6, \dots\}$$

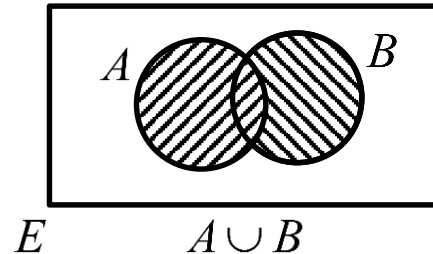
در ست‌های نامتناهی ممکن است عنصر آخر یا عنصر اول نامعلوم باشند و یا ممکن است هم عنصر اول و هم عنصر آخر نامعلوم باشد.



اتحاد ست‌ها (Union of Sets):

به یک ست جدید که عناصر آن از یک جا شدن عناصر ست A و عناصر ست B باشد، طوری که عناصر به صورت تکرار نوشته نشود، ست اتحاد A یا B گویند و به قسم ذیل نمایش می‌دهند.

$$A \cup B = \{X / X \in A \text{ or } X \in B\}$$



مثال:

$$A = \{3, 7, 9, 11\}$$

$$B = \{11, 12, 15, 18\}$$

$$A \cup B = \{3, 7, 9, 11, 12, 15, 18\}$$

خواص اتحاد ست‌ها:

$$1) \quad A \cup B = A$$

$$2) \quad A \cup A' = U$$

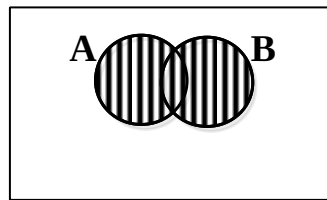
$$3) \quad A \cup \emptyset = A$$

$$4) \quad A \cup U = U$$

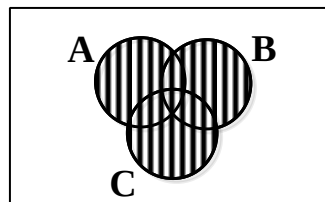
$$5) \quad A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$6) \quad A \subset A \cup B$$

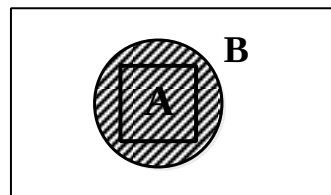
$$7) \quad B \subset A \cup B$$

قسمت‌های رنگ شده $A \cup B =$

U

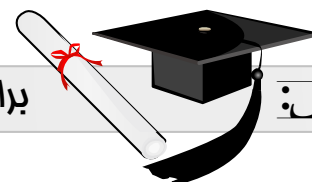
قسمت‌های رنگ شده $A \cup B \cup C =$

U

قسمت‌های رنگ شده $A \cup B =$

$$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

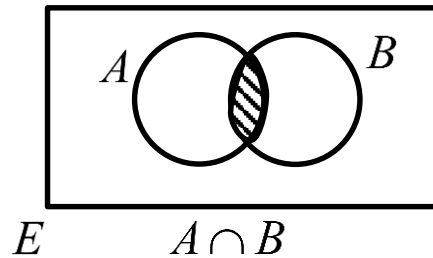
U



تقاطع دو ست (Intersection of Set):

به ست جدید که عناصر آن از عناصر مشترک بین دو ست A و B تشکیل شده باشد، تقاطع دو ست A و B می گویند و به قسم ذیل نمایش می دهند.

$$A \cap B = \{x / x \in A \text{ and } x \in B\}$$



خواص تقاطع ستها:

1) $A \cap A = A$

2) $A \cap \emptyset = \emptyset$

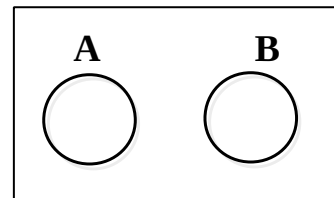
3) $A \cap U = A$

4) $A \cap A' = \emptyset$

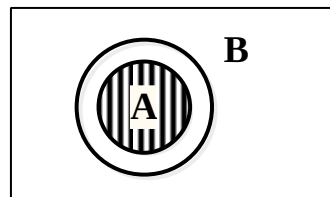
5) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$

6) $A \cap B \subset A$

7) $A \cap B \subset B$

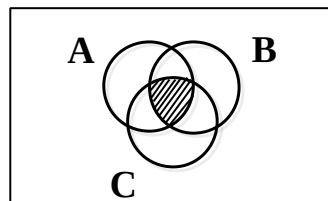


$$A \cap B = \emptyset$$



قسمت رنگ شده

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$



قسمت رنگ شده $A \cap B \cap C$

مثال:

$$A = \{a, b, c, \{a\}, \{a, b\}\}$$

$$B = \{a, \{a, c\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$A \cap B = ?$$

$$A \cap B = \{a, \{a, b\}\}$$

$$n(A \cap B) = 2$$

$$A \cup B = ?$$

$$A \cup B = \{a, b, c, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b\}\}$$

$$n(A \cup B) = 7$$

مثال:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{-3, -2, -1\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

قوانین اتحاد و تقاطع ست‌ها: (Properties of Union & Intersection)

1- خاصیت تبدیلی در اتحاد و تقاطع ست‌ها صدق می‌کند.

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

2- خاصیت اتحادی در اتحاد و تقاطع ست‌ها صدق می‌کند.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

3- اتحاد و تقاطع یک ست همراه خودش برابر به ست اولیه است.

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

4- قانونی دمورگان: در صورتی که A و B دو ست فرعی از یک ست عمومی U باشند، قانون ذیل در آن قابل

تطبیق است و به این قانون، قانون دمورگان می‌گویند.

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$



5- خاصیت توزیعی اتحاد بالای تقاطع و نیز خاصیت توزیعی تقاطع بالای اتحاد در ست ها صدق می کند.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

6- اتحاد یک ست همراه ست خالی برابر به ست اولیه است.

$$A \cup \emptyset = A$$

7- تقاطع یک ست همراه ست خالی، یک ست خالی است.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

8- اتحاد یک ست همراه ست مکمله آن ست عمومی می شود.

$$A \cup A' = U$$

9- تقاطع یک ست همراه ست مکمله آن ست خالی است.

$$A \cap A' = \emptyset$$

بیشتر بدانید!



10- عدد اصلی یک ست: تعداد عناصر یک ست متناهی مانند A را عدد اصلی آن ست می نامند و به $n(A)$

نمایش داده می شود. عدد اصلی ست نامتناهی تعریف نشده است.

$$1) \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\text{if } n(A \cap B) = 0 \quad \text{or} \quad A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

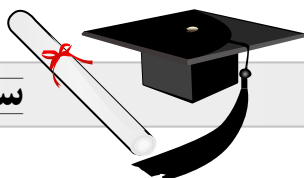
$$2) \quad n(A \cap A') = 0, \quad n(\emptyset) = 0$$

$$3) \quad n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$4) \quad n(A') = n(U) - n(A)$$

$$5) \quad n(A' \cap B') = n(A \cup B)' \Rightarrow n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$6) \quad n(A' \cup B') = n(A \cap B)' \Rightarrow n(A' \cup B') = n(U) - n(A \cap B)$$



قوانین اتحاد و تقاطع ست‌ها

بیشتر بدانید!

11- اگر A و B دو ست کیفی باشند داریم:

$$1) \begin{cases} (A \cap B) \subset A \\ (A \cap B) \subset B \end{cases} \quad 2) \begin{cases} A \subset (A \cup B) \\ B \subset (A \cup B) \end{cases} \quad 3) \begin{cases} A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \\ A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B \end{cases}$$

بیشتر بدانید!



12- قوانین جذب:

$$1) A \cup (A \cap B) = A$$

$$(A \cap U) \cup (A \cap B) = A \cap (U \cup B) = A \cap U = A$$

ثبوت:

$$2) A \cap (A \cup B) = A$$

$$(A \cup \emptyset) \cap (A \cup B) = A \cup (\emptyset \cap B) = A \cup \emptyset = A$$

ثبوت:

بیشتر بدانید!



13- قوانین شبه جذب:

$$1) A \cap (A' \cup B) = A \cap B$$

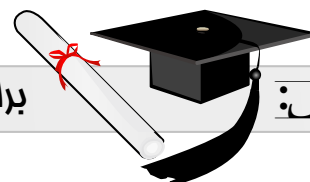
$$(A \cap A') \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$$

ثبوت:

$$2) A \cup (A' \cap B) = A \cup B$$

$$(A \cup A') \cap (A \cup B) = U \cap (A \cup B) = A \cup B$$

ثبوت:



بیشتر بدانید!



14- اگر A و B دو ست کیفی و C و D نیز دو ست دیگر باشند داریم:

$$1) \left. \begin{matrix} A \subset B \\ C \subset D \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup C \subset B \cup D \quad \text{عکس این نتیجه صحیح نمی باشد.}$$

$$2) \left. \begin{matrix} A \subset B \\ C \subset D \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap C \subset B \cap D$$

$$3) A \subset B \Rightarrow A \cup C \subset B \cup C$$

$$4) A \subset B \Rightarrow A \cap C \subset B \cap C$$

$$5) A \cap C = B \cap C \Rightarrow A = B$$

$$6) A \cup C = B \cup C \Rightarrow A = B$$

$$7) A = B \Leftrightarrow A \cup B = A \cap B$$

$$8) A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = B = \emptyset$$

$$9) A \cup B = A \Rightarrow B = \emptyset$$

$$10) \left. \begin{matrix} A = B \\ C = D \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap C = B \cap D \quad \left. \begin{matrix} A = B \\ C = D \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup C = B \cup D$$

بیشتر بدانید!



15- قوانین ست مکمله:

$$1) (A')' = A$$

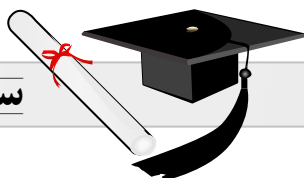
$$2) A = B \Rightarrow A' = B'$$

$$3) U' = \emptyset$$

$$4) \emptyset' = U$$

$$5) A \cap A' = \emptyset$$

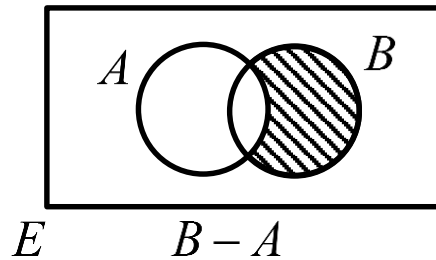
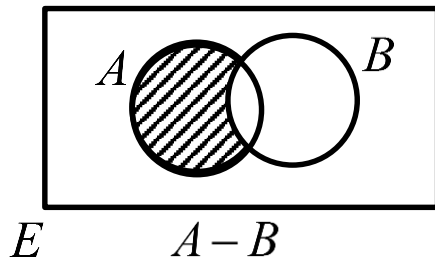
$$6) A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$$



تفاضل دو ست (Set Subtraction):

در دو ست A و B به سستی که عناصر آن در A شامل باشد ولی در ست B شامل نباشد، ست منفی A ست B می‌گویند و آن را به قسم ذیل نمایش می‌دهند.

$$A - B = \{X \mid X \in A \text{ and } X \notin B\}$$



مثال:

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

$$B = \{b, d, f, g\}$$

$$A - B = ?$$

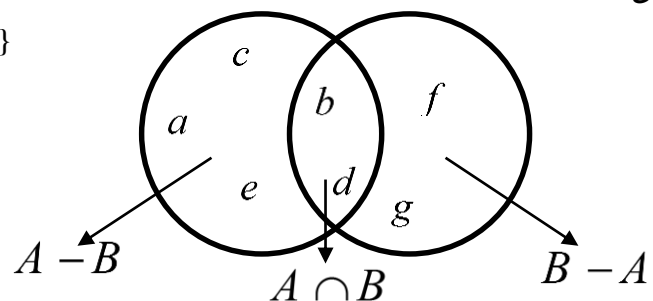
$$B - A = ?$$

$$A \cap B = ?$$

$$A - B = \{a, c, e\}$$

$$B - A = \{f, g\}$$

$$A \cap B = \{b, d\}$$



بیشتر بدانید!



16- قوانین تفاضل دو ست:

$$1) \begin{cases} A - B = A \cap B' \\ A - B = A - (A \cap B) \\ A - B = B' - A' \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} A - B \subset A \\ B - A \subset B \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (A - B) \cup A = A \\ (A - B) \cap B = \emptyset \end{cases}$$



$$4) \begin{cases} (A-B) \cup B = A \cup B \\ (A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B) = A \cup B \end{cases}$$

$$5) A-A=\emptyset, \quad A-\emptyset=A, \quad \emptyset-\emptyset=\emptyset, \quad \emptyset-A=\emptyset, \quad U-A=A'$$

$$6) \begin{cases} A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A-B=A \\ A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow B-A=B \end{cases}$$

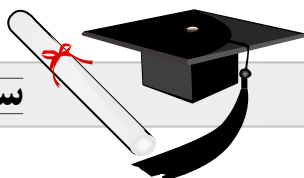
خاصیت توزیعی تقاطع بالای تفاضل از چپ:

$$7) A \cap (B-C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

$$8) \begin{cases} (A \cap B) - C = (A-C) \cap (B-C) \\ (A \cup B) - C = (A-C) \cup (B-C) \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} A - (B \cap C) = (A-B) \cup (A-C) \\ A - (B \cup C) = (A-B) \cap (A-C) \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} (A-B) - C = (A-C) - (B-C) \\ (A-B) \cap C = (A \cap C) - B \\ B \cup (A-B) = A \cup B \end{cases}$$



سوالات بخش (ست)



1- در صورتیکه $A = \{1, 3, 5\}$ و $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\}$ باشد قیمت $n(A \cup B)$ را بیابید؟

- (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 11

2- اگر $A = \{1, 0, -1, -2\}$ و $B = \{4, 1, 0, 3, -1\}$ باشند قیمت $A \cap B$ را بدست آورید؟

- (1) $\{-1, 0, 1\}$ (2) $\{1, 0, 2\}$ (3) $\{4, 3\}$ (4) $\{+4, 1, 0, -1, 3\}$

3- اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{a, c, e, f\}$ باشند قیمت $A \cup B$ را بدست آورید؟

- (1) $\{a, b, c, d, a, c, e, f\}$ (2) $\{a, b, c, d, e, f\}$ (3) $\{b, d\}$ (4) $\emptyset$

5- هرگاه $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$, $n(B) = 3$ باشد قیمت $n(A \cup B)$ را بدست آورید؟

- (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8

6- هرگاه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ باشد قیمت $B - A$ را حاصل نمائید؟

- (1) $\{1, 2, 4\}$ (2) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (3) $\{7, 9, 11\}$ (4) $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

7- هرگاه $n(B - A) = 12$, $n(A \cap B) = 1$ و $n(A \cup B) = 16$ باشد قیمت $n(A)$ را بدست آورید؟

- (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7

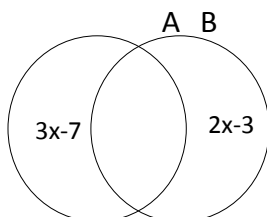
8- هرگاه $n(A) = 4$, $A \cap B = A$ و $n(B - A) = 6$ باشد قیمت $n(B)$ را دریافت نمائید؟

- (1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 10

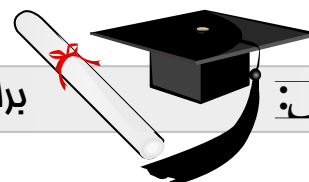
9- هرگاه $n(A - B) = n(B - A)$, $n(B - A) = 2x - 3$, $n(A - B) = 3x - 7$ و

$n(A \cup B) = 14$ باشد قیمت $n(A \cap B)$ را دریافت نمائید؟

- (1) 2 (2) 3



- (3) 4 (4) 5



10- اگر $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, b, c, d\}$ و $A - B = \{a, b\}$ باشد قیمت $B - \{A \cap B\}$ را بدست آورید؟

- (1) $\{c, d\}$ (2) $\{e, f\}$ (3) $\{c, d, e, f\}$ (4) $\{a, b\}$

11- قیمت $n(B - A)$ را در صورتی بدست آورید که $n(A) = 7$, $n(A \cap B) = 4$ و $3 \cdot n(A - B) = n(B)$ باشد؟

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

13- هرگاه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c\}$ و $A - B = \{b, c\}$ باشد قیمت B را حاصل نمائید؟

- (1) $\{a, c, e\}$ (2) $\{d, e\}$ (3) $\{a, d, e\}$ (4) $\{a, b, d, e\}$

14- هرگاه $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ و $C = \{1, 5, 6, 7\}$ باشد قیمت $n(A \cup B \cup C)$ را

دریافت نمائید؟

- (1) 5 (2) 7 (3) 9 (4) 12

15- هرگاه $n(Q) = 5$, $n(P) = 3$, $P \subset Q \subset R$ و $n(R) = 9$ باشد قیمت $n(P \cup Q) + n(P \cap R)$ را بدست آورید؟

دریافت نمائید؟

- (1) 12 (2) 9 (3) 8 (4) 5

16- هرگاه $P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ و $Q = \{x | 1 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$ باشد قیمت $n(P \cap Q)$ را بدست آورید؟

- (1) 4 (2) 6 (3) 7 (4) 8

17- در صورتیکه $n(A - B) = 8$ و $n(B) = 12$ باشد $n(A \cup B)$ را حاصل نمائید؟

- (1) 21 (2) 19 (3) 20 (4) 22

19- اگر $n(A \cap B) = 3$, $n(A - B) = 2 \cdot n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 15$ باشد $n(A)$ را دریافت نمائید؟

- (1) 10 (2) 11 (3) 12 (4) 13

20- هرگاه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c, d\}$ و $A - B = \{a, b\}$ باشد B را دریافت نمائید؟

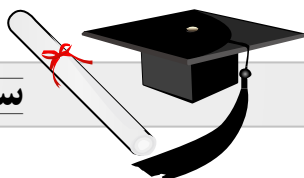
- (1) $\{e\}$ (2) $\{c, d\}$ (3) $\{c, d, e\}$ (4) $\{b, d, e\}$

23- اگر $A \cup B = A \cap B$ باشد کدام رابطه ذیل صحت دارد؟

- (1) $A = 2B$ (2) $A = B$ (3) $A \subset B$ (4) $A \not\subset B$

24- اگر $p = \{a, b, c\}$, $q = \{c, e\}$ و $R = \{a, g\}$ باشند $(P \cap R) \cup q$

- (1) $\{a, e\}$ (2) $\{a, b, c, e\}$ (3) $\{a, c, e\}$ (4) $\{a, g, c\}$



25- اگر $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ و $C = \{1, 2, 3\}$ باشند $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

(1) $\{3, 4, 5\}$ (2) $\{2, 5\}$ (3) $\{1, 2, 3\}$ (4) $\{2, 4, 5\}$

26- ست فصل‌های $\{\text{خران}, \text{تابستان}, \text{زمستان}\}$ چند ست فرعی محض یا خاص دارد؟

(1) 8 (2) 7 (3) 4 (4) 16

27- ست $A = \{0, 1, \{1\}, \emptyset, \{1, 0\}\}$ چند عنصر دارد؟

(1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 5

28- ست B , 12 عنصر دارد و ست $A - B$, 8 عنصر دارد ست $A \cup B$ چند عنصر دارد:

(1) 22 (2) 10 (3) 20 (4) 4

29- ست‌های $A = \{a, b, c, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $A - B = \{a, b\}$ را در نظر بگیرید. ست

$B - (A \cap B)$ کدام است؟

(1) $\{c, d\}$ (2) $\{e, f\}$ (3) $\{c, d, e, f\}$ (4) $\emptyset$

30- اتحاد ست $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ عبارت است از:

(1) $A \cup B = B$ (2) $A \cup B = A$ (3) $A \cup B = \emptyset$ (4) $A \cup B = \{1\}$

31- تقاطع ست‌های $A = \{1, 7, 10\}$, $B = \{1, 7\}$ مساوی است به:

(1) $A \cap B = \{1\}$ (2) $A \cap B = A$ (3) $A \cap B = B$ (4) $A \cap B = \{7\}$

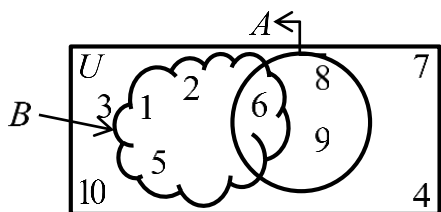
32- تعداد ست‌های فرعی $A = \{a, b, c, d\}$ مساوی است به:

(1) 16 (2) 9 (3) 8 (4) 6

33- برای $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 7\}$ کدام یک از روابط ذیل درست است؟

(1) $A / B = \{2, 3\}$ (2) $A / B = \{2, 5\}$ (3) $A / B = \{2, 6\}$ (4) $A / B = \{3, 5, 7\}$

36- نظر به شکل مقابل تعداد عناصر مکمله $(A \cup B)$ را بیان نمایید.

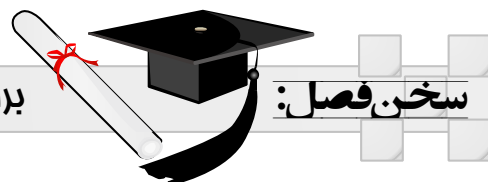


(1) 3 (2) 6

(3) 7 (4) 10

37- کدام یکی از اینها ست نامتناهی را نشان میدهد؟

(1) $\{1, 2, 3, 4, \dots, 10^{16}\}$ (2) $\{a, b, c, d, e, f\}$ (3) $\{4, 6, 8, 10, \dots\}$ (4) هیچکدام



خود را بیازمایید!

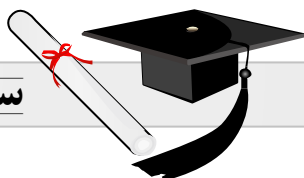


درستی تساوی‌های ذیل را ثبوت کنید.

- 1) $(A \cup B) \cup B' = U$
- 2) $A' \cup (A' \cap B) = A'$
- 3) $B' \cap (B \cup C) = B' \cap C$
- 4) $(A' \cup B' \cup C') \cup (A \cap B \cap C) = U$
- 5) $(A \cup B') \cup (B \cup A') = U$
- 6) $A \cap (A \cup B')' = \emptyset$
- 7) $(A' \cup B') \cap (A' \cup B) = A'$
- 8) $[A \cap (A' \cap B)] \cup [B \cap (A \cup B')] = A \cap B$
- 9) $(A' \cap B) \cup (A \cup B') = U$
- 10) $[(A \cup B') \cup C] \cup B = U$

حاصل افاده‌های ذیل را دریافت کنید.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(A - B) \cup (A \cap B)$ | 7) $(A \cup B') - C$ |
| 2) $A - (B - A)$ | 8) $A - (A \cap B)$ |
| 3) $A \cup (B - A)$ | 9) $(A - B)'$ |
| 4) $(A - B) \cap (B - A)$ | 10) $A \cap (B - A)$ |
| 5) $(A \cup B) \cup (A - B)$ | 11) $(B - A) \cap (A \cap B)$ |
| 6) $A \cap (A - B')$ | 12) $(A \cup B) - (B \cup C)$ |



13) $A - (A \cap B)$

17) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cap B' = ?$

14) $\{[(A \cup B) - A'] \cup [B \cup (A - B')]\} - A'$

18) $(A \cap U')' \cap (\emptyset' \cup A)'$

15) *if*; $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cup B' = ?$

19) $[A \cap (A' \cap B)] \cup [B \cap (A \cup B')]$

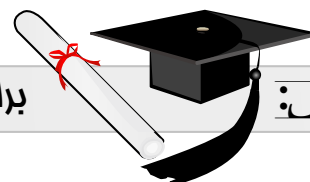
16) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow B' \cap (A \cup B) = ?$

20) $(A' \cap B) \cup (A \cup B')$

خود را بیازمایید!

جوابات

شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب	شماره	جواب
1	A	6	$A \cap B$	11	$\emptyset$	16	A
2	A	7	$(A \cup B \cup C)'$	12	$(A - B) - C$	17	A
3	$A \cup B$	8	$A - B$	13	$A - B$	18	$\emptyset$
4	$\emptyset$	9	$A' \cup B'$	14	A	19	$A \cap B$
5	$A \cup B$	10	$\emptyset$	15	B'	20	U



الجبر (Algebra)

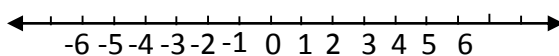
الجبر به آن قسمت از علم ریاضیات گفته می شود که در آن اعداد را همراه علامه آن و بر علاوه اعداد حروف نیز در الجبر به عنوان کمیت مجهول استفاده میشود.

اعداد الجبری:

هرگاه عدد با در نظر داشت علامه آن مطالعه شود، اعداد الجبری گفته میشود. اعداد الجبری دارای دو نوع علامه بوده: علامه (+) و علامه (-) برای نشان دادن اعداد الجبری از محور اعداد نیز استفاده میشود.

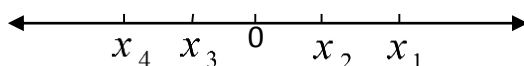
محور اعداد:

خط مستقیمی که دارای یک مبدا معین بوده و اعداد به طرف راست و چپ به فاصله های مساوی تقسیم شده که مبدا آن را به عدد صفر نمایش داده و از مبدا به طرف راست اعداد (+) و از مبدا به طرف چپ اعداد (-) وجود دارد.



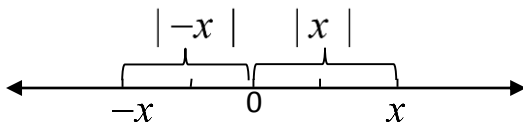
نکته : روی محور اعداد عددی بزرگتر است که نسبت به عدد دیگر به سمت راست قرار داشته باشد.

$$x_4 < x_3 < 0 < x_2 < x_1$$



قیمت مطلقه

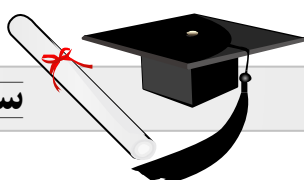
منظور از قیمت مطلقه یک عدد فاصله آن عدد تا مبدا مختصات است .



مثال : قیمت مطلقه x را به شکل $|x|$ نمایش میدهم .

مثال : منظور از $|-3|$ فاصله -3 تا مبدا است بنا حاصل آن 3 میشود.

نکته : در صورتیکه $x \geq 0$ باشد پس $|x| = x$ و یا $|F(x)| = F(x)$ زمانیکه $F(x) \geq 0$ باشد. یعنی برای خارج نمودن افاده مثبت و یا صفراز قیمت مطلقه هیچ تغییری در آن ایجاد نمی کنیم.



مثال ها :

$$1) x > y \Rightarrow |x - y| = x - y$$

$$2) |\pi - e| = \pi - e$$

نکته : در صورتیکه $x < 0$ باشد پس $|x| = -x$ و یا $|F(x)| = -F(x)$ زمانیکه $F(x) < 0$ باشد. یعنی برای خارج نمودن افاده منفی از قیمت مطلقه باید آن را در یک منفی ضرب نماییم.

مثال :

$$1) x < y \Rightarrow |x - y| = -(x - y) = y - x$$

$$2) |e - \pi| = -(e - \pi) = \pi - e$$

عملیات بالای اعداد الجبری

جمع و تفریق اعداد الجبری:

در جمع و تفریق اعداد الجبری از دو رابطه ذیل استفاده می نمایند:

1: در صورتی که دو عدد هم علامت باشند دو عدد را بدون در نظر داشت علامت همراه یکدیگر جمع نموده برای حاصل علامه مشترک را وضع می نماییم.

$$1) -2 - 3 = -5 \quad 2) -7 - 12 = -19 \quad 3) 7 + 9 = 16 \quad 4) 12 + 14 = 26 \quad \text{مثال :}$$

2: در جمع و تفریق اعداد الجبری در صورتی که دو عدد مختلف علامه باشند، علامات دو عدد را در نظر نگرفته از عدد بزرگ، عدد کوچک را تفریق می نماییم و برای حاصل علامه عدد بزرگتر را وضع میکنیم .

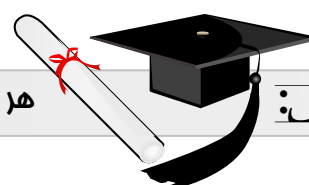
$$1) -3 + 17 = +14 \quad 2) 15 - 32 = -17 \quad 3) 14 - 7 = +7 \quad \text{مثال :}$$

ضرب اعداد الجبری:

برای ضرب نمودن اعداد الجبری ابتدا علامه ها را با همدیگر ضرب نموده و سپس اعداد را با هم ضرب میکنیم.

ضرب علامه ها :

$$\begin{array}{l} \text{هم علامه} \left\{ \begin{array}{l} + \times + = + \\ - \times - = + \end{array} \right. \quad \text{مختلف علامه} \left\{ \begin{array}{l} + \times - = - \\ - \times + = - \end{array} \right. \end{array}$$



تقسیم اعداد الجبری:

برای تقسیم نمودن اعداد الجبری ابتدا علامه ها را تقسیم نموده و سپس اعداد را بالای همدیگر تقسیم مینماییم.
تقسیم علامه ها :

$$\left\{ \begin{array}{l} + \div + = + \\ - \div - = + \end{array} \right. \text{ هم علامه} \quad \left\{ \begin{array}{l} + \div - = - \\ - \div + = - \end{array} \right. \text{ مختلف علامه}$$

افاده های عددی الجبری:

از یک جا شدن اعداد الجبری تحت عملیه های چهار گانه افاده های عددی الجبری حاصل میشود که در آن به ترتیب عملیه های ذیل را انجام میدهیم:

- 1: رفع قوس ها: در صورتیکه در افاده قوس ها موجود باشد ابتدا قوس خورد () ، سپس قوس متوسط [] و بعدا قوس کلان { } را رفع مینماییم.
- 2: عملیه ضرب و تقسیم را از طرف چپ به راست ادامه میدهیم (هر کدام اول بیاید اولویت دارد).
- 3: بعد از انجام عملیه ضرب و تقسیم، عملیه جمع و تفریق را انجام میدهیم.

افاده های عددی ذیل را ساده نمایید؟

$$\begin{aligned} 1) -8 - \{ [45 \div (5 \times 3 - 10) - 2(14 \div 2 - 3)] - 20 \} &= ? \Rightarrow -8 - \{ [45 \div (15 - 10) - 2(7 - 3)] - 20 \} \\ -8 - \{ [45 \div 5 - 2(4)] - 20 \} &\Rightarrow -8 - \{ [9 - 8] - 20 \} \Rightarrow -8 - \{ 1 - 20 \} = -8 - \{ -19 \} \Rightarrow -8 - (-19) = 11 \\ 2) 32 - \{ 4[44 \div (8 \times 2 + 6)] - 5 \} &= ? \quad 32 - \{ 4[44 \div (16 + 6)] - 5 \} = 32 - \{ 4[44 \div 22] - 5 \} \\ 32 - \{ 4(2) - 5 \} &= 32 - \{ 8 - 5 \} \quad 32 - 3 = 29 \end{aligned}$$

حد (term) :

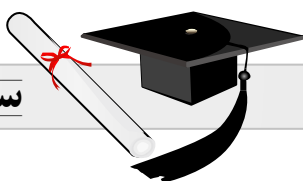
اگر حروف و اعداد توسط علامه های ضرب و تقسیم با یکدیگر ارتباط بگیرند حد الجبری بوجود می آید. مانند :

$$x, 2x^2y, \frac{-4\sqrt{3}x^2y}{p}$$

در حد الجبری حروف را به نام مجهول یا متحول و اعداد را ضریب عددی می نامند.

نکته : در حدود الجبری حروف مانند (x, y, z) را به نام متحول اصلی و حروفی مانند a, b, c و یا m, n, p را به نام پارامتر (متحول فرعی) یاد میکنند.

ضریب حد : در حد الجبری به غیر از خود حرف متباقی اجزای حد را ضریب همان حرف می نامند.



$$2x^2y \begin{cases} 2x^2 \text{ ضریب } y \\ x^2 \text{ ضریب } 2y \\ 2 \text{ ضریب } x^2y \end{cases}$$

مثلاً:

ضریب عددی: در حد الجبری به جز از متحول ها، اعداد را همراه با علامه آن بنام ضریب عددی می نامند.
مثال: در $2x^2y$ ضریب عددی برابر به 2 است. و در $\frac{-2\sqrt{2}}{11}x^{11}y^{-6}$ ضریب عددی عبارت است از $\frac{-2\sqrt{2}}{11}$

حدود مشابه: دو حد را زمانی مشابه می گویند که دارای متحول ها و توان متحول های یکسان بوده و تنها فرق شان در ضریب عددی آنها باشد.

$$1) \frac{1}{3}ab^2, 15b^2a$$

$$2) \sqrt{3}mn, 115mn$$

$$3) 15a\sqrt{b}, 12a\sqrt{b}$$

جمع و تفریق حدود:

تنها حدودی را جمع و تفریق می توانیم که مشابه باشند و برای این کار تنها ضریب عددی آنها را جمع و تفریق می نماییم.

مثال: حاصل $2b + 3b - 4b + \sqrt{3}b$ را دریافت کنید.

$$2b + 3b - 4b + \sqrt{3}b = 5b - 4b + \sqrt{3}b = b + \sqrt{3}b = (1 + \sqrt{3})b$$

$$7a^2bc - 4a^2bc + 10bca^2 = 13a^2bc$$

مثال 2:

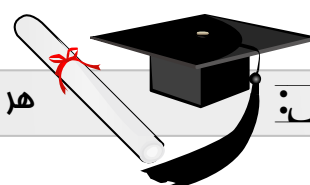
ضرب حدود:

برای ضرب حدود، مشابه بودن حدود شرط نیست. برای ضرب، دو یا چندین حد، ابتدا علامت ها بعداً ضریب و در اخیر متحولها را با استفاده از قوانین طاق ضرب می کنیم.

مثال:

$$1) (2x^2yz^3)(4xy^3z^2) = 8x^{2+1}y^{1+3}z^{3+2} = 8x^3y^4z^5$$

$$2) (\sqrt{3}xa^2b)(2\sqrt{3}x^2ab^4) = 2(3)x^{1+2}a^{2+1}b^{1+4} = 6x^3a^3b^5$$



تقسیم حدود :

برای تقسیم، حدود ابتدا علامت ها بعدا ضرایب و در اخیر متحول ها را با استفاده از قوانین طاقت تقسیم میکنیم .

$$\frac{2x^3y^5z^{-7}}{12y^{-7}x^2z^2m} = \frac{x^{3-2} \cdot y^{5-(-7)} \cdot z^{-7-2}}{6m} = \frac{x \cdot y^{12} \cdot z^{-9}}{6m} = \frac{x \cdot y^{12}}{6mz^9}$$

مثال :

$$\frac{10\sqrt{3}x^3y^2}{2\sqrt{3}x} = 5x^2 \cdot y^2$$

مثال :

افاده الجبری:

هرگاه چندین حد الجبری توسط عملیه جمع و تفریق باهم رابطه داشته باشند افاده الجبری بوجود می آید.

$$2x + 4, \quad -3xp^3y^2 + 12x, \quad 4x^2y, \quad \frac{4xy + 4p}{3x - 4p}$$

مثال :

انواع افاده ها:

در الجبر افاده های الجبری را به اساس تعداد حد آن نامگذاری نموده اند که بنام افاده های یک حده، دو حده، سه حده و یا چندین حده یاد می شود که قرار ذیل اند:

افاده یک حده یا مونوم (Monomial):

به افاده ای گفته می شود که دارای یک حد باشد و یا یک حده به افاده ای گفته می شود که در آن اعداد و حروف توسط عملیه های ضرب و تقسیم ارتباط داشته و جمع و تفریق در بین شان وجود نداشته باشد.

$$4x^3y, \quad \sqrt{3}x^3y^4$$

مثال :

افاده دو حده یا بینوم (Binomial):

به افاده ای گفته می شود که دارای دو حد باشد و یا هرگاه دو مونوم توسط عملیه های جمع و تفریق با هم ارتباط داشته باشند دو حده یا بینوم نامیده می شود.

$$3x^4y^3 - 11ab^5, \quad -3x^3 + 11bx, \quad 12 - 3a^2b$$

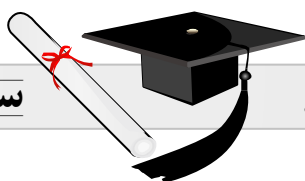
مثلا :

افاده سه حده یا ترینوم (Trinomial):

به افاده ای گفته می شود که دارای سه حد باشد و یا هرگاه سه مونوم توسط علامه های جمع و تفریق با هم ارتباط داشته باشند ترینوم گفته می شود.

$$-3ab + 4xy^3 - 34b^3, \quad x^2y - 3px + 5p$$

مثلا :



چندین حده: (Polynomial)

هرگاه در یک افاده الجبری توان متحول‌ها شامل اعداد مکمل باشد این افاده پولینوم نامیده میشود.

$$2x^3y + 3xp, \quad x^2 + 4x + 4$$

مثال:

مولتی نوم (Multinomial):

به افاده الجبری گفته میشود که در توان متحول‌ها علاوه بر اعداد مکمل اعداد غیر مکمل نیز موجود باشد.

$$2\sqrt{x^3}y - 3a^{\frac{1}{2}}p, \quad -2x + 11x^{-3}y^4 + 3x$$

مثال:

درجه مونوم:

عبارت از توان متحولی است که در مونوم به کار رفته است. که درجه یک مونوم را در دو حالت ذیل تعیین میکنیم.

1- درجه کلی: به مجموع توان متحول‌های شامل در یک مونوم درجه مونوم گفته می‌شود و برای دریافت آن

توان‌ها را با هم جمع می‌نماییم.

2- نظر به یک حرف: درجه یک مونوم نظر به یک حرف توان همان حرف است

$$2x^3y^{11} \rightarrow \begin{array}{l} \text{نظر به } x \text{ درجه } 3 \\ \text{نظر به } y \text{ درجه } 11 \end{array}$$

عملیات بالای افاده‌های الجبری:

عملیه جمع و تفریق در افاده‌های الجبری: برای جمع و تفریق افاده‌های الجبری، افاده‌ها را بنا بر خواسته مساله به

حالت جمع و تفریق قرار داده حدود مشابه را با یکدیگر جمع و تفریق می‌کنیم.

مثال: اگر $B = 7 - 8x + 6xy + \sqrt{2}x^2y$, $A = 2x + 4yx - \sqrt{2}x^2y + 10$ باشد پس حاصل $a = A + B$ و

$b = A - B$ را بدست آورید.

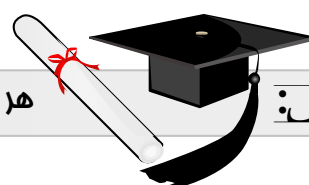
$$A = 2x + 4yx - \sqrt{2}x^2y + 10$$

$$B = 7 - 8x + 6xy + \sqrt{2}x^2y$$

$$a) A + B = 2x + 4xy - \sqrt{2}x^2y + 10 + 7 - 8x + 6xy + \sqrt{2}x^2y \Rightarrow A + B = -6x + 10xy + 17$$

$$b) A - B = 2x + 4yx - \sqrt{2}x^2y + 10 - (7 - 8x + 6xy + \sqrt{2}x^2y)$$

$$\Rightarrow A - B = 2x + 4yx - \sqrt{2}x^2y + 10 - 7 + 8x - 6xy - \sqrt{2}x^2y \Rightarrow A - B = 10x - 2xy - 2\sqrt{2}x^2y + 3$$



ضرب افاده های الجبری:

برای ضرب افاده های الجبری از خاصیت توزیعی ضرب استفاده می نماییم.

مثال: هرگاه $A = 3x^2y + 3p$, $B = 4xy + 4p$ باشد پس حاصل ضرب این دو افاده را دریابید.

$$(3x^2y + 3p)(4xy + 4p) = 12x^3y^2 + 12x^2yp + 12xyp + 12p^2$$

بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک بین افاده های الجبری:

برای دریافت بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک ابتدا افاده ها را تا حد امکان تجزیه نموده سپس

برای دریافت بزرگترین قاسم مشترک و یا کوچکترین مضرب مشترک از دو فرمول ذیل استفاده می نماییم:

1- بزرگترین قاسم مشترک عبارت از حاصل ضرب عوامل ضربی مشترک با کوچکترین توان.

2- کوچکترین مضرب مشترک عبارت از حاصل ضرب عوامل ضربی مشترک و غیر مشترک با بزرگترین توان.

مثال 1: افاده های $49a^4x^3$, $35a^2x^4$ داده شده است بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک شان را دریابید؟

$$49a^4x^3 = 7^2 a^4 x^3$$

$$35a^2x^4 = 7 \cdot 5 \cdot a^2 x^4$$

بزرگترین قاسم مشترک این دو افاده $7a^2x^3$ است .

کوچکترین مضرب مشترک این دو افاده $245a^4x^4$ است .

مثال 2: بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک بین افاده های $x^2 + 4x$, $(x+4)^2(x^2+x)$ را دریابید.

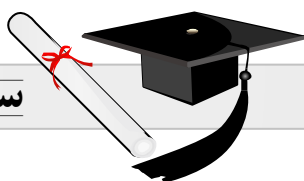
$$x^2 + 4x = x(x+4)$$

$$(x+4)^2(x^2+x) = x(x+4)^2 \cdot (x+1)$$

کوچکترین مضرب مشترک بین دو افاده $x(x+4)^2 \cdot (x+1)$ است.

بزرگترین قاسم مشترک بین دو افاده $x(x+4)$ است .

مثال 3: کوچکترین مضرب مشترک بین سه افاده $(2x^2+9x+4)$, (x^2+x-12) , $(2x^2-5x-3)$



$$(2x^2 + 9x + 4), (x^2 + x - 12), (2x^2 - 5x - 3)$$

$$(2x^2 + 9x + 4) = (2x + 1)(x + 4)$$

$$(x^2 + x - 12) = (x + 4)(x - 3)$$

$$(2x^2 - 5x - 3) = (2x + 1)(x - 3)$$

به ملاحظه میرسد که کوچکترین مضرب مشترک بین این سه افاده $(2x + 1)(x + 4)(x - 3)$ است.

موارد استفاده از کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین قاسم مشترک:

از بزرگترین قاسم مشترک در اختصار نمودن کسور الجبری و از کوچکترین مضرب مشترک برای گرفتن مخرج مشترک در کسور الجبری استفاده می‌نماییم.

کسور الجبری (Algebraic Fractions):

به کسر هایی که صورت و مخرج آن افاده های الجبری باشد، کسور الجبری می‌گویند.

$$\frac{3a^2b + 4\sqrt{x}}{x^2 + 5}$$

مثال:

انواع کسور الجبری

کسور الجبری ناطق: به کسر الجبری که همزمان صورت و مخرج آن پولینوم باشد، کسر الجبری ناطق می‌نامند و بر دو نوع است.

$$\frac{3x^2 + 4x + 5}{3x - 7}, \quad \frac{3x^2 + 41x}{7x + 5}, \quad \frac{\sqrt{2}}{x + 5}, \quad x^2 + 4x$$

1- کسور الجبری ناطق واقعی:

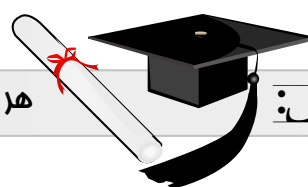
به کسر الجبری ناطق که درجه صورت کوچکتر از درجه مخرج باشد، کسور الجبری ناطق واقعی می‌گویند. مانند:

$$\frac{3x^3 + 5x^2}{2x^4 + 7x} \Rightarrow \begin{matrix} \text{درجه 3} \\ \text{درجه 4} \end{matrix}$$

2- کسور الجبری ناطق غیر واقعی:

به کسور الجبری ناطق که درجه صورت آن بزرگتر از درجه مخرج باشد، کسور الجبری ناطق غیر واقعی می‌گویند.

$$\frac{3x^2 + 2x}{x - 5} \Rightarrow \begin{matrix} \text{درجه 2} \\ \text{درجه 1} \end{matrix}$$



کسور الجبری غیر ناطق : به کسر الجبری که صورت و یا مخرج و یا هر دو آن ها پولینوم نباشد کسر الجبری غیر ناطق می گوئیم.

$$\frac{3x^2 + \sqrt{2x}}{5x^2 + 3x}, \quad \frac{\cos x + 4}{x^2 + 5}$$

کسور الجبری معادل:

اگر صورت و مخرج یک کسر را به یک مقدار ثابت ضرب و یا تقسیم نماییم کسری که بوجود می آید از لحاظ شکل همراه کسر اولی متفاوت است اما از لحاظ مقدار با یکدیگر برابر است. به این نوع کسر الجبری، کسور الجبری معادل می گوئیم.

$$\frac{x+3}{x+2} = \frac{(x+3)(x+2)}{(x+2)(x+2)} = \frac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4} \Rightarrow \frac{x+3}{x+2} = \frac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$$

اشاره یک کسر الجبری: اشاره یک عدد کسری می تواند برای صورت و یا مخرج اختصاص داده شود. یعنی:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} \quad -\frac{x+2}{x^2-3x+4} = \frac{-(x+2)}{x^2-3x+4} = \frac{(x+2)}{-(x^2-3x+4)}$$

جمع و تفریق کسور الجبری:

حالت اول: در صورتی که چندین کسر در حالت جمع و تفریق قرار داشته باشند و مخرج این کسرها برابر باشد از مخرج های مشترک یکی را گرفته، صورت ها را با هم جمع و یا تفریق می نماییم. مثال ها :

$$2) \frac{4a}{3a-b} + \frac{2a+1}{3a-b} = \frac{4a+2a+1}{3a-b} = \frac{6a+1}{3a-b}$$

$$3) \frac{5x+3}{2x-y} - \frac{3x+6}{2x-y} - \frac{2x}{2x-y} = \frac{5x+3-(3x+6)-2x}{2x-y} \Rightarrow \frac{\cancel{5x}+3-\cancel{3x}-6-\cancel{2x}}{2x-y} = \frac{-3}{2x-y}$$

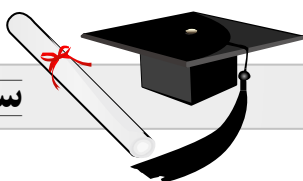
حالت دوم: برای جمع و تفریق کسور الجبری که صورت و مخرج آن ها با یکدیگر برابر نباشد. کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها را به حیث مخرج مشترک انتخاب می نماییم.

مثال: حاصل $\frac{4}{3x^2} + \frac{5}{2x}$ را دریافت کنید.

حل: ابتدا کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها را به دست می آوریم :

$$3x^2, 2x \Rightarrow 3.2.x^2 = 6x^2$$

$$\frac{4}{3x^2} + \frac{5}{2x} = \frac{8+15x}{6x^2} \Rightarrow \frac{15x+8}{6x^2}$$



$$\frac{a+b}{x^2-4} - \frac{3b}{x-2} = ?$$

مثال 2:

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2), \quad (x-2) = x-2 \quad \Rightarrow (x-2)(x+2) = x^2 - 4 \quad \text{حل:}$$

$$\frac{a+b}{x^2-4} - \frac{3b}{x-2} = \frac{a+b-3b(x+2)}{x^2-4} = \frac{a+b-3bx-6b}{x^2-4} \Rightarrow \frac{a-3bx-5b}{x^2-4}$$

نکته: در جمع کسور الجبری ابتدا تا حد امکان مخرج ها را مشابه ساخته پس از آن عملیه جمع و تفریق را انجام

میدهیم مانند مثال زیر

$$1) \quad \frac{4}{y-2} - \frac{2}{y+2} - \frac{4}{4-y^2} = ?$$

$$\frac{4}{y-2} - \frac{2}{y+2} - \frac{4}{-(y^2-4)} = \frac{4}{y-2} - \frac{2}{y+2} + \frac{4}{y^2-4}$$

$$\frac{4}{y-2} - \frac{2}{y+2} + \frac{4}{(y-2)(y+2)} = \frac{4(y+2) - 2(y-2) + 4}{(y-2)(y+2)} = \frac{4y+8-2y+4+4}{(y-2)(y+2)} = \frac{2y+16}{(y-2)(y+2)}$$

$$2) \quad \frac{2x+4}{x-1} - \frac{2x+5}{1-x} = ?$$

$$\frac{2x+4}{x-1} - \frac{2x+5}{-(x-1)} = \frac{2x+4}{x-1} + \frac{2x+5}{x-1} = \frac{4x+9}{x-1}$$

ضرب کسور الجبری:

ضرب کسور الجبری مشابه به ضرب کسرهای ساده می باشد، یعنی صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب شده و در آخر صورت و مخرج را تجزیه نموده، عملیه اختصار را انجام میدهیم.

مثال:

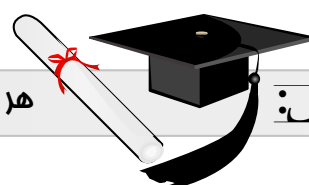
$$\frac{x^2-9}{x^2-6x+5} \cdot \frac{x-5}{x+3} = ?$$

$$\frac{x^2-9}{x^2-6x+5} \cdot \frac{x-5}{x+3} = \frac{(x^2-9)(x-5)}{(x^2-6x+5)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+3)(x-5)}{(x-5)(x-1)(x+3)} = \frac{x-3}{x-1}$$

مثال 2:

$$\frac{x^2-4}{xy^2} \cdot \frac{2xy}{x^2-4x+4} = ?$$

$$\frac{(x^2-4)}{xy^2} \cdot \frac{2xy}{x^2-4x+4} = \frac{(x^2-4)(2xy)}{(xy^2)(x^2-4x+4)} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)(2\cancel{x}\cancel{y})}{\cancel{x}\cancel{y}\cancel{y} \cdot (x-2)(x-2)} = \frac{2(x+2)}{y(x-2)} \Rightarrow \frac{2x+4}{xy-2y}$$



تقسیم کسور الجبری:

تقسیم کسور الجبری همانند تقسیم کسور ساده است، یعنی کسر اول را نوشته عملیه تقسیم را به ضرب تبدیل و کسر دوم را معکوس ساخته سپس عملیه ضرب را انجام میدهیم. مانند مثال های زیر

$$\frac{7}{x^2-4} \div \frac{xy}{x+2} = \frac{7}{(x-2)\cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{(x+2)}}{xy} = \frac{7}{xy(x-2)}$$

$$\frac{x+2xy}{3x^2} \div \frac{2y+1}{6x} = \frac{x\cancel{(1+2y)}}{3x^2} \cdot \frac{6x}{\cancel{(1+2y)}} = \frac{6}{3} = 2$$

کسر الکسر: اگر در یک کسر صورت و یا مخرج و یا در هر دو آن ها یک افاده کسری باشد. این نوع کسر را کسر الکسر می نامند. مانند:

$$\frac{\frac{2x}{x+4}}{\frac{x+5}{x^2+7x+6}}, \quad \frac{\frac{x}{2} + \frac{1}{x-2}}{x^2+4x+5}$$

کسر الکسر ساده : به کسر الکسری گویند که در صورت و مخرج آن تنها یک کسر وجود داشته باشد.

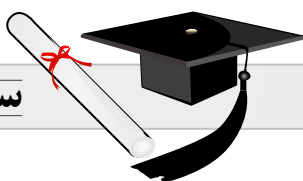
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{m}{n}}, \quad \frac{\frac{x+4}{x}}{\frac{x}{2x+15}} \quad \text{مثال :}$$

برای ساده نمودن کسر الکسر ساده کافی است کسری که در صورت قرار دارد را تقسیم بر کسر مخرج نماییم و یا کسر صورت را نوشته ضرب معکوس کسر مخرج مینمائیم.

$$\frac{\frac{x+3}{x}}{\frac{x^2-9}{x+5}} = \frac{x+3}{x} \div \frac{x^2-9}{x+5} = \frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+5}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+5}{x(x-3)}$$

نکته: برای تبدیل کسر الکسر ساده به کسر ساده کافی است دور را به دور ضرب نموده در صورت نوشته و نزدیک را به نزدیک ضرب و در مخرج بنویسیم. یعنی:

$$\frac{\frac{x+3}{x}}{\frac{x^2-9}{x+5}} = \frac{(x+3)(x+5)}{x(x^2-9)} = \frac{\cancel{(x+3)}(x+5)}{(x)(x-3)\cancel{(x+3)}} = \frac{x+5}{(x)(x-3)}$$



نکته: در کسر الکسر ساده نزدیک ها را با دورها اختصار می توانیم. یعنی:

$$\frac{\frac{x+3}{x^2-9}}{x+5} = \frac{\frac{(x+3)}{\cancel{(x-3)(x+3)}}}{x+5} = \frac{x+5}{x(x-3)}$$

ساده نمودن کسر الکسر : برای ساده نمودن کسر الکسر ابتدا عملیه های اساسی را در صورت و مخرج کسر الکسر تا اندازه انجام می دهیم که یک کسر الکسر ساده تشکیل شود، پس از آن با ساده نمودن کسر الکسر ساده آنرا به کسر ساده تبدیل می کنیم.

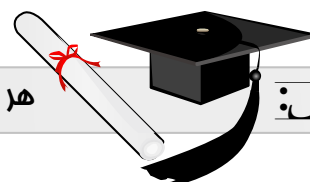
مثال ها :

$$1) \quad \frac{\frac{2a}{a}}{\frac{x+1}{x+1}} = ? \quad \frac{\frac{2a}{\cancel{1}}}{\frac{x+1}{\cancel{1}}} = \frac{2a}{x+1} \Rightarrow 2x+2$$

$$2) \quad \frac{\frac{2}{a-b}}{\frac{1}{a-b}} = ? \quad \frac{\frac{2}{a-b}}{\frac{1}{a-b}} = \frac{2}{(a-b)(a-b)} = \frac{2}{(a-b)^2}$$

$$3) \quad \frac{\frac{1}{2x} + \frac{1}{4x^2}}{\frac{1}{2x^2+x}} = ? \quad \frac{\frac{\cancel{2x+1}}{4x^2}}{\frac{1}{x(\cancel{2x+1})}} = \frac{1}{x \cdot 4x^2} \Rightarrow \frac{1}{4x^3}$$

$$4) \quad \frac{\frac{x}{1-\frac{1}{1+\frac{x}{y}}}}{\frac{1}{1+\frac{x}{y}}} = ? \quad \frac{\frac{x}{1-\frac{1}{\frac{1+y}{y}}}}{\frac{1}{\frac{1+y}{y}}} = \frac{\frac{x}{1-\frac{y}{1+y}}}{\frac{1}{\frac{1+y}{y}}} = \frac{\frac{x}{\frac{1+y-y}{1+y}}}{\frac{1}{\frac{1+y}{y}}} = \frac{\frac{x}{\frac{1}{1+y}}}{\frac{1}{\frac{1+y}{y}}} = \frac{x}{1+y} \Rightarrow x+y$$



فکتوریل (Factorial)

تعریف حاصل ضرب اعداد طبیعی از 1 الی n را n فکتوریل میگویند و آن را به شکل $n!$ نمایش می دهد.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1) \cdot n$$

$$n! = n \cdot (n-1)(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1 \quad 1! = 1 \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2 \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

نکته : در صورتیکه برای ساده نمودن $n!$ از n شروع نموده یک یک واحد کم نموده اعداد را در حالت ضرب قرار دهیم اگر به عدد یک نرسیده فکتوریل را ختم نمائیم باید علامه فکتوریل را وضع نمائیم. از این نکته در حل معادلات فکتوریل و ساده نمودن فکتوریل ها استفاده مینمائیم.

$$1) \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{Exp } 4! = 4 \cdot (4-1)(4-2)(4-3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$2) \quad n! = n \cdot (n-1)! \quad \text{Exp } 4! = 4 \cdot (4-1)! = 4 \cdot 3!$$

$$3) \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)! \quad \text{Exp } 4! = 4 \cdot (4-1) \cdot (4-2) = 4 \cdot 3 \cdot 2!$$

$$4) \quad (2n+3)! = (2n+3)(2n+2)(2n+1)!$$

فاکتور گرفتن از فاکتوریل :

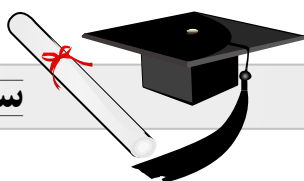
اگر چند فاکتوریل در حالت جمع و تفریق قرار داشته باشد فاکتوریل های بزرگ تر را تا اندازه ای ساده مینمائیم تا بین حدود فاکتوریل مشترک ایجاد شود پس از آن فاکتوریل مشترک را فاکتور میگیریم. از این روش برای حل معادلات فاکتوریل و ساده نمودن فاکتوریل ها استفاده مینمائیم.

مثال :

$$1) \quad \frac{15!+14!}{15!-14!} = \frac{15 \cdot 14!+14!}{15 \cdot 14!-14!} = \frac{14!(15+1)}{14!(15-1)} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

$$2) \quad \frac{6!+7!+8!}{64 \cdot (4!+5!)} = \frac{6!+7 \cdot 6!+8 \cdot 7 \cdot 6!}{64 \cdot (4!+5 \cdot 4!)} = \frac{6!(1+7+7 \cdot 8)}{64 \cdot 4!(1+5)} = \frac{6! \cdot 64}{64 \cdot 4! \cdot 6} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4! \cdot 64}{64 \cdot 4! \cdot 6} = 5$$

$$3) \quad \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2 - n$$



$$4) \quad \frac{(2n)!}{(2n-1)! \cdot (n^2 - n)} = \frac{2}{9} \Rightarrow n = ?$$

$$\frac{(2n)(2n-1)!}{(2n-1)! \cdot n(n-1)} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{2}{n-1} = \frac{2}{9} \Rightarrow n-1=9 \Rightarrow n=10$$

$$5) \quad \frac{n! - (n-2)! \cdot n}{(n-2)!} = 63 \Rightarrow n = ?$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)! - (n-2)! \cdot n}{(n-2)!} = 63 \Rightarrow \frac{(n-2)! [n^2 - n - n]}{(n-2)!} = 63$$

$$n^2 - 2n - 63 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+7) = 0 \Rightarrow n_1 = 9, n_2 = -7$$

$$6) \quad 5! + 6! = 5 \times 7$$

$$7) \quad 5! - 4! = 4 \times 4$$

$$8) \quad 5! + 6! + 7! = 5 \times 49$$

سوالات بخش (فکتوریل)



1- حاصل افاده $\frac{(n+2)!}{(n-1)! \cdot n}$ برابر است به :

$$(1) \quad (n+1)(n+2) \quad (2) \quad (n+1)(n-2) \quad (3) \quad (n-1)(n-2) \quad (4) \quad \text{هیچکدام}$$

2- حاصل عبارت $\frac{5! - 4!}{12}$ مساوی است به :

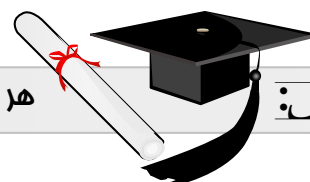
$$(1) \quad 9 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 6 \quad (4) \quad 7$$

3- حاصل عبارت $\frac{8! - 6!}{5 \cdot 6!}$ مساوی است به :

$$(1) \quad 9 \quad (2) \quad 10 \quad (3) \quad 11 \quad (4) \quad 12$$

4- حاصل عبارت $\frac{(n+1)!}{n! \cdot (n-2)!} : \frac{(n+1)!}{(n-2)!}$ مساوی است به :

$$(1) \quad 0 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad n! \quad (4) \quad \frac{1}{n!}$$



5- اگر $\frac{n!}{(n-2)!} = 6$ باشد n مساوی است به :

$$0(1) \quad 1(2) \quad 3(3) \quad 6(4)$$

6- اگر $\frac{(2n)!}{(2n+1)!} : \frac{(n+1)!}{n!} = 28$ باشد n مساوی است به :

$$1(1) \quad 3(2) \quad 12(3) \quad 16(4)$$

7- حاصل عبارت $\frac{(n+1)!+n!}{n!(n+2)!}$ مساوی است به :

$$0(1) \quad n!(2) \quad \frac{1}{(n+1)!}(3) \quad 3(4)$$

8- اگر $n! \cdot 4! = (n+1)!$ باشد n مساویست با :

$$12(1) \quad 21(2) \quad 23(3) \quad 27(4)$$

9- حاصل عبارت $\frac{n!(2n-1)!}{(2n)!(n-1)!}$ است از :

$$\frac{1}{2}(1) \quad \frac{3}{4}(2) \quad \frac{5}{2}(3) \quad \frac{7}{3}(4)$$

10- قیمت n در معادله $\frac{n!(n-2)!}{(n-3)!} : \frac{n!(n-2)}{n} = 15$ مساوی است به :

$$1(1) \quad 12(2) \quad 15(3) \quad 17(4)$$

11- قیمت افاده $\frac{3!+4!}{5!-4!} : \frac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}}{\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}}$ مساوی است به :

$$\frac{16}{3}(1) \quad \frac{3}{16}(2) \quad \frac{3}{5}(3) \quad \frac{5}{3}(4)$$

12- قیمت n در معادله $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \dots \cdot \sqrt{n} = 2\sqrt{30}$ عبارت است از :

$$2(1) \quad 3(2) \quad 5(3) \quad 8(4)$$

کلید سوالات بخش فکتوریل

شماره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
جواب	1	2	3	4	3	2	3	3	1	3	1	3

ترکیب (Combination)

زمانی بحث ترکیب به میان می‌آید که در انتخاب k شی از بین n شی ترتیب مهم نباشد. ترکیب را به شکل C_k^n و

یا $\binom{n}{k}$ نمایش می‌دهند. و یا به تعداد روش‌هایی که میتوان از بین n جسم k را انتخاب نمائیم ترکیب گفته

میشود و فرمول آن قرار ذیل است :

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

مثال : پدر از بین 5 فرزند خود , 3 نفر را همراه خود به مسافرت میبرد پدر به چند روش این 3 نفر را انتخاب میتواند؟

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{120}{2 \cdot 6} = \frac{120}{12} \Rightarrow 10$$

مثال 2 : اگر از بین 6 نفر یک گروپ سه نفره انتخاب کنیم این کار به چند طریق ممکن است ؟

حل : در این مثال ترتیب انتخاب افراد مهم نیست بنا از فرمول ترکیب استفاده میکنیم .

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$$

قوانین ترکیب :

$$1) \quad \binom{n}{k}, k \leq n$$

$$2) \quad \binom{n}{n} = 1 \quad \text{Exp} \quad \binom{8}{8} = 1$$

$$3) \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \text{Exp} \quad \binom{8}{0} = 1$$

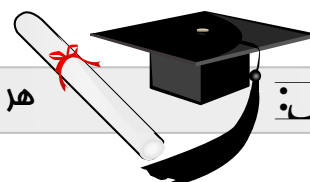
$$4) \quad \binom{n}{1} = n \quad \text{Exp} \quad \binom{8}{1} = 8$$

$$5) \quad \binom{n}{n-1} = n \quad \text{Exp} \quad \binom{8}{7} = 8$$

$$6) \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \text{Exp} \quad \binom{8}{3} = \binom{8}{5}$$

$$7) \quad \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k} \quad \text{Exp} \quad \binom{7}{4} + \binom{7}{5} = \binom{8}{5}$$

$$10) \quad \binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Rightarrow n = a + b \text{ or } a = b$$





سوالات بخش (ترکیب)

1- از بین 6 نفر به چند طریق می توان 3 نفر رار برای تدریس انتخاب نمود .

(1) 20 (2) 30 (3) 40 (4) 60

2- از یک ست که 4 عنصر دارد چند ست فرعی 3 عنصری می توان ساخت .

(1) 4 (2) 6 (3) 5 (4) 7

3- ترکیب $\binom{5}{3}$ با کدام ترکیب برابر است .

(1) $\binom{5}{4}$ (2) $\binom{5}{7}$ (3) $\binom{5}{2}$ (4) $\binom{5}{1}$

4- ترکیب $\binom{9}{3}$ با کدام ترکیب برابر است .

(1) $\binom{9}{4}$ (2) $\binom{9}{6}$ (3) $\binom{9}{0}$ (4) $\binom{9}{5}$

5- رابطه $\binom{n}{0}$ برابر کدام رابطه است .

(1) $\binom{n}{1}$ (2) $\binom{n+1}{0}$ (3) $\binom{n}{2}$ (4) $\binom{n}{4}$

6- رابطه $\binom{n}{n}$ برابر کدام رابطه است .

(1) $\binom{n+1}{n+1}$ (2) $\binom{n+1}{n-1}$ (3) $\binom{n+1}{n-2}$ (4) $\binom{n}{5}$

7- حاصل افاده $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$ برابر کدام رابطه است و

(1) $\binom{n+1}{k}$ (2) $\binom{n-1}{k}$ (3) $\binom{n-k}{k+n}$ (4) $\binom{n}{k-1}$

8- قیمت k در رابطه $\binom{5}{3} = \binom{k}{2}$ کدام است .

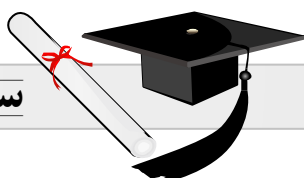
(1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 1

9- حاصل افاده $\frac{\binom{10}{7} + \binom{10}{3}}{\binom{7}{3} + \binom{7}{4}}$ کدام است .

(1) $\frac{24}{7}$ (2) 6 (3) 8 (4) 7

10- قیمت $\binom{4}{2}$ چند است .

(1) 10 (2) 8 (3) 6 (4) 5



11- قیمت ترکیب $\binom{1067}{249} + \binom{1067}{250}$ کدام است .

(1) $\binom{1069}{250}$ (2) $\binom{1069}{247}$ (3) $\binom{1068}{250}$ (4) $\binom{1067}{247}$

12- قیمت $\binom{5}{2}$ چند است .

(1) 54 (2) 10 (3) 60 (4) 50

13- قیمت $\binom{3}{0}$ کدام است .

(1) 3 (2) 1 (3) 0 (4) 5

14- مقدار $C\binom{7}{3}$ کدام است ؟

(1) 35 (2) 53 (3) 64 (4) 46

15- قیمت k در رابطه $C(5,3) = C(k,2)$ کدام یک از موارد ذیل است ؟

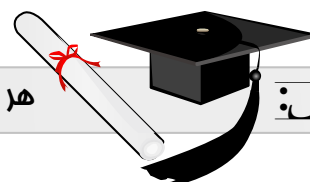
(1) 4 (2) 3 (3) 5 (4) 6

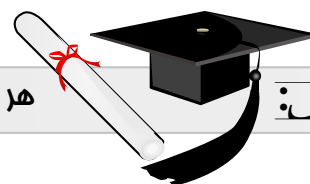
16- در رابطه $C\binom{n}{n-4} = C\binom{n}{n-6}$ قیمت n کدام است ؟

(1) 5 (2) 15 (3) 10 (4) 20

کلید سوالات بخش ترکیب

شماره	جواب	شماره	جواب
1	1	9	1
2	2	10	3
3	3	11	3
4	2	12	2
5	2	13	2
6	1	14	1
7	1	15	3
8	2	16	3





مطابقت ها

مطابقت : تساوی های الجبری هستند که هر مقدار عددی که به عوض متحول هایش قرار دهیم همواره برقرار باشند.

به عنوان مثال تساوی $x(x-1) = x^2 - x$ به عوض هر مقدار x برقرار است لذا یک مطابقت است ، اما تساوی $x^2 + 1 = 2x$ فقط به عوض $x=1$ برقرار است بنابر این مطابقت نیست.

مطابقت های مشهور

1- مطابقت مربع مجموع دو حد:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

ثبوت: $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مثال ها:

$$1) \quad (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$2) \quad (2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$3) \quad \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1$$

$$4) \quad \left(\frac{3x}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9x^2}{4} + \frac{3x}{4} + \frac{1}{16}$$

$$5) \quad \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

$$6) \quad (\sqrt{x} + 2)^2 = x + 4\sqrt{x} + 4$$

$$7) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{xy} + y$$

$$8) \quad (2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})^2 = 4x + 12\sqrt{xy} + 9y$$

$$9) \quad (x\sqrt{x} + y\sqrt{y})^2 = x^3 + 2xy\sqrt{xy} + y^3$$

$$10) \quad (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})^2 = \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}$$

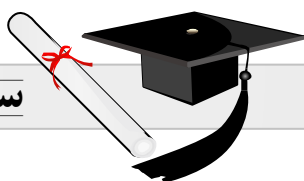
$$11) \quad (2\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[5]{y^3})^2 = 4\sqrt[3]{x^4} + 12\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{y^3} + 9\sqrt[5]{y^6}$$

$$= 4x\sqrt[3]{x} + 12\sqrt[15]{x^{10}y^9} + 9y\sqrt[5]{y}$$

$$12) \quad (x^{3/2} + y)^2 = x^3 + 2x^{3/2}y + y^2$$

$$13) \quad (3x^{4/5} + 2y^{3/2})^2 = 9x^{8/5} + 12x^{4/5}y^{3/2} + 4y^3$$

$$14) \quad \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right)^2 = \frac{4}{x^2} + \frac{12}{xy} + \frac{9}{y^2}$$



2- مطابقت‌های فرعی:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab}$$

مثال:

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$2) \quad a + \frac{1}{a} = t \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = ?$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = t^2 - 2$$

$$3) \quad (2+\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2 = ?$$

$$(2+\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2 = (2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})^2 - 2(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$$

$$= 16 - 2(4-3) = 16 - 2 = 14$$

مطابقت مربع تفاضل دو حد:

$$\boxed{\forall a, b \in \mathbb{R} : (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$

ثبوت:

$$\Rightarrow \boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

مثال‌ها:

$$1) \quad (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$5) \quad \left(\frac{x}{4} - \frac{y}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{xy}{6} + \frac{y^2}{9}$$

$$2) \quad (2x-y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$$

$$6) \quad (2^x - 2^y)^2 = 2^{2x} - 2(2^x)(2^y) + 2^{2y}$$

$$= 2^{2x} - 2^{x+y+1} + 2^{2y}$$

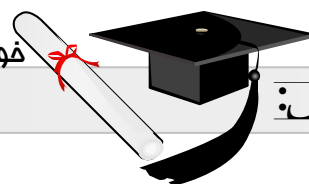
$$3) \quad (x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$4) \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

فوشبفت کسی است:

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



$$7) (\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x \\ = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - \sin 2x$$

$$8) (\tan x - \cot x)^2 = \tan^2 x - 2 \tan x \cot x + \cot^2 x \\ = \tan^2 x + \cot^2 x - 2$$

$$9) (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = x - 2\sqrt{xy} + y$$

$$10) (2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = 4x - 12\sqrt{xy} + 9y$$

3- مطابقت فرعی:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab}$$

$$1) x - \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2 = 11$$

$$2) \left. \begin{array}{l} a - b = 3 \\ ab = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = ?$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (3)^2 + 2(10) = 9 + 20 = 29$$

$$3) \left. \begin{array}{l} a - b = 5 \\ ab = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = ?$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (5)^2 + 2(-6)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 25 - 12 = 13$$

$$4) \left. \begin{array}{l} a - b = 7 \\ ab = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = ?$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (7)^2 + 2(18) = 49 + 36$$

$$a^2 + b^2 = 85$$

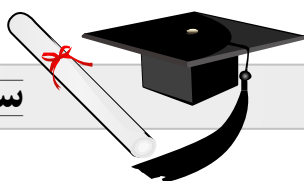
4- مطابقت های فرعی:

$$\boxed{(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$$

ثبوت:

$$a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$$



$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

ثبوت: $a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$

مثال‌ها:

- 1) $(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{2}-1)^2 = 4\sqrt{2}$
- 2) $(2+\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{3})^2 = 4(2)(\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$
- 3) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 - (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 4\sqrt{xy}$
- 4) $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2 - \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^2 = \frac{4}{xy}$
- 5) $(2^x+2^y)^2 - (2^x-2^y)^2 = 4(2^x)(2^y) = 2^{x+y+2}$
- 6) $(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 = 2(2+1) = 6$
- 7) $(3-\sqrt{10})^2 + (3+\sqrt{10})^2 = 2(9+10) = 2(19) = 38$
- 8) $(x\sqrt{x}+y\sqrt{y})^2 + (x\sqrt{x}-y\sqrt{y})^2 = 2(x^3+y^3)$
- 9) $(\sqrt[3]{x^{3/2}}+\sqrt[5]{y^{5/2}})^2 + (\sqrt[3]{x^{3/2}}-\sqrt[5]{y^{5/2}})^2 = 2(x+y)$
- 10) $(2x+3y)^2 + (2x-3y)^2 = 2(4x^2+9y^2)$

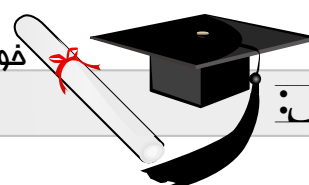
مطابقت‌های مربع مجموع سه حد:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac)$$

ثبوت: $(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2$
 $\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac)$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

مثال:

$$1) \quad (2x-3y-xy)^2 = (2x)^2 + (-3y)^2 + (-xy)^2 + 2(2x)(-3y) + 2(2x)(-xy) + 2(-3y)(-xy)$$

$$(2x-3y-xy)^2 = 4x^2 + 9y^2 + x^2y^2 - 12xy - 4x^2y + 6xy^2$$

$$2) \quad (a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$$

بیشتر بدانید!



مطابقت‌های فرعی:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = (a + b + c)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)$$

مثال: اگر $a + b + c = 10$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 50$ باشد حاصل $ab + bc + ac$ را دریافت نمایید؟

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)$$

$$50 = (10)^2 - 2(ab + bc + ac)$$

$$50 - 100 = -2(ab + bc + ac)$$

$$-50 = -2(ab + bc + ac)$$

$$\Rightarrow ab + bc + ac = 25$$

مطابقت مزدوج:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ثبوت:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

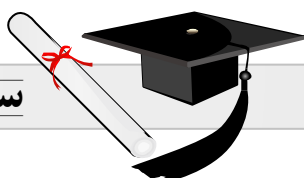
$$\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

مثال:

$$1) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$$

$$2) \quad \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$$

$$3) \quad (x\sqrt{x} + y\sqrt{y})(x\sqrt{x} - y\sqrt{y}) = x^3 - y^3$$



- 4) $(x^{1/2} - y^{3/2})(x^{1/2} + y^{3/2}) = x - y^3$
- 5) $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = 11 - 9 = 2$
- 6) $(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15}) = 16 - 15 = 1$
- 7) $(2^x - 2^y)(2^x + 2^y) = 2^{2x} - 2^{2y} = 4^x - 4^y$
- 8) $(a^{20} - a^{10})(a^{20} + a^{10}) = a^{40} - a^{20}$
- 9) $(a - 3)(a^2 + 9)(2a + 6) = (a - 3)(a^2 + 9)2(a + 3)$
 $= 2(a + 3)(a - 3)(a^2 + 9) = 2(a^2 - 9)(a^2 + 9) = 2(a^4 - 81) = 2a^4 - 162$
- 10) $(1 + 2a)(2a - 1)(4a^2 + 1) = (2a + 1)(2a - 1)(4a^2 + 1) = (4a^2 - 1)(4a^2 + 1) = 16a^4 - 1$

مطابقت یک حد مشترک:

$$\forall a, b, x \in \mathbb{R} : (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

ثبوت:

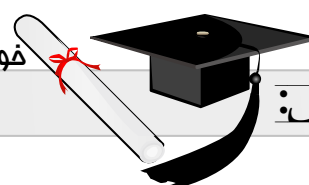
$$(x + a)(x + b) = x^2 + xb + ax + ab \Rightarrow (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال:

- 1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$
- 2) $(x - 4)(x + 5) = x^2 + x - 20$
- 3) $(x - 3)(x - 2) = x^2 - 5x + 6$
- 4) $(5x - 6)(5x + 2) = 25x^2 - 20x - 12$
- 5) $(2x - 7)(2x - 3) = 4x^2 - 20x + 21$
- 6) $\left(\frac{1}{x} + a\right)\left(\frac{1}{x} + b\right) = \frac{1}{x^2} + \frac{a + b}{x} + ab$
- 7) $(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2) = x + \sqrt{x} - 6$
- 8) $(x\sqrt{x} - 2)(x\sqrt{x} - 5) = x^3 - 7x\sqrt{x} + 10$

فوشبفت کسی است:

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

$$9) \quad (2^x + 2)(2^x + 3) = 2^{2x} + 5 \cdot 2^x + 6 = 4^x + 5 \cdot 2^x + 6$$

$$10) \quad (x^{-3} + a)(x^{-3} + b) = x^{-6} + (a+b)x^{-3} + ab$$

$$11) \quad \left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{2} + 4\right) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12$$

$$12) \quad (3x^2y - 4)(3x^2y + 7) = 9x^4y^2 + 9x^2y - 28$$

$$13) \quad (3x^2 - 7)(3x^2 + 1) = 9x^4 + 12x^2 - 77$$

$$14) \quad (xy - 3y)(xy + 5y) = x^2y^2 + 2xy^2 - 15y^2$$

بیشتر بدانید!



تعمیم مطابقت یک حد مشترک:

$$\forall a, b, c, x \in \mathbb{R} : (x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x + abc$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b)(x+c) &= [(x+a)(x+b)](x+c) = [x^2 + (a+b)x + ab](x+c) \\ &= x^3 + x^2c + (a+b)x^2 + (a+b)x \cdot c + abx + abc \\ &= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x + abc \\ (x+a)(x+b)(x+c) &= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x + abc \end{aligned}$$

مثال:

$$1) \quad (x+1)(x+2)(x+3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$2) \quad (x+2)(x+3)(x-4) = x^3 + x^2 - 14x - 24$$

$$3) \quad (2x-1)(2x-3)(2x+5) = 8x^3 + 4x^2 - 34x + 15$$

$$4) \quad \left(\frac{1}{x} + 1\right)\left(\frac{1}{x} + 2\right)\left(\frac{1}{x} + 3\right) = \frac{1}{x^3} + \frac{6}{x^2} + \frac{11}{x} + 6$$

$$5) \quad (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 4) = x\sqrt{x} + x - 14\sqrt{x} - 24$$

$$6) \quad (x^{4/3} + 2)(x^{4/3} + 1)(x^{4/3} - 5) = x^4 - 2x^{8/3} - 13x^{4/3} - 10$$



$$\begin{aligned}
 7) \quad & (2a-5)(2a-1)(4a^2+12a-5) = (4a^2-12a+5)(4a^2+12a-5) \\
 & = [4a^2 - (12a-5)][4a^2 + (12a-5)] = (4a^2)^2 - (12a-5)^2 = 16a^4 - (144a^2 - 120a + 25) \\
 & = 16a^4 - 144a^2 + 120a - 25
 \end{aligned}$$

مطابقت مکعب مجموع دو حد:

$$\boxed{\forall a, b \in \mathbb{R} : (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

ثبوت:

$$\begin{aligned}
 (a+b)^3 &= (a+b)^2(a+b) = [a^2 + 2ab + b^2](a+b) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 \\
 \Rightarrow (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
 \end{aligned}$$

مثال:

$$1) \quad (x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$2) \quad (x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$3) \quad (2a+3b)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(3b) + 3(2a)(3b)^2 + (3b)^3$$

$$4) \quad \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^3 = \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^2y} + \frac{3}{xy^2} + \frac{1}{y^3}$$

$$5) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 = x\sqrt{x} + 3x\sqrt{y} + 3y\sqrt{x} + y\sqrt{y}$$

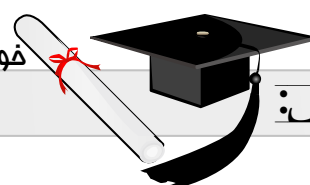
$$\begin{aligned}
 6) \quad & (2x\sqrt{x} + 3y\sqrt{y})^3 = (2x\sqrt{x})^3 + 3(2x\sqrt{x})^2(3y\sqrt{y}) + 3(2x\sqrt{x})(3y\sqrt{y})^2 + (3y\sqrt{y})^3 \\
 & = 8x^4\sqrt{x} + 36x^3y\sqrt{y} + 54y^3x\sqrt{x} + 27y^4\sqrt{y}
 \end{aligned}$$

$$7) \quad (x^2+1)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(1) + 3(x^2)(1)^2 + (1)^3 = x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$$

$$8) \quad (x^3+y^2)^3 = (x^3)^3 + 3(x^3)^2(y^2) + 3(x^3)(y^2)^2 + (y^2)^3 = x^9 + 3x^6y^2 + 3x^3y^4 + y^6$$

فوشبفت کسی است:

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

بیشتر بدانید!



مطابقت مکعب مجموع سه حد:

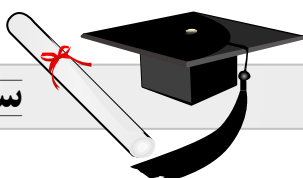
$$\forall a, b, c \in \mathbb{R}, (a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c)$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} [(a+b)+c]^3 &= (a+b)^3 + 3(a+b)^2 c + 3(a+b)c^2 + c^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3c(a^2 + 2ab + b^2) + 3ac^2 + 3bc^2 + c^3 \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 6abc + 3cb^2 + 3ac^2 + 3bc^2 \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 3abc + 3abc \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(a+b) + 3ac(a+c) + 3bc(b+a) + 3bc(c+a) \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3b(a+b)[a+c] + 3c(a+c)[a+b] \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+c)(a+b)(b+c) \\ \Rightarrow (a+b+c)^3 &= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c) \end{aligned}$$

مثال:

$$\begin{aligned} 1) \quad (x+2y+3z)^3 &= x^3 + 8y^3 + 27z^3 + 3(x+2y)(x+3z)(2y+3z) \\ 2) \quad \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^3 &= a^3 + \frac{b^3}{8} + \frac{c^3}{27} + 3\left(a + \frac{b}{2}\right)\left(a + \frac{c}{3}\right)\left(\frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right) \\ 3) \quad (a-2b-3c)^3 &= a^3 - 8b^3 - 27c^3 + 3(a-2b)(-2b-3c)(a-3c) \\ \Rightarrow (a-2b-3c)^3 &= a^3 - 8b^3 - 27c^3 - 3(a-2b)(2b+3c)(a-3c) \end{aligned}$$



مطابقت مکعب تفاضل دو حد:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ثبوت:

$$(a-b)^3 = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3$$

$$\Rightarrow (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال:

$$1) \quad (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$2) \quad (x-2)^3 = x^3 - 3x^2(2) + 3x(2)^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$3) \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^3 = \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2y} + \frac{3}{xy^2} - \frac{1}{y^3}$$

$$4) \quad (\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 = x\sqrt{x} - 3x\sqrt{y} + 3y\sqrt{x} - y\sqrt{y}$$

$$5) \quad (2x\sqrt{x} - 3y\sqrt{y})^3 = (2x\sqrt{x})^3 - 3(2x\sqrt{x})^2(3y\sqrt{y}) + 3(2x\sqrt{x})(3y\sqrt{y})^2 - (3y\sqrt{y})^3$$

$$= 8x^4\sqrt{x} - 36x^3y\sqrt{y} + 54y^3x\sqrt{x} - 27y^4\sqrt{y}$$

$$6) \quad (x^2 - 1)^3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2(1) + 3(x^2)(1)^2 - (1)^3$$

$$= x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$$

$$7) \quad (a^2 - 3b^2)^3 = (a^2)^3 - 3(a^2)^2(3b^2) + 3(a^2)(3b^2)^2 - (3b^2)^3$$

$$= a^6 - 9a^4b^2 + 27a^2b^4 - 27b^6$$

$$8) \quad (x^3 - y^2)^3 = (x^3)^3 - 3(x^3)^2(y^2) + 3(x^3)(y^2)^2 - (y^2)^3$$

$$= x^9 - 3x^6y^2 + 3x^3y^4 - y^6$$

مطابقت‌های فرعی:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

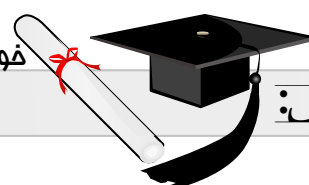
$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$(a+b)^3 - 3ab(a+b) = a^3 + b^3 \Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

مطابقت مجموع مکعبات

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

مثال:

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = a \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = (a)^3 - 3(a)$$

$$2) \quad x + y = 7, \quad xy = 10, \quad x^3 + y^3 = ?$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$x^3 + y^3 = (7)^3 - 3(10)(7)$$

$$x^3 + y^3 = 343 - 210 = 133$$

$$3) \quad \text{if; } x^2 + x + 1 = 0, \text{ so; } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + \frac{1}{x} + 1 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -1 \end{cases}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (-1)^3 - 3(-1) = -1 + 3 = 2$$

مطابقت تفاضل مکعبات:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$$

$$(a - b)^3 + 3ab(a - b) = a^3 - b^3$$

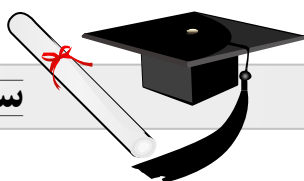
$$\boxed{a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)}$$

مثال:

$$1) \quad x - \frac{1}{x} = 4, \quad x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (4)^3 + 3(4) = 64 + 12 = 76$$



$$2) \quad x + y = 7, \quad xy = 10 \quad x > y \Rightarrow x^3 - y^3 = ?$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 2xy - 2xy$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$(x - y)^2 = 49 - 4(10) = 49 - 40 = 9$$

$$(x - y)^2 = 9 \Rightarrow (x - y) = 3$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (3)^3 + 3(10)(3)$$

$$x^3 - y^3 = 27 + 90 = 117$$

مطابقت‌های چاق و لاغر:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

مثال:

$$1) \quad (x + 1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$$

$$2) \quad (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$$

$$3) \quad (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) = 8x^3 + 27$$

$$4) \quad (\sqrt{x} + 2)(x - 2\sqrt{x} + 4) = x\sqrt{x} + 8$$

$$5) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y) = x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$$

$$6) \quad (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) = x + y$$

$$7) \quad (x - 1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

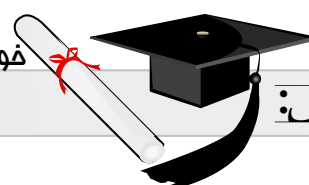
$$8) \quad (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 8$$

$$9) \quad (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = 8x^3 - 27$$

$$10) \quad (\sqrt{x} - 2)(x + 2\sqrt{x} + 4) = x\sqrt{x} - 8$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیژ دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

$$11) (\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y) = x\sqrt{x} - y\sqrt{y}$$

$$12) (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) = x - y$$

$$13) (a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2) \\ = (a-b)(a^2-ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2) = (a^3-b^3)(a^3+b^3) = a^6-b^6$$



بیشتر بدانید!

مطابقت‌های فرعی:

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 = 2a^3 + 6ab^2$$

ثبوت:

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) + (a^3 - 3ab^2 + 3ab^2 - b^3) \\ \Rightarrow (a+b)^3 + (a-b)^3 = 2a^3 + 6ab^2$$

$$(a+b)^3 - (a-b)^3 = 2b^3 + 6a^2b$$

ثبوت:

$$(a+b)^3 - (a-b)^3 = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) - (a^3 - 3ab^2 + 3ab^2 - b^3) \\ \Rightarrow (a+b)^3 - (a-b)^3 = 2b^3 + 6a^2b$$

مثال:

$$1) (x+1)^3 + (x-1)^3 = 2x^3 + 6x$$

$$2) (2x+3)^3 + (2x-3)^3 = 2(2x)^3 + 6(2x)(3)^2 \\ = 2(8x^3) + 12x(9) = 16x^3 + 108x$$

$$3) (\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 = 2(\sqrt{x})^3 + 6(\sqrt{x})(\sqrt{y})^2 \\ = 2x\sqrt{x} + 6y\sqrt{x}$$

$$4) (\sqrt{2}+1)^3 + (\sqrt{2}-1)^3 = 2(\sqrt{2})^3 + 6(\sqrt{2})(1)^2 = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$



$$5) \quad (2 + \sqrt{3})^3 + (2 - \sqrt{3})^3 = 2(2)^3 + 6(2)(\sqrt{3})^2 = 16 + 12 \cdot 3 = 16 + 36 = 52$$

$$6) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 = 2(\sqrt{y})^3 + 6(\sqrt{x})^2(\sqrt{y}) = 2y\sqrt{y} + 6x\sqrt{y}$$

مطابقت مشهور اویلر و نتایج آن:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = a^3+b^3+c^3-3abc$$

ثبوت:

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = a^3+ab^2+ac^2-a^2b-a^2c-abc+a^2b+b^3+bc^2-ab^2-abc-b^2c+a^2c+b^2c+c^3-abc-ac^2-bc^2$$

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = a^3+b^3+c^3-3abc$$

نتیجه اول:

$$1) \quad \text{if}; \quad a+b+c=0 \Rightarrow \underline{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

نتیجه دوم:

$$2) \quad \text{if}; \quad a=b=c \Rightarrow \underline{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

بیشتر بدانید!



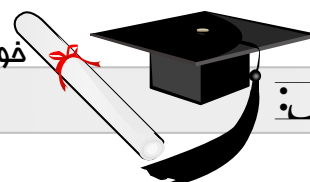
صورت دیگر مطابقت اویلر

$$\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2] = a^3+b^3+c^3-3abc$$

ثبوت:

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\right]= \\
& = \frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(a^2-2ac+c^2)\right] \\
& = \frac{1}{2}(a+b+c)\left[2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc\right] \\
& = \frac{1}{2}(a+b+c)2\cdot(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) \\
& = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)=a^3+b^3+c^3-3abc \\
& \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\right]=a^3+b^3+c^3-3abc}
\end{aligned}$$

مثال:

- 1) $(x+y+1)(x^2+y^2+1-xy-y-x)=x^3+y^3+1-3xy$
- 2) $(2x+y+1)(4x^2+y^2+1-2xy-y-2x)=8x^3+y^3+1-6xy=8x^3+y^3-6xy+1$
- 3) $(x+2y+2)(x^2+4y^2+4-2xy-4y-2x)=x^3+8y^3+8-12xy=x^3+8y^3-12xy+8$
- 4) $(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})(x+y+z-\sqrt{xy}-\sqrt{yz}-\sqrt{xz})=x\sqrt{x}+y\sqrt{y}+z\sqrt{z}-3\sqrt{xyz}$
- 5) $(a^3-a^2-1)(a^6+a^4+1+a^5-a^2+a^3)=a^9-a^6-1-3(a^3)(-a^2)(-1)$
 $=a^9-a^6-1-3a^5=a^9-a^6-3a^5-1$

$$6) \begin{cases} a=3+\sqrt{2} \\ b=3-\sqrt{2} \\ c=-6 \end{cases} \Rightarrow a^3+b^3+c^3=?$$

$$\begin{aligned}
a+b+c=0 & \Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc=3(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})(-6) \\
& =3(9-2)(-6)=3(7)(-6)=-126
\end{aligned}$$

7) معادله $\underbrace{(5x-7)^3}_a + \underbrace{(4-3x)^3}_b + \underbrace{(3-2x)^3}_c = 0$ چند جواب دارد؟

حل: $a+b+c=0 \Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$

$$\Rightarrow (5x-7)^3 + (4-3x)^3 + (3-2x)^3 = 3(5x-7)(4-3x)(3-2x) = 0 \Rightarrow x_1 = 7/5, x_2 = 4/3, x_3 = 3/2$$



بیشتر بدانید!



مطابقت لاگرانژ:

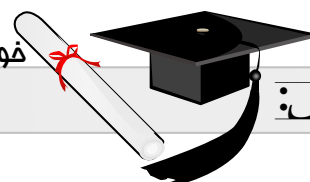
$$\forall x, y, a, b \in \mathbb{R} : (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2 = y^2(a^2 + b^2) + x^2(a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \\ \Rightarrow (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) &= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 \end{aligned}$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

خود را بیازمایید!



- 1) $235^2 - 230^2 - 5^2 = ?$ ج: 2300
- 2) $445^2 - 5^2 - 440^2 = ?$ ج: 4400
- 3) $101^2 - 99^2 = ?$ ج: 400
- 4) $99^2 = ?$ ج: 9801
- 5) $\text{if}; a > b > 0, a^2 - 6ab + b^2 = 0 \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = ?$ ج: $\sqrt{2}$
- 6) $\text{if}; \frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{x^2+1} = ?$ ج: $\frac{4}{17}$
- 7) $\text{if}; x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = ?$ ج: 2
- 8) $\text{if}; \frac{x^2}{x^4+1} = 1 \Rightarrow \frac{x^4}{x^8+1} = ?$ ج: -1
- 9) $\text{if}; \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+1} = ?$ ج: $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- 10) $\text{if}; \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{x^4+1} = ?$ ج: $\frac{1}{14}$

11) اگر $2x^2 + 4y^2 - 4xy - 2x + 1 = 0$ باشد، حاصل $x + y$ را دریافت نمایید: ج: $3/2$

12) اگر $2x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 9 = 0$ باشد، حاصل $x + 4y$ را دریافت نمایید: ج: 15

13) اگر $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z + 29 = 0$ باشد، حاصل $x + 2y + 3z$ را دریافت نمایید: ج: 8

14) حاصل $36^2 - 34^2$ را دریافت نمایید: ج: 140



- 15) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 5x + 1) = ?$
- 16) $202^2 - 198^2 = ?$ ج: 1600
- 17) $201 \times 199 = ?$ ج: 39999
- 18) $(3 + \sqrt{11})^2 + (3 - \sqrt{11})^2 = ?$ ج: 40
- 19) $(5 + \sqrt{24})^2 + (5 - \sqrt{24})^2 = ?$ ج: 98
- 20) $(2 + \sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{3})^2 = ?$ ج: $8\sqrt{3}$
- 21) $(3 + \sqrt{10})^2 - (3 - \sqrt{10})^2 = ?$ ج: $12\sqrt{10}$
- 22) $(2 + \sqrt{3})^3 + (2 - \sqrt{3})^3 = ?$ ج: 52
- 23) $(2 - \sqrt{2})^3 + (2 + \sqrt{2})^3 = ?$ ج: 40
- 24) $(a - 1)(a^2 + a + 1)(a^3 + 2) = ?$ ج: $a^6 + a^3 - 2$
- 25) $(x + 2)(x - 2)(2x^4 + 8x^2 + 32) = ?$ ج: $2x^6 - 128$
- 26) $(a^6 + b^6)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4 + a^2b^2)(a^{24} + b^{24} + a^{12}b^{12}) = ?$ ج: $a^{36} - b^{36}$

27) اگر $(x^2 - xy + y^2)(x + y) = 1$ باشد، حاصل کسر $\frac{x^9 + y^9 - 1}{x^3 y^3}$ را دریافت کنید. ج: -3

28) اگر $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = 2$ باشد، حاصل کسر $\frac{a^3 b^3}{a^9 + b^9 - 8}$ را دریافت کنید. ج: -1/6

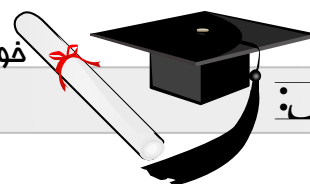
29) اگر $\frac{1}{x^4} = 1 + \frac{2}{x^2}$ باشد، حاصل $x^6 - \frac{1}{x^6}$ را دریافت کنید. ج: -14

30) اگر $abc = 25$ و $a + b + 2c = 0$ باشد، حاصل $a^3 + b^3 + 8c^3$ را دریافت کنید. ج: 150

31) حاصل $\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)$ را دریافت کنید. ج: $\frac{3280}{2187}$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای فوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

- (32) در عبارت $(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+100)$ ، ضریب x^{99} را دریافت کنید. ج: 5050
- (33) اگر $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$ و $x > 0$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را دریافت کنید. ج: 18
- (34) اگر $x^2 + x + 1 = 0$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را دریافت کنید. ج: 2
- (35) اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{z}$ باشد، مقدار $(x+y-z)^3$ را دریافت کنید. ج: $-27xyz$
- (36) جذور معادله $(3x+1)^3 + (3-5x)^3 = 8(2-x)^3$ را دریافت کنید.
ج: $x_1 = -1/3$
 $x_2 = 3/5$
 $x_3 = 2$
- (37) جذور معادله $(5x-7)^3 + (4-3x)^3 + (3-2x)^3 = 0$ را دریافت کنید.
ج: $x_1 = 7/5$
 $x_2 = 4/3$
 $x_3 = 3/2$
- (38) حاصل کسر $\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2}$ را دریافت کنید. ج: $1/2(x+y+z)$
- (39) جذور معادله $(2x-3)^3 - 27(x-2)^3 - (3-x)^3 = 0$ را دریافت کنید.
ج: $x_1 = 2$
 $x_2 = 3$
 $x = 3/2$
- (40) اگر $x^2 + x + 1 = 0$ باشد، حاصل $x^{500} + \frac{1}{x^{500}}$ را دریافت کنید. ج: -1
- (41) اگر $x - \frac{1}{x} = 4$ باشد، حاصل $x^2 - \frac{1}{x^2}$ را با شرط $x > 0$ دریافت کنید. ج: $8\sqrt{5}$
- (42) اگر $x^2 + x + 1 = 0$ باشد، حاصل $5x^{234} - x^{99}$ را دریافت کنید. ج: 4

انکشاف مطابقت های نوع اول :

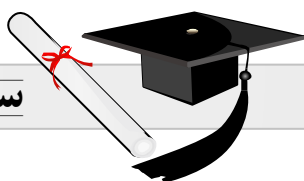
مثال :

برای انکشاف این نوع مطابقت از قانون ذیل استفاده می کنیم:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n \pm \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 \pm \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots \pm \binom{n}{n}b^n$$

مثال : مطابقت $(3x+3y)^3$ را انکشاف دهید.

$$(a+b)^3 = \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}a^2b + \binom{3}{2}ab^2 + \binom{3}{3}b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



$$(2x+3y)^3 = \binom{3}{0}(2x)^3 + \binom{3}{1}(2x)^2(3y) + \binom{3}{2}(2x)(3y)^2 + \binom{3}{3}(3y)^3$$

$$(2x+3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

انکشاف مطابقت و تطبیق مثلث پاسکال برای ضرایب حدود انکشاف یافته:

عبارت الجبری	مثلث ضرایب عبارت‌ها	خاصیت مثلث
$(a+b)^0 = 1$	1	هر ضریبی در
$(a+b)^1 = a+b$	1 1	یک انکشاف،
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1 2 1	در هر سطر
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	1 3 3 1	(به جز 1)
$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	1 4 6 4 1	مثلث،
$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$	1 5 10 10 5 1	مجموع دو
		عددی است
		که در بالا به
		طور قاطع قرار
		دارند.

مثال :

- $$(5x^3 + 3x^2)^2 = (5x^3)^2 + 2(5x^3)(3x^2) + (3x^2)^2$$

$$= 25x^6 + 30x^5 + 9x^4$$
- $$(-a-b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$
- $$235^2 - 230^2 - 5^2 = (230+5)^2 - 230^2 - 5^2$$

$$= [(230)^2 + 2(230)(5) + (5)^2] - 230^2 - 5^2$$

$$= 2(230) \times (5)$$

$$= 2300$$
- $$99^2 = (100-1)^2$$

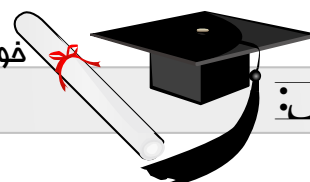
$$= [(100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2]$$

$$= 10000 - 200 + 1$$

$$= 9801$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

خواص انکشاف ملابقت $(a \pm b)^n$:

- 1- در صورتیکه $(a+b)^n$ را انکشاف دهیم علامه تمام حدود انکشاف یافته مثبت است. مانند مثال ذیل:
- $$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
- 2- در انکشاف $(a-b)^n$ علامه حدود انکشاف یافته به صورت متناوب مثبت و منفی میباشد. مانند ذیل:
- $$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$
- 3- در انکشاف $(a \pm b)^n$ تعداد حدود انکشاف یافته برابر به $(n+1)$ حد است.
- مثال: در صورتیکه $(a+b)^7$ را انکشاف دهیم تعداد حدود انکشاف یافته 8 حد است.
- 4- در انکشاف $(a+b)^n$ حدود انکشاف یافته هموجن هستند یعنی مجموع توان a و b در هر حد برابر به n است.
- مثال: در صورتیکه $(a+b)^2$ را انکشاف دهیم درجه هر حد برابر به دو است. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 5- برای تعیین مجموع ضرایب حدود انکشاف یافته $(a+b)^n$ کافی است به عوض a و b عدد یک را قرار دهیم.
- $$(a+b)^n = (1+1)^n = 2^n \Rightarrow (a+b)^n = (2)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$$

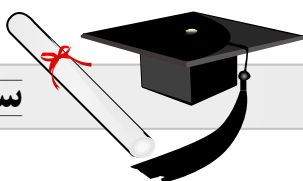
نکته: مجموع ضرایب در انکشاف دو حده $(a-b)^n$ برابر است با $(1-1)^n = 0$ که به عوض $a=b=1$ در انکشاف فوق محاسبه شده است: بنابر این:

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \dots + (-1)^k \binom{n}{k} + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

- 6- ضریب هر حد به این ترتیب به دست می آید که ضریب حد قبل را در توان a از همان حد ضرب کرده، بر تعداد حد هایی که تا آن حد نوشته شده است تقسیم میکنیم.

$$\text{ضریب حد قبل} \times \text{توان } a \text{ در حد قبل} = \frac{\text{ضریب حد بعدی}}{\text{نوبت حد}}$$

- 7- همانطور که ملاحظه میشود در انکشاف حدود، توان a از n شروع و به صفر ختم میشود و در هر حد نسبت به حد قبل، از درجه a یکی کم و به درجه b اضافه میشود. توان b از صفر شروع و به n ختم میشود.



$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

مثال :

8- به طور کلی تعداد حدود در انکشاف $(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^n$ برابر است با :

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \frac{(n+k-1)!}{(k-1)!n!}$$

فرمول دریافت حد خواسته شده در انکشاف $(a+b)^n$:

برای دریافت حد k ام در انکشاف $(a+b)^n$ از رابطه ذیل استفاده مینماییم.

$$\text{حد } k \text{ ام} = \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$$

مثال : در انکشاف مطابقت $(3x-1)^8$ حد پنجم کدام است .

$$\text{حد } 5 \text{ ام} = \binom{8}{5-1} (3x)^{8-5+1} \cdot (-1)^{5-1} = \binom{8}{4} (3x)^4$$

مثال : در انکشاف مطابقت $(a-2x)^7$ ضریب x^4 کدام است؟

حل : فرمول k ام را نوشته مقدار k را طوری وضع میکنیم که توان x را چهار بسازد.

$$\text{حد } k \text{ ام} = \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$$

$$\text{حد } k \text{ ام} = \binom{7}{k-1} a^{7-k+1} \cdot (-2x)^{k-1}$$

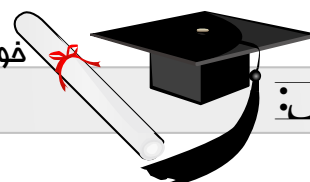
به عوض k عدد 5 را وضع نماییم تا توان x چهار شود

$$\text{حد } 5 \text{ ام} = \binom{7}{5-1} a^{7-5+1} (-2x)^{5-1} = 560a^3x^4$$

ضریب x^4 مقدار $560a^3$ است .

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

انکشاف مطابقت نوع دوم: $(a^n - b^n)$

در انکشاف مطابقت $(a^n - b^n)$ فرقی نمیکند که n جفت یا تاق باشد. از رابطه ذیل استفاده میکنیم:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

نکته: انکشاف یافته مطابقت $(a^n - b^n)$ را به شکل ذیل نیز میتوان نوشت.

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}) = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$$

خواص انکشاف مطابقت نوع $(a^n - b^n)$:

- 1- در انکشاف این مطابقت قوس اول همیشه $(a - b)$ است.
- 2- قوس بزرگ همراه a^{n-1} شروع به b^{n-1} ختم میشود.
- 3- علامه تمام حدود انکشاف یافته در قوس کلان مثبت هستند.
- 4- تعداد حدود انکشاف یافته در قوس کلان برابر به n است.

مثال ها:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$$

مطابقت $8 - 3x^6$ را انکشاف دهید.

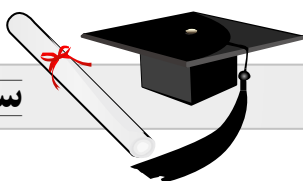
$$8 - 3x^6 = (2)^3 - (\sqrt[3]{3})^3 (x^2)^3 = (2)^3 - (\sqrt[3]{3}x^2)^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a = 2 \quad b = \sqrt[3]{3}x^2$$

$$(2)^3 - (\sqrt[3]{3}x^2)^3 = (2 - \sqrt[3]{3}x^2) \left((2)^2 + (2)(\sqrt[3]{3}x^2) + (\sqrt[3]{3}x^2)^2 \right)$$

$$(2)^3 - (\sqrt[3]{3}x^2)^3 = (2 - \sqrt[3]{3}x^2) (4 + 2\sqrt[3]{3}x^2 + \sqrt[3]{9}x^4)$$



انکشاف مطابقت نوع سوم $(a^n + b^n)$ (در صورتیکه n یک عدد تاق باشد) :

برای انکشاف این نوع مطابقت از فرمولی مشابه فرمول قبلی استفاده میکنیم با این تفاوت که علامه قوس اول مثبت و علامه قوس دوم (کلان) یکی در میان مثبت و منفی میشود.

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1})$$

نکته : برای اینکه یک افاده شکل مطابقت $a^n + b^n$ را بگیرد حتما باید n توان یک قوس باشد در این صورت افاده داخل قوس را a و b مینامیم.

مثال : مطابقت $x^5 + 32x^{10}y$ را انکشاف دهید.

حل : برای حل با کمی دقت متوجه میشویم این مطابقت شکل $a^5 + b^5$ را به خود میگیرد .

$$\begin{aligned} x^5 + 32x^{10}y &= (x)^5 + 2^5 (x^2)^5 (\sqrt[5]{y})^5 = (x)^5 + (2x^2\sqrt[5]{y})^5 \\ &= (x + 2x^2\sqrt[5]{y}) \left[(x)^4 - (x)^3 (2x^2\sqrt[5]{y}) + (x)^2 (2x^2\sqrt[5]{y})^2 - (x) (2x^2\sqrt[5]{y})^3 + (2x^2\sqrt[5]{y})^4 \right] \end{aligned}$$

مثال :

$$8x^3 + 27 = (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$$

انکشاف مطابقت نوع چهارم $(a^n + b^n)$ (در صورتی که n یک عدد جفت باشد) :

در انکشاف این نوع مطابقت از رابطه $a^n + b^n = \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}}\right)^2 - 2(ab)^{\frac{n}{2}}$ استفاده مینماییم. طوریکه به این رابطه

شکل تفاضل مربعات $(a^2 - b^2)$ را میدهیم.

مثال ها :

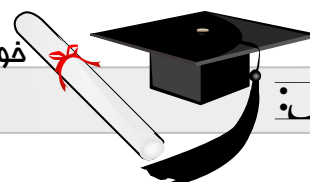
$$1) \quad a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2(ab) = (a + b)^2 - (\sqrt{2ab})^2 = (a + b - \sqrt{2ab})(a + b + \sqrt{2ab})$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a^4 + b^4 &= (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = (a^2 + b^2)^2 - (\sqrt{2(ab)^2})^2 \\ &= (a^2 + b^2 - \sqrt{2ab})(a^2 + b^2 + \sqrt{2ab}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a^8 + b^8 &= (a^4 + b^4)^2 - 2(ab)^4 = (a^4 + b^4)^2 - (\sqrt{2(ab)^4})^2 \\ &= (a^4 + b^4 - \sqrt{2}(ab)^2)(a^4 + b^4 + \sqrt{2}(ab)^2) \end{aligned}$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

برای انکشاف این نوع مطابقت از رابطه $a^n + b^n = \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}}\right)^2 - 2(ab)^{\frac{n}{2}}$ استفاده مینماییم. طوریکه به این

رابطه شکل تفاضل مربعات $(a^2 - b^2)$ را میدهم و با استفاده از آن میتوانیم فرمول ذیل را حاصل نمائیم.

$$\begin{aligned} a^n + b^n &= \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}}\right)^2 - 2(ab)^{\frac{n}{2}} = \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}}\right)^2 - \left(\sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right)^2 \\ &= \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right) \cdot \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right) \end{aligned}$$

مثال :

$$\begin{aligned} a^8 + b^8 &= \left(a^{\frac{8}{2}} + b^{\frac{8}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{8}{2}}}\right) \cdot \left(a^{\frac{8}{2}} + b^{\frac{8}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{8}{2}}}\right) \\ &= (a^4 + b^4 - \sqrt{2}(ab)^2) \cdot (a^4 + b^4 + \sqrt{2}(ab)^2) \end{aligned}$$

نکته : رابطه های ذیل یک رابطه مهم در بخش مطابقت میباشد.

$$1) a^n + b^n = \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}}\right)^2 - 2(ab)^{\frac{n}{2}}$$

$$Exp: a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$2) a^n + b^n = \left(a^{\frac{n}{2}} - b^{\frac{n}{2}}\right)^2 + 2(ab)^{\frac{n}{2}}$$

$$Exp: a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

اگر $x + \frac{1}{x} = 5$ باشد پس قیمت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را دریابید.

$$x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = (5)^2 - 2 = 25 - 2 \Rightarrow 23$$

نکته : مربع سه حده را طور ذیل انکشاف میدهم :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$



ثبوت :

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) + 2ac + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + cb + ac)\end{aligned}$$

$$(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac - bc)$$

مثال :

$$(x+2y+7)^2 = x^2 + 4y^2 + 49 + 2(2xy + 7x + 14y)$$

مثال :

$$(x-2y-\sqrt{7})^2 = x^2 + 4y^2 + 7 - 2(2xy + \sqrt{7}x - 2\sqrt{7}y)$$

مطابقت اوایلر : یکی از جمله مطابقت‌های معروف مطابقت اوایلر میباشد. که قرار ذیل میباشد.

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c) \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc$$

مثال :

$$(x^3 + 27 + 8) = (x+3+2)(x^2 + 9 + 4 - 3x - 2x - 6) + 18x$$

نکته : از مطابقت‌های اخیر مطابقت‌های ذیل نتیجه میشود. ولی ضرورت نیست که آن را به یاد بسپارید.

$$1) \quad a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$16x^4 + 81 = (4x^2)^2 + 9^2 = (4x^2 + 9)^2 - 2(4x^2)(9)$$

مثال :

$$3) \quad a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$x^3 + \frac{64}{x^3} = (x)^3 + \left(\frac{4}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{4}{x}\right)^3 - 3(x)\left(\frac{4}{x}\right)\left(x + \frac{4}{x}\right) = \left(x + \frac{4}{x}\right)^3 - 12\left(x + \frac{4}{x}\right)$$

مثال :

$$4) \quad a^3 - a^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

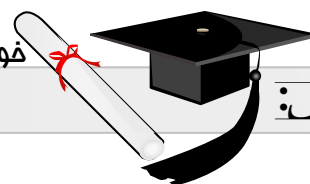
$$5) \quad (a-b)(a+b)(a^2+b^2) \dots (a^{2n}+b^{2n}) = a^{4n} - b^{4n}$$

$$(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) = 1 - x^{4(4)} = 1 - x^{16}$$

مثال :

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

تجزیه Factorization

تبدیل نمودن یک افاده از حالت جمع به حالت ضرب را تجزیه می گویند.

روش های تجزیه:

1- روش فکتور مشترک

در این روش افاده را به عامل مشترک آن همزمان ضرب و تقسیم می نماییم عملیه تقسیم را انجام داده ولی ضرب را انجام نمی دهیم، در این صورت افاده از حالت جمع به حالت ضرب تبدیل می شود.

$$1) ax + bx + cx + \dots + zx = x(a + b + c + \dots + z)$$

$$2) ax - bx - cx + \dots - zx = x(a - b - c - \dots - z)$$

$$3) a^2 + ab = a(a + b)$$

$$4) x^2 - ax + x = x(x - a + 1)$$

$$5) 3x^2 y^2 \cdot z - 6x y^2 \cdot z^2 = 3xy^2 z(x - 2z)$$

$$6) 15a^2 b - 20ab^2 - 25a = 5a(3ab - 4b^2 - 5)$$

2- تجزیه یک افاده بر اساس گروپ بندی

روش گروپ بندی معادل به فکتور مشترک است با این تفاوت که در بین تمام حدود عامل مشترک وجود ندارد، در این صورت حدود را طوری گروپ بندی می نماییم تا با فکتور گرفتن از عامل مشترک آن ها در بین تمام گروپ ها قوس مشترک تشکیل شود، در نهایت قوس مشترک را فکتور گرفته افاده به دو قوس تجزیه می شود.

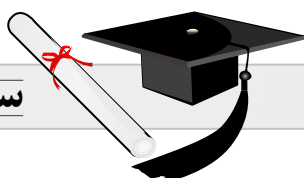
$$1) x^4 - x^3 + x^2 - x = x(x^3 - x^2 + x - 1) = x(x^2(x - 1) + (x - 1)) = (x)(x - 1)(x^2 + 1)$$

$$2) x^2 - bx - ax + ab = x(x - b) - a(x - b) = (x - b)(x - a)$$

$$3) ax - az + ay - by - bx + bz = a(x - z + y) - b(y + x - z) = (x + y - z)(a - b)$$

$$4) (x + y)(m + n) - x - y = (x + y)(m + n) - (x + y) = (x + y)(m + n - 1)$$

$$5) \frac{1}{my} - \frac{1}{ny} - \frac{1}{mx} + \frac{1}{nx} = \frac{1}{y} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) - \frac{1}{x} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right)$$



$$6) \quad \frac{x}{mk} - \frac{y}{nk} - \frac{x}{mp} + \frac{y}{np} = \frac{x}{mk} - \frac{x}{mp} - \frac{y}{nk} + \frac{y}{np} = \frac{x}{m} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{p} \right) - \frac{y}{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{p} \right) = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{p} \right) \left(\frac{x}{m} - \frac{y}{n} \right)$$

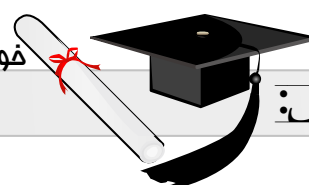
$$\begin{aligned} 7) \quad & ab(a+b) - bc(b+c) + ac(a-c) \\ & a+b = (b+c) + (a-c) \\ & ab[(b+c) + (a-c)] - bc(b+c) + ac(a-c) \\ & = ab(b+c) - bc(b+c) + ab(a-c) + ac(a-c) = (b+c)(ab-bc) + (a-c)(ab+ac) \\ & = (b+c)(a-c)b + (a-c)(b+c)a = (b+c)(a-c)(a+b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad & a^5 - a^4 + a^3 - a^2 \\ & = (a^5 - a^4) + (a^3 - a^2) = a^4(a-1) + a^2(a-1) = (a-1)(a^4 + a^2) \\ & = a^2(a-1)(a^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9) \quad & y^3(a-x) - x^3(a-y) + a^3(x-y) \\ & = ay^3 - xy^3 - ax^3 + x^3y + a^3x - a^3y \\ & = (ay^3 - ax^3) + (x^3y - xy^3) - a^3(y-x) = a(y^3 - x^3) + xy(x^2 - y^2) - a^3(y-x) \\ & = a(y-x)(y^2 + yx + x^2) - xy(y-x)(y+x) - a^3(y-x) \\ & = (y-x)[ay^2 + ayx + ax^2 - xy(y+x) - a^3] \\ & = (y-x)(ay^2 + ayx + ax^2 - xy^2 - x^2y - a^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10) \quad & a^3 - 2a + a^2 - 2 \\ & (a^3 + a^2) + (-2a - 2) = a^2(a+1) - 2(a+1) = (a+1)(a^2 - 2) \\ & = (a+1)(a - \sqrt{2})(a + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11) \quad & 8ax - bx + 8ay - by \\ & = (8ax - bx) + (8ay - by) = x(8a - b) + y(8a - b) \\ & = (8a - b)(x + y) \end{aligned}$$



$$12) \quad x^4 + x^3 + x - 1$$

$$\begin{aligned} &= (x^4 + x^3 - x^2) + (x^2 + x - 1) = x^2(x^2 + x - 1) + (x^2 + x - 1) \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$13) \quad x^2 + ax + bx + ab$$

$$(x^2 + ax) + (bx + ab) = x(x + a) + b(x + a) = (x + a)(x + b)$$

$$\begin{aligned} 14) \quad 6ax + 9ay - 4bx - 6by &= (6ax - 4bx) + (9ay - 6by) = 2x(3a - 2b) + 3y(3a - 2b) \\ &= (3a - 2b)(2x + 3y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15) \quad 4x^4 - 4x^2y^2 + y^4 - 4x^4y^4 &= (4x^4 - 4x^2y^2 + y^4) - (4x^4y^4) = (2x^2 - y^2)^2 - (4x^2y^2) \\ &= (2x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2 = (2x^2 - y^2 - 2xy)(2x^2 - y^2 + 2xy) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16) \quad x^2 - y^2 + 1 - 2x &= (x^2 - 2x + 1) - (y^2) \\ &= (x - 1)^2 - (y)^2 = (x - 1 - y)(x - 1 + y) \end{aligned}$$

3- تجزیه افاده بر اساس مطابقت تفاضل مربعات :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$1) \quad a^2 - 49 = a^2 - (7)^2 = (a - 7)(a + 7)$$

$$2) \quad 1 - y^2 = (1 - y)(1 + y)$$

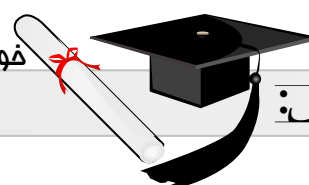
$$3) \quad 4a^2 - 9 = (2a)^2 - (3)^2 = (2a - 3)(2a + 3)$$

$$4) \quad \frac{16}{9}a^3b^2 - 1\frac{11}{25}ab^2 = a\left(\frac{16a^2b^2}{9} - \frac{36b^2}{25}\right) = a\left(\left(\frac{4ab}{3}\right)^2 - \left(\frac{6b}{5}\right)^2\right) = a\left(\frac{4ab}{3} - \frac{6b}{5}\right)\left(\frac{4ab}{3} + \frac{6b}{5}\right)$$

$$5) \quad \frac{4}{x^2} - \frac{9}{4y^2} = \left(\frac{2}{x}\right)^2 - \left(\frac{3}{2y}\right)^2 = \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{2y}\right)\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{2y}\right)$$



- 6) $3x^5 - 48xy^4 = 3x(x^4 - 16y^4) = 3x(x^4 - 16y^4) = 3x(x^2 - 4y^2)(x^2 + 4y^2)$
 $= 3x(x - 2y)(x + 2y)(x^2 + 4y^2)$
- 7) $4x^2 + 2x - 9y^2 - 3y = (4x^2 - 9y^2) + (2x - 3y) = (2x - 3y)(2x + 3y) + (2x - 3y)$
 $= (2x - 3y)(2x + 3y + 1)$
- 8) $x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1 = (x^4 - x^3) - (x^2 - 2x + 1) = x^3(x - 1) - (x - 1)^2$
 $= (x - 1)(x^3 - x + 1)$
- 9) $x^3(x^2 - 7)^2 - 36x = x[x^2(x^2 - 7)^2 - 36] = x[(x^3 - 7x)^2 - (6)^2]$
 $= x[(x^3 - 7x - 6)(x^3 - 7x + 6)]$
- 10) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
- 11) $x - y^3 = (x^{1/2} - y^{3/2})(x^{1/2} + y^{3/2})$
- 12) $4^x - 4^y = (2^x - 2^y)(2^x + 2^y)$
- 13) $9^x - 9^y = (3^x - 3^y)(3^x + 3^y)$
- 14) $16x^4 - 1 = (4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = (2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1)$
- 15) $2x^4 - 162 = 2(x^4 - 81) = 2(x^2 - 9)(x^2 + 9)$
 $= 2(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$
- 16) $\frac{4}{x^2} - \frac{9}{y^2} = \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{y}\right)\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right)$
- 17) $(4x + 3)^2 - (3x - 1)^2 = (4x + 3 - 3x + 1)(4x + 3 + 3x - 1) = (x + 4)(7x + 2)$
- 18) $121a^3x - 49ax^3 = ax(121a^2 - 49x^2) = ax[(11a)^2 - (7x)^2]$
 $= ax(11a - 7x)(11a + 7x)$
- 19) $b^2y - b^2 - a^2y + a^2 = (b^2y - a^2y) + (a^2 - b^2) = y(b^2 - a^2) + (a^2 - b^2)$
 $= y(b - a)(b + a) - (b - a)(b + a) = (b - a)(b + a)(y - 1)$
 $= (a - b)(a + b)(1 - y)$
- 20) $x^2 + 10y - y^2 - 25 = x^2 - (y^2 - 10y + 25) = x^2 - (y - 5)^2 = (x)^2 - (y - 5)^2$
 $= (x - y + 5)(x + y - 5)$



$$21) \quad 3x^2 - 27y^2 = 3(x^2 - 9y^2) = 3[(x)^2 - (3y)^2] = 3(x-3y)(x+3y)$$

$$22) \quad x^3 - y^3 = (x\sqrt{x} - y\sqrt{y})(x\sqrt{x} + y\sqrt{y})$$

$$23) \quad a^{20} - a^{10} = a^{10}(a^{10} - 1) = a^{10}(a^5 - 1)(a^5 + 1)$$

$$24) \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right)$$

$$25) \quad \frac{1}{x^3} - \frac{1}{y^3} = \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{y\sqrt{y}} \right) \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{y\sqrt{y}} \right)$$

4- تجزیه افاده هایی که شکل مطابقت $a^n \pm b^n$ را داشته باشد.

در صورتی که یک افاده شکل مطابقت $a^n \pm b^n$ را داشته باشد، برای تجزیه از فرمول های ذیل استفاده می کنیم.

$$1) a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \quad n \in \mathbb{N}$$

در این حالت n یک عدد طبیعی است.

$$2) a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \quad n \in (2n-1)$$

$$3) a^n + b^n = \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}} \right) \left(a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}} \right) \quad n \in 2n$$

مثال:

$$1) \quad x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$2) \quad 1 + x^7 = 1^7 + x^7 = (1+x)(1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+x^6)$$

$$3) \quad 27+8=(3+2)(9-6+4)$$

$$4) \quad 27-8=(3-2)(9+6+4)$$

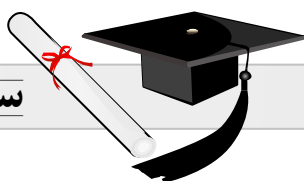
تجزیه افاده هایی که شکل مطابقت $a^3 - b^3$ و یا $a^3 + b^3$ را داشته باشد قرار رابطه ذیل می توانیم آن افاده را

تجزیه نماییم.

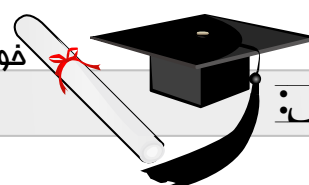
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

مثال:



- 1) $x^3 - 27 = (x)^3 - (3)^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$
- 2) $1 - y^3 = (1)^3 - (y)^3 = (1-y)(1+y+y^2)$
- 3) $a^{-3} + b^{-3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)$
- 4) $16a^3 - 250b^3 = 2(8a^3 - 125b^3) = 2((2a)^3 - (5b)^3) = 2(2a-5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)$
- 5) $\frac{a^3}{8} + \frac{8b^3}{27} = \left(\frac{a}{2}\right)^3 + \left(\frac{2b}{3}\right)^3 = \left(\frac{a}{2} + \frac{2b}{3}\right)\left(\frac{a^2}{4} - \frac{ab}{3} + \frac{4b^2}{9}\right)$
- 6) $a^3 + a - 10 = a^3 + a - 8 - 2 = (a^3 - 8) + (a - 2) = (a^3 - 2^3) + (a - 2)$
 $= (a-2)(a^2 + 2a + 4) + (a-2) = (a-2)(a^2 + 2a + 4 + 1) = (a-2)(a^2 + 2a + 5)$
- 7) $a^3 + b^3 - a^2 + ab - b^2 = a^3 + b^3 - (a^2 - ab + b^2) = (a+b)(a^2 - ab + b^2) - (a^2 - ab + b^2)$
 $= (a^2 - ab + b^2)(a+b-1)$
- 8) $8a^3 + b^3 - 4a^2b - 2ab^2 = (8a^3 + b^3) - 2ab(2a+b)$
 $= (2a+b)(4a^2 - 2ab + b^2) - 2ab(2a+b) = (2a+b)(4a^2 - 2ab + b^2 - 2ab)$
 $= (2a+b)(4a^2 - 4ab + b^2) = (2a+b)(2a-b)^2$
- 9) $x + y = (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$
- 10) $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)$
- 11) $x - y = (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$
- 12) $x\sqrt{x} + 8 = (\sqrt{x} + 2)(x - 2\sqrt{x} + 4)$
- 13) $x\sqrt{x} - 27 = (\sqrt{x} - 3)(x + 3\sqrt{x} + 9)$
- 14) $2^{3x} + 2^{3y} = (2^x + 2^y)(2^{2x} - 2^{x+y} + 2^{2y}) = (2^x + 2^y)(4^x - 2^{x+y} + 4^y)$
- 15) $x^7 + x^4 - 16x^3 - 16 = (x^7 + x^4) - 16(x^3 + 1) = x^4(x^3 + 1) - 16(x^3 + 1) = (x^3 + 1)(x^4 - 16)$
 $= (x+1)(x^2 - x + 1)(x^2 + 4)(x-2)(x+2)$
- 16) $ax^3 + x^2 + x + 1 - a = (ax^3 - a) + (x^2 + x + 1)$
 $= a(x-1)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(ax - a + 1)$
- 17) $(x^5 - 1) - x^2(x-1) = x^5 - 1 - x^3 + x^2 = (x^5 - x^3) + (x^2 - 1) = x^3(x^2 - 1) + (x^2 - 1)$
 $= (x^2 - 1)(x^3 + 1) = (x-1)(x+1)(x+1)(x^2 - x + 1)$
- 18) $x^9 + y^9 = (x^3 + y^3)(x^6 - x^3y^3 + y^6)$
 $= (x+y)(x^2 - xy + y^2)(x^6 - x^3y^3 + y^6)$



$$\begin{aligned}
 19) \quad (18a^3 + 4b^3)^2 - (9a^3 - 5b^3)^2 &= [18a^3 + 4b^3 - 9a^3 + 5b^3][18a^3 + 4b^3 + 9a^3 - 5b^3] \\
 &= (9a^3 + 9b^3)(27a^3 - b^3) = 9(a^3 + b^3)(27a^3 - b^3) \\
 &= 9(a+b)(a^2 - ab + b^2)(3a-b)(9a^2 + 3ab + b^2)
 \end{aligned}$$

$$20) \quad \frac{x}{y} \sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{y}{x} \sqrt{\frac{y}{x}} = \left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} \right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 \right)$$

$$21) \quad a^3 + 125 = (a)^3 + (5)^3 = (a+5)(a^2 - 5a + 25)$$

5- تجزیه افاده هایی که شکل مطابقت $a^2 \pm 2ab + b^2$ را دارند.

افاده هایی که شکل $a^2 \pm 2ab + b^2$ را داشته باشند، برای تجزیه می توانیم آن را به شکل $(a \pm b)^2$ بیان نماییم. نکته: در صورتی که در یک افاده سه حده از حد اول و حد سوم جذر بگیریم، در یک دیگر ضرب و دو چند نماییم، اگر حد وسط ساخته شود، آن افاده سه حده شکل مطابقت $(a \pm b)^2$ را دارد.

مثال:

$$\begin{array}{ccc}
 a^2 \pm 2ab + b^2 & = & (a \pm b)^2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 a & & b
 \end{array}$$

$$1) 9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$$

$$\begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 3x & y
 \end{array}$$

$$2(3xy) = 6xy$$

$$2) x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

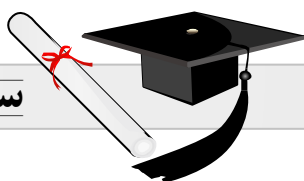
$$\begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 x & 2
 \end{array}$$

$$2(2x) = 4x$$

$$3) 3x^4 - 4\sqrt{3}x^2y + 4y^2 = (\sqrt{3}x^2 - 2y)^2$$

$$\begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 \sqrt{3}x^2 & 2y
 \end{array}$$

$$2(2\sqrt{3}x^2y) = 4\sqrt{3}x^2y$$



6- تجزیه افاده های سه حده $ax^2 + bx + c$:

حالت اول : اگر در افاده درجه دو $(a=1)$ باشد. تجزیه را قرار رابطه ذیل انجام می دهیم.

$$ax^2 + bx + c$$

$$a=1 \Rightarrow x^2 + bx + c$$

$$c = m.n$$

$$b = m + n$$

$$x^2 + (m+n)x + mn = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) + n(x+m) = (x+m)(x+n)$$

$$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$$

مثال :

$$\begin{aligned} 1) \quad x^2 + 10x + 24 &= x^2(6+4)x + (6)(4) \\ &= (x+6)(x+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x^2 - 19x + 48 &= (x)^2 + (-19)x + 48 \\ &= (x)^2 + (-16-3)x + (-16)(-3) \\ &= (x-16)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad x^6 - 7x^3 - 8 &= (x^3)^2 + (-7)(x^3) - 8 \\ &= (x^3)^2 + (-8+1)(x^3) + (-8)(1) \\ &= (x^3-8)(x^3+1) \end{aligned}$$

حالت دوم : اگر در افاده درجه $(a \neq 1)$ باشد:

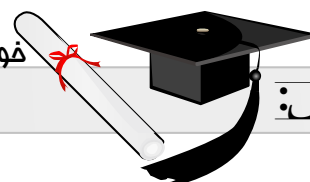
دراین حالت دو عدد مانند m, n را طوری دریافت میکنیم که $m+n=b$ و $m \cdot n = ac$ شود m و n را به عوض b در افاده وضع نموده افاده را بر اساس گروپ بندی تجزیه میکنیم.

مثال :

$$\begin{aligned} 1) \quad 2x^2 - 3x - 9 \\ \left. \begin{aligned} m+n &= b = -3 \\ m \cdot n &= ac = -18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} m &= -6 \\ n &= 3 \end{aligned} \\ 2x^2 - 3x - 9 &= 2x^2 + (-6+3)x - 9 = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x(x-3) + 3(x-3) \Rightarrow (x-3)(2x+3) \end{aligned}$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

2) $4x^2 + x - 5$

$$\left. \begin{array}{l} m+n=b=1 \\ m \cdot n=ac=-20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m=5 \\ n=-4 \end{array}$$

$$4x^2 + x - 5 = 4x^2 + (-4+5)x - 5 = 4x^2 - 4x + 5x - 5 = 4x(x-1) + 5(x-1) = (4x+5)(x-1)$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 25x^2 - 5x - 42 &= (5x)^2 + (-1)(5x) - 42 \\ &= (5x)^2 + (-7+6)(5x) + (-7)(6) \\ &= (5x-7)(5x+6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad 6x^2 - x - 1 &= \frac{1}{6} [6(6x^2 - x - 1)] = \frac{1}{6} (36x^2 - 6x - 6) = \frac{1}{6} [(6x)^2 + (-3+2)(6x) + (-3)(2)] \\ &= \frac{1}{6} (6x-3)(6x+2) = \frac{1}{6} [3(2x-1)(6x+2)] = \frac{1}{2} (2x-1)(6x+2) \\ &= \frac{1}{2} [2(2x-1)(3x+1)] = (2x-1)(3x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad 100x^2 + 40x - 21 &= (10x)^2 + (4)(10x) - 21 \\ &= (10x)^2 + (7-3)10x + (7)(-3) \\ &= (10x+7)(10x-3) \end{aligned}$$

7- تجزیه افاده سه حده $ax^2 + bx + c$ توسط چارت :

برای تجزیه یک افاده بر اساس چارت مربع های چارت را طوری قیمت گذاری می کنیم تا رابطه ذیل در آن صدق کند.

Lx	m	
Lnx	Kmx	$Lx \cdot Kx = ax^2$
Kx	n	$Lnx + kmx = bx$
		$m \cdot n = c$

$$ax^2 + bx + c = (Lx + m)(Kx + n)$$

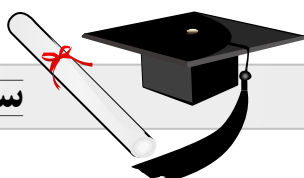
در این صورت افاده قرار شکل ذیل تجزیه می شود.

مثال:

$$1) x^2 + 7x + 12 = ?$$

x	3	
$4x$	$3x$	$x \cdot 3 = 3x$
x	4	$x \cdot 4 = 4x$

$$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$$



$$2) 6x^2 - 19x + 15 = ?$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad \quad -5 \\ \quad \quad -9x \quad \quad \quad \\ 2x \quad \quad \quad -3 \\ \quad \quad -10x \quad \quad \quad \\ \hline 6x^2 \quad - \quad 19x \quad + \quad 15 \end{array} = (3x-5)(2x-3)$$

$$3) 2x^2 + 5ax - 3a^2 = ?$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad 3a \\ \quad \quad 6ax \quad \quad \quad \\ 2x \quad \quad \quad -a \\ \quad \quad -ax \quad \quad \quad \\ \hline 2x^2 \quad + \quad 5ax \quad - \quad 3a^2 \end{array} = (2x-a)(x+3a)$$

$$4) (5-3x)^2 + 4(5-3x) - 21 = ?$$

$$\begin{array}{r} (5-3x) \quad \quad \quad 7 \\ \quad \quad -3(5-3x) \quad \quad \quad \\ (5-3x) \quad \quad \quad -3 \\ \quad \quad 7(5-3x) \quad \quad \quad \\ \hline (5-3x)^2 + 4(5-3x) - 21 \end{array} = (-3x+12)(-3x+2)$$

$$5) x + 5\sqrt{x} + 6 = ?$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} \quad \quad \quad 2 \\ \quad \quad 3\sqrt{x} \quad \quad \quad \\ \sqrt{x} \quad \quad \quad 3 \\ \quad \quad 2\sqrt{x} \quad \quad \quad \\ \hline x \quad + \quad 5\sqrt{x} \quad + \quad 6 \end{array} = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)$$

$$3x^2 + 5x + 2$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad \quad 2 \\ \quad \quad 3x \quad \quad \quad \\ x \quad \quad \quad 1 \\ \quad \quad 2x \quad \quad \quad \\ \hline 3x^2 \quad + \quad 5x \quad + \quad 2 \end{array}$$

$$2x^2 + 5x - 3$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \quad \quad -1 \\ \quad \quad 6x \quad \quad \quad \\ x \quad \quad \quad 3 \\ \quad \quad -x \quad \quad \quad \\ \hline 2x^2 \quad + \quad 5x \quad - \quad 3 \end{array} = (2x-1)(x+3)$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:

$$12x^2 - 17x + 6$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad -2 \\ \quad -9x \\ 4x \quad -3 \\ \quad -8x \\ \hline 12x^2 \quad -17x \quad +6 \end{array}$$

$$= (3x-2)(4x-3)$$

$$2x^2 + 3x + 1$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad 1 \\ \quad 2x \\ x \quad 1 \\ \quad x \\ \hline 2x^2 \quad +3x \quad +1 \end{array}$$

$$= (2x+1)(x+1)$$

$$3x^2 + 8x + 5$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad 5 \\ \quad 3x \\ x \quad 1 \\ \quad 5x \\ \hline 3x^2 \quad +8x \quad +5 \end{array}$$

$$= (3x+5)(x+1)$$

$$2x^2 + 9x + 4$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad 1 \\ \quad 8x \\ x \quad 4 \\ \quad x \\ \hline 2x^2 \quad +9x \quad +4 \end{array}$$

$$= (2x+1)(x+4)$$

$$6\sin^2 x + 17\sin x + 5$$

$$\begin{array}{r} 3\sin x \quad 1 \\ \quad 15\sin x \\ 2\sin x \quad 5 \\ \quad 2\sin x \\ \hline 6\sin^2 x \quad +17\sin x \quad +5 \end{array}$$

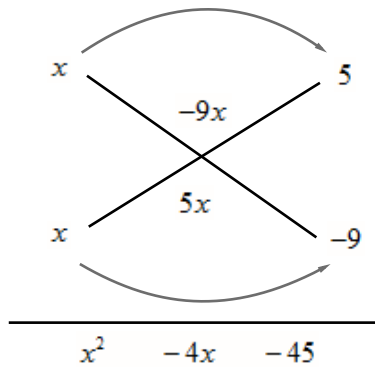
$$= (3\sin x + 1)(2\sin x + 5)$$

$$6x^2 + 11x - 10$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad 5 \\ \quad 15x \\ 3x \quad -2 \\ \quad -4x \\ \hline 6x^2 \quad +11x \quad -10 \end{array}$$

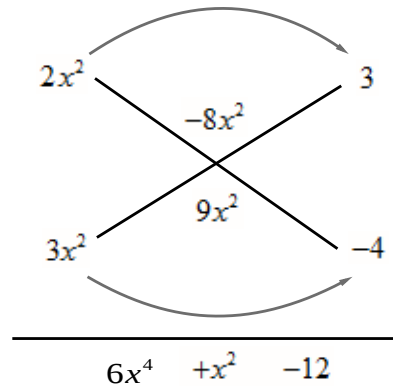
$$= (2x+5)(3x-2)$$

$$x^2 - 4x - 45$$



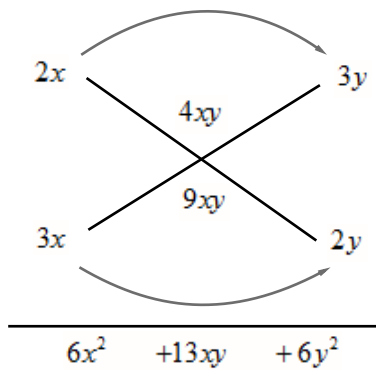
$$= (x+5)(x-9)$$

$$6x^4 + x^2 - 12$$



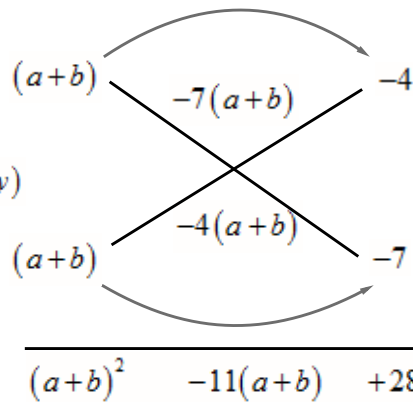
$$= (2x^2+3)(3x^2-4)$$

$$6x^2 + 13xy + 6y^2$$



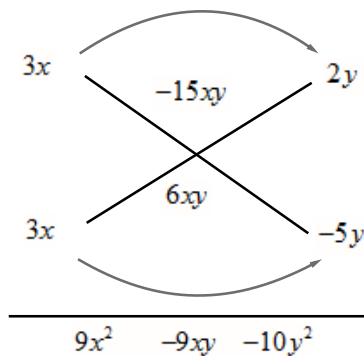
$$= (2x+3y)(3x+2y)$$

$$(a+b)^2 - 11(a+b) + 28$$



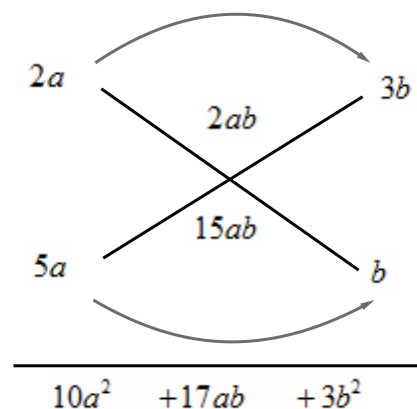
$$= (a+b-4)(a+b-7)$$

$$9x^2 - 9xy - 10y^2$$



$$= (3x+2y)(3x-5y)$$

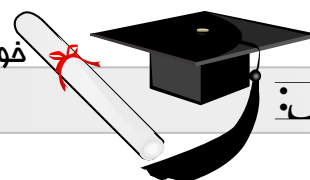
$$10a^2 + 17ab + 3b^2$$



$$= (2a+3b)(5a+b)$$

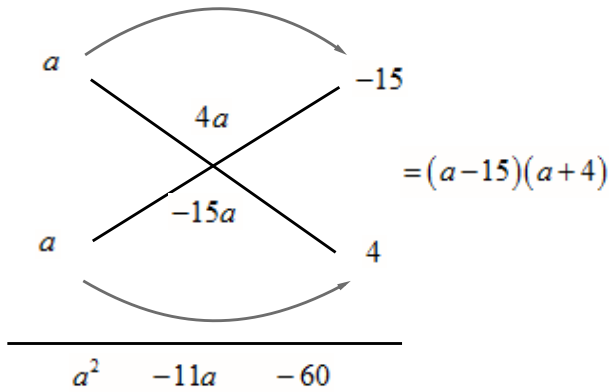
فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای فوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



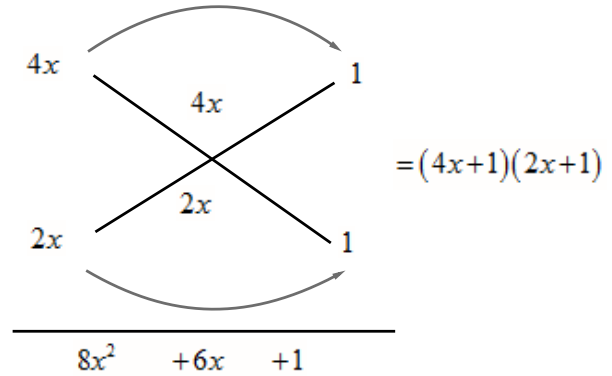
سخن فصل:

$$a^2 - 11a - 60$$



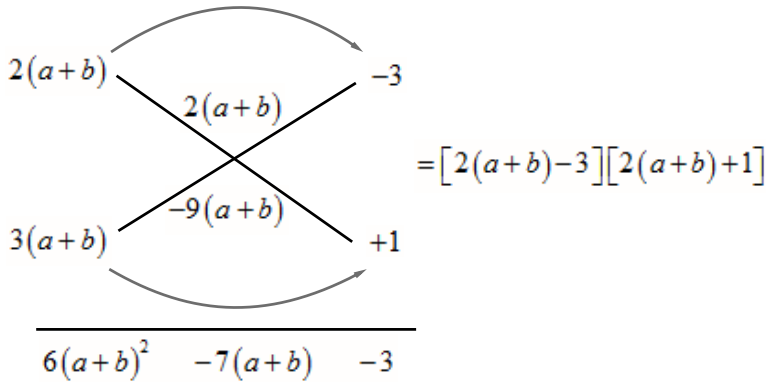
$$= (a-15)(a+4)$$

$$8x^2 + 6x + 1$$



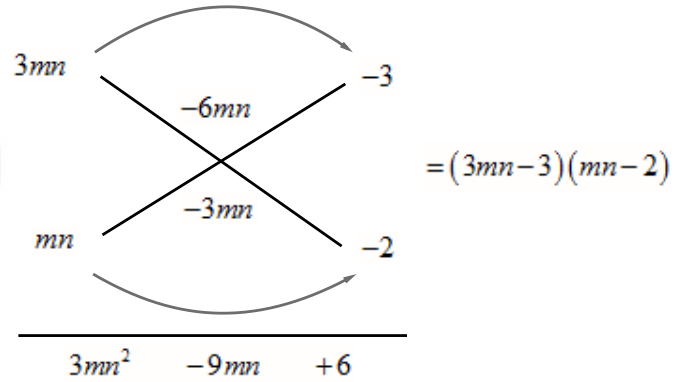
$$= (4x+1)(2x+1)$$

$$6(a+b)^2 - 7(a+b) - 3$$



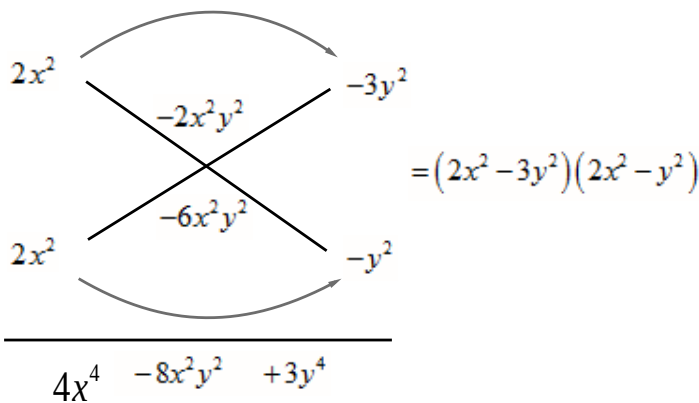
$$= [2(a+b)-3][2(a+b)+1]$$

$$3(mn)^2 - 9mn + 6$$



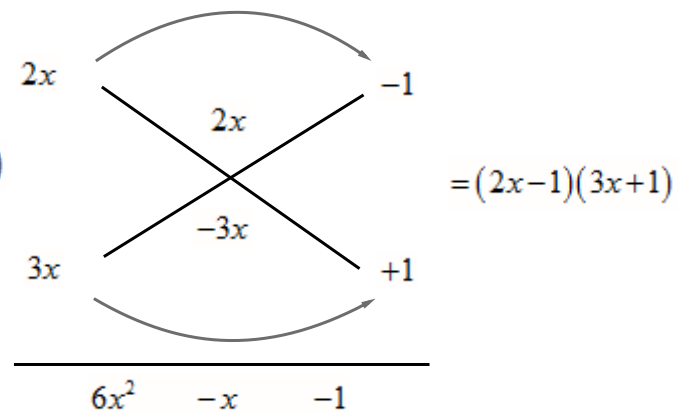
$$= (3mn-3)(mn-2)$$

$$4x^4 - 8x^2y^2 + 3y^4$$



$$= (2x^2-3y^2)(2x^2-y^2)$$

$$6x^2 - x - 1$$



$$= (2x-1)(3x+1)$$

8- تجزیه بر اساس جمع و تفریق حدود مناسب :

برای تجزیه یک حد مناسب را طوری جمع و تفریق میکنیم که سه حد اول شکل مطابقت $(a \pm b)^2$ را به خود بگیرد و در نهایت به افاده شکل مطابقت $a^2 - b^2$ را داده مطابقت را تجزیه مینمائیم.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = x^4 - 9x^2 - 4x^2 + 36 = x^2(x^2 - 9) - 4(x^2 - 9) \\ = (x^2 - 9)(x^2 - 4) = (x - 3)(x + 3)(x - 2)(x + 2)$$

$$x^4 + 4y^4 = ?$$

$$x^4 + 4y^4 = x^4 + 4x^2y^2 + 4y^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\ = (x^2 + 2y^2 - 2xy)(x^2 + 2y^2 + 2xy)$$

مثال :

$$1) \quad 4x^4 - 5x^2y^2 + y^4 = 4x^4 - 4x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \\ = [(2x^2)^2 - 2(2x^2)(y^2) + (y^2)^2] - x^2y^2 \\ = (2x^2 - y^2)^2 - (xy)^2 \\ = (2x^2 - y^2 - xy)(2x^2 - y^2 + xy)$$

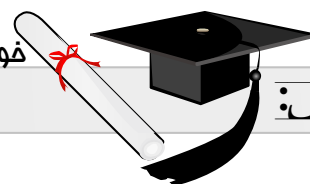
$$2) \quad x^8 + x^4 + 1 = (x^8 + 2x^4 + 1) - x^4 \\ = (x^4 + 1)^2 - x^4 \\ = [(x^4 + 1) - x^2][(x^4 + 1) + x^2] \\ = (x^4 - x^2 + 1)(x^4 + x^2 + 1)$$

9- تجزیه افاده سه حده $ax^2 + bx + c$ بر اساس تکمیل مربع

برای تجزیه افاده های سه حده که به سادگی تجزیه نشوند، از فرمول ذیل استفاده می شود؛ این فرمول به نام محمد بن موسی خوارزمی یاد می شود. این فرمول بر اساس یک روش به نام تکمیل مربع حاصل می شود. (در روش تکمیل مربع ابتدا ضریب x^2 را فاکتور میگیریم در داخل قوس ضریب x را به دو تقسیم نموده مربع آن را ابتدا علاوه نموده و همزمان تفریق مینمائیم. سه حد اول در داخل قوس شکل مطابقت $(a \pm b)^2$ را میگیرد متباقی حدود را در داخل قوس جمع و تفریق نموده به آن شکل مربع میدهیم تا در نهایت در داخل قوس رابطه $a^2 - b^2$ شکل گرفته مطابقت را تجزیه مینمائیم.

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

مثال : افاده $2x^2 - 3x - 9$ را به روش تکمیل مربع تجزیه نمائید.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 9 &= 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right) = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{2}\right) \\ &= 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{2}\right)\right) = 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2\right) \\ &= 2\left(x - \frac{3}{4} - \frac{9}{4}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) = 2(x - 3) \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) = (x - 3)(2x + 3) \end{aligned}$$

نکته : در صورتیکه روش تکمیل مربع را بالای افاده $ax^2 + bx + c$ تطبیق نمائیم یک فرمول برای تجزیه این نوع افاده ها حاصل میشود که به آن فرمول تجزیه محمد بن موسی خوارزمی میگویند.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right) \\ &= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)\right) \\ &= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) \\ &= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)^2\right) \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \\ &= a\left(x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \end{aligned}$$

مثال: افاده $6x^2 - 11x + 3$ را بر اساس فرمول محمد ابن موسی خوارزمی تجزیه نمایید.

$$6x^2 - 11x + 3 = ?$$

$$a = 6$$

$$b = -11$$

$$c = 3$$

$$6x^2 - 11x + 3 = 6\left(x + \frac{-11 - \sqrt{(-11)^2 - 4(6)(3)}}{2(6)}\right) \cdot \left(x + \frac{-11 + \sqrt{(-11)^2 - 4(6)(3)}}{2(6)}\right) =$$

$$6\left(x + \frac{-11 - \sqrt{49}}{12}\right)\left(x + \frac{-11 + \sqrt{49}}{12}\right) = 6\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 3\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (2x - 3)(3x - 1)$$



10- تجزیه افاده های درجه سه: $(ax^3 + bx^2 + cx + d)$

برای تجزیه این نوع افاده ها به دو طریق عمل میشود.

1- تجزیه بر اساس گروپ بندی :

مثال :

$$1) x^3 + x^2 + 2x + 2 = ?$$

$$x^3 + x^2 + 2x + 2 = x^2(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2)$$

$$2) 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = ?$$

$$2x^3 - x^2 - 2x + 1 = x^2(2x - 1) - (2x - 1) = (2x - 1)(x^2 - 1)$$

2- در صورتیکه $(ax^3 + bx^2 + cx + d)$ به طریقه گروپ بندی تجزیه نگردد در این صورت قاسم های حد ثابت

را دریافت نموده به عوض x در افاده وضع میکنیم در صورتیکه قیمت افاده صفر شود یکی از عوامل درجه یک این

افاده که در آن علامه حد ثابت خلاف علامه مقسوم است حاصل میشود. عوامل دیگر را نیز به همین طریق و یا

توسط تقسیم ترکیبی حاصل مینماییم .

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = ?$$

$$(8) \text{ قاسم های حد ثابت } = \{+1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\}$$

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (-1)^3 + 3(-1)^2 - (6)(-1) - 8 = 0$$

یکی از عوامل اولیه این افاده طبق عملیه $(x + 1)$ است عامل دیگر را از طریق تقسیم ترکیبی حاصل میکنیم .

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \div (x + 1)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad -6 \quad -8 \mid -1 \\ -1 \quad -2 \quad 8 \\ \hline 1 \quad 2 \quad -8 \quad 0 \end{array}$$

$$1 \quad 2 \quad -8 \quad 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (x + 1)(x^2 + 2x - 8) = (x + 1)(x + 4)(x - 2)$$

11- تجزیه به کمک مطابقت اویلر و نتایج آن :

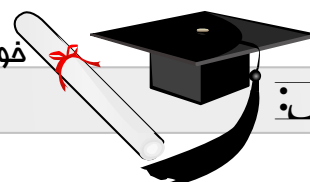
یاد آوری میشود که :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - cb)$$

مثال :

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

- 1) $8x^3 + y^3 + 1 - 6xy = (2x)^3 + (y)^3 + (1)^3 - 3(2x)(y)(1)$
 $= (2x + y + 1) \left[(2x)^2 + (y)^2 + (1)^2 - (2x)(y) - (2x)(1) - (y)(1) \right]$
 $= (2x + y + 1)(4x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - y)$
- 2) $x^3 + y^3 - 3xy + 1 = x^3 + y^3 + (1)^3 - 3(x)(y)(1)$
 $= (x + y + 1)(x^2 + y^2 + 1 - xy - x - y)$
- 3) $8x^3 + 27y^3 + z^3 - 18xyz = (2x)^3 + (3y)^3 + (z)^3 - 3(2x)(3y)(z)$
 $= (2x + 3y + z)(4x^2 + 9y^2 + z^2 - 6xy - 3yz - 2xz)$
- 4) $x^3 + 8y^3 + 8 - 12xy = (x)^3 + (2y)^3 + (2)^3 - 3(x)(2y)(2)$
 $= (x + 2y + 2)(x^2 + 4y^2 + 4 - 2xy - 2x - 4y)$
- 5) $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} + z\sqrt{z} - 3\sqrt{xyz} = (\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3 + (\sqrt{z})^3 - 3(\sqrt{x})(\sqrt{y})(\sqrt{z})$
 $= (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})(x + y + z - \sqrt{xy} - \sqrt{yz} - \sqrt{xz})$
- 6) $a^3 + \frac{b^3}{8} + \frac{c^3}{27} - \frac{abc}{2} = (a)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^3 + \left(\frac{c}{3}\right)^3 - 2(a)\left(\frac{b}{2}\right)\left(\frac{c}{3}\right)$
 $= \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right) \left(a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{9} - \frac{ab}{2} - \frac{ac}{3} - \frac{bc}{6}\right)$
- 7) $8^x + 8^y + 8^z - 3(2^{x+y+z}) = (2^x)^3 + (2^y)^3 + (2^z)^3 - 2(2^x)(2^y)(2^z)$
 $= (2^x + 2^y + 2^z)(4^x + 4^y + 4^z - 2^{x+y} - 2^{y+z} - 2^{x+z})$
- 8) $x^9 - x^6 - 3x^5 - 1 = (x^3)^3 + (-x^2)^3 + (-1)^3 - 3(x^3)(-x^2)(-1)$
 $= (x^3 - x^2 - 1)(x^6 + x^4 + 1 + x^5 + x^3 - x^2)$
- 9) $(2a-b)^3 - (a-b)^3 - a^3 = (2a-b)^3 + (b-a)^3 + (-a)^3$
 $= (2a-b) + (b-a) + (-a) = 0 \Rightarrow (2a-b)^3 + (b-a)^3 + (-a)^3 = 3(2a-b)(b-a)(-a)$
 $= 3(2a-b)(a-b)(a)$
- 10) $(a-b)^3 + (b-c)^3 - (a-c)^3 = (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$
 $= (a-b) + (b-c) + (c-a) = 0 \Rightarrow (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a)$
- 11) $(x-3)^3 + (y+3)^3 - (x+y)^3 = (x-3)^3 + (y+3)^3 + (-x-y)^3$
 $= (x-3) + (y+3) + (-x-y) = 0 \Rightarrow (x-3)^3 + (y+3)^3 + (-x-y)^3 = -3(x-3)(y+3)(x+y)$
- 12) $(\sqrt{x}+z)^3 + (\sqrt{x}+3)^3 - (2\sqrt{x}+5)^3 = ?$
 $= (\sqrt{x}+2)^3 + (\sqrt{x}+3)^3 + (-2\sqrt{x}-5)^3$
 $= (\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}+3) + (-2\sqrt{x}-5) = 0$
 $\Rightarrow (\sqrt{x}+2)^3 + (\sqrt{x}+3)^3 + (-2\sqrt{x}-5)^3 = -3(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)(2\sqrt{x}+5)$



12- تجزیه به کمک شکستن برخی حدود :

در این روش بعضی از حدود را به صورت مجموع یا تفاضل دو جمله دیگر مینویسیم ، سپس به روش گروپ بندی و فاکتور گیری افاده الجبری را تجزیه میکنیم.

مثال :

$$\begin{aligned} 1) \quad 2x^2 + 5x - 3 &= (2x^2 - x) + (6x - 3) \\ &= x(2x - 1) + 3(2x - 1) \\ &= (2x - 1)(x + 3) \end{aligned}$$

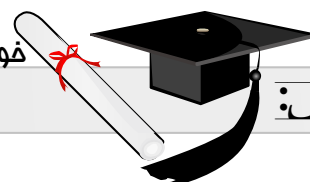
$$\begin{aligned} 2) \quad a^5 - 2a^2 + 1 &= (a^5 - a^2) - a^2 + 1 \\ &= a^2(a^3 - 1) - a^2 + 1 \\ &= a^2[(a - 1)(a^2 + a + 1)] - (a - 1)(a + 1) \\ &= (a - 1)[a^2(a^2 + a + 1) - (a + 1)] \\ &= (a - 1)(a^4 + a^3 + a^2 - a - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a^2 + 8ab + 15b^2 &= (a^2 + 8ab + 16b^2) - b^2 \\ &= (a + 4b)^2 - b^2 \\ &= (a + 4b + b)(a + 4b - b) \\ &= (a + 5b)(a + 3b) \end{aligned}$$

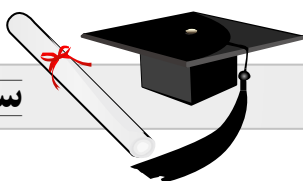
$$\begin{aligned} 4) \quad 2x^3 - 5x^2 + 5x - 3 &= (2x^3 - 3x^2) - 2x^2 + 3x + (2x - 3) \\ &= x^2(2x - 3) - x(2x - 3) + (2x - 3) \\ &= (2x - 3)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad 4x^4 - 5x^2y^2 + y^4 &=? \\ &= 4x^4 - 4x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = [(2x^2)^2 - 2(2x^2)(y^2) + (y^2)^2] - x^2y^2 \\ &= (2x^2 - y^2)^2 - (xy)^2 = (2x^2 - y^2 - xy)(2x^2 - y^2 + xy) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad x^4 - 47x^2y^2 + y^4 &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 47x^2y^2 - 2x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 49x^2y^2 = (x^2 + y^2 - 7xy)(x^2 + y^2 + 7xy) \end{aligned}$$



- 7) $5x^5 - 5x(25x^2 - 144) = 5x[x^4 - 25x^2 + 144]$
 $= 5x[x^4 - 24x^2 + 144 - x^2] = 5x[(x^2 - 12)^2 - x^2]$
 $= 5x[(x^2 - 12 - x)(x^2 - 12 + x)] = 5x[(x^2 - x - 12)(x^2 + x - 12)]$
 $= 5x(x - 4)(x + 3)(x + 4)(x - 3)$
- 8) $(x+1)^2 - 13x - 61 = [(x+1)^2 - 13x - 13] - 48$
 $= (x+1)^2 - 13(x+1) - 48 = [(x+1) - 16][(x+1) + 3] = (x-15)(x+4)$
- 9) $x^4 + y^4 - 11x^2y^2 = [x^4 - 2x^2y^2 + y^4] - 9x^2y^2$
 $= (x^2 - y^2)^2 - (3xy)^2 = (x^2 - y^2 - 3xy)(x^2 - y^2 + 3xy)$
- 10) $x^8 + x^4 + 1 = (x^8 + 2x^4 + 1) - x^4 = (x^4 + 1)^2 - (x^2)^2$
 $= (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 1 + x^2)$
- 11) $3x^3 - 5x + 2 = (3x^3 - 3) - 5x + 2 + 3 = 3(x^3 - 1) - 5(x - 1)$
 $= 3(x - 1)(x^2 + x + 1) - 5(x - 1) = (x - 1)(3x^2 + 3x + 3 - 5)$
 $= (x - 1)(3x^2 + 3x - 2)$
- 12) $x^4 + 4x^2y^2 + 16y^4 = x^4 + 8x^2y^2 + 16y^4 - 4x^2y^2$
 $= (x^2 + 4y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 4y^2 - 2xy)(x^2 + 4y^2 + 2xy)$
- 13) $x^2 + 8xy + 15y^2 = ?$
 $= x^2 + 8xy + 16y^2 - y^2 = (x + 4y)^2 - y^2$
 $= (x + 4y - y)(x + 4y + y) = (x + 3y)(x + 5y)$
- 14) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3 = ?$
 $= 2x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 3$
 $= (2x^3 - 3x^2) + (-2x^2 + 3x) + (2x - 3)$
 $= x^2(2x - 3) - x(2x - 3) + (2x - 3)$
 $= (2x - 3)(x^2 - x + 1)$



مثال‌های کاربردی راجع به کسور الجبری، مطابقت و تجزیه

فکتور مشترک:

1) $2x + 4 = 2(x + 2)$

2) $ax^2y - 3xy = xy(ax - 3)$

3) $4(x - 3)^2 - 2a(x - 3) = 2(x - 3)[2(x - 3) - a] = 2(x - 3)(2x - 6 - a)$

4) $2x(x - y) + y(y - x) = 2x(x - y) - y(x - y) = (x - y)(2x - y)$

5) $4x^{2m} - 8x^{3m} = 4x^{2m}(1 - 2x^m)$

انکشاف مربع کامل:

1) $(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (2y) + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

2) $(2x + y^2)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x \cdot y^2) + (y^2)^2 = 4x^2 + 4xy^2 + y^4$

3) $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

4) $(x - 2yz^3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot (2yz^3) + (2yz^3)^2 = x^2 - 4xyz^3 + 4y^2z^6$

5) $(a - b + 2)^2 = a^2 + b^2 + 4 + 2(-ab + 2a - 2b)$

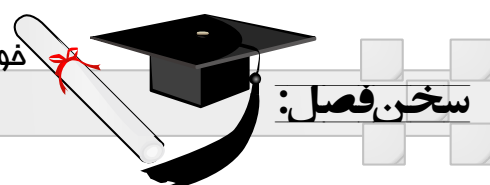
6) $(x - 2y + 1)^2 = x^2 + 4y^2 + 1 + 2(x - 2y - 2xy)$

تجزیه به اساس مربع کامل $(a \pm b)^2$:

فوشبفت کسی است:

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



$$7) \quad \frac{x^2}{\downarrow} + \frac{6x}{\downarrow} + \frac{9}{\downarrow} = (x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

$$(x)^2 \quad 2 \cdot 3x \quad (3)^2$$

$$8) \quad \frac{x^2}{\downarrow} + \frac{6xy}{\downarrow} + \frac{9y^2}{\downarrow} = (x+3y)^2 = (x+3y)(x+3y)$$

$$(x)^2 \quad 2x \cdot 3y \quad (3y)^2$$

$$9) \quad \frac{9x^2}{\downarrow} - \frac{12xy}{\downarrow} + \frac{4y^2}{\downarrow} = (3x-2y)^2 = (3x-2y)(3x-2y)$$

$$(3x)^2 \quad 2 \cdot 3x \cdot 2y \quad (2y)^2$$

$$10) \quad x^2 + y^2 + 4 + 2xy + 4x + 4y = x^2 + y^2 + 2^2 + 2(xy + 2x + 2y) = (x + y + 2)^2$$

$$11) \quad \sqrt{42 \cdot 36 + 9} = ?$$

$$x = 42 \Rightarrow \sqrt{42 \cdot 36 + 9} = \sqrt{x(x-6) + 9} = \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x - 3| = |42 - 3| = 39$$

تفاضل مربعات:

$$1) \quad (x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

$$2) \quad (2x-3)(2x+3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$3) \quad (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = x - 1$$

$$4) \quad 18 \cdot 22 = (20-2)(20+2) = 20^2 - 2^2 = 400 - 4 = 396$$

$$5) \quad 16y^2 - 9 = (4y)^2 - 3^2 = (4y-3)(4y+3)$$



$$6) \quad (2x-1)^2 - y^2 = (2x-1-y)(2x-1+y)$$

$$7) \quad x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$8) \quad (2x-1)^2 - (x+3)^2 = (2x-1+x+3)(2x-1-x-3) = (3x+2)(x-4)$$

$$9) \quad x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$10) \quad x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = (x+y)^2 - z^2 = (x+y-z)(x+y+z)$$

$$11) \quad \frac{101^2 - 99^2}{51^2 - 49^2} = \frac{(101-99)(101+99)}{(51-49)(51+49)} = \frac{2 \cdot 200}{2 \cdot 100} = 2$$

مطابقت $(a \pm b)^3$:

$$1) \quad (x+1)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 1 + 3x \cdot 1^2 + 1^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$2) \quad (a+2)^3 = a^3 + 3a^2 \cdot 2 + 3a \cdot 2^2 + 2^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$$

$$3) \quad (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 \cdot 1 + 3x \cdot 1^2 - 1^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$4) \quad (x-2)^3 = x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

تفاضل مکعبات:

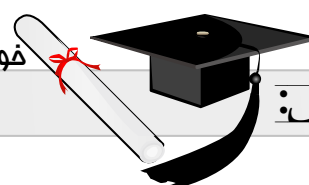
$$1) \quad x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$2) \quad (x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

$$3) \quad x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

- 4) $(x-2y)^3 - 27z^3 = (x-2y)^3 - (3z)^3$
 $= (x-2y-3z)[(x-2y)^2 + 3z(x-2y) + 9z^2]$
- 5) $a^4 - a^3 - a + 1 = a^3(a-1) - (a-1) = (a-1)(a^3-1)$
 $= (a-1)(a-1)(a^2+a+1) = (a-1)^2(a^2+a+1)$
- 6) $x^3+1 = x^3+1^3 = (x+1)(x^2-x+1)$
- 7) $8y^3+27 = (2y)^3+3^3 = (2y+3)(4y^2-6y+9)$
- 8) $x^6+y^6 = (x^2)^3+(y^2)^3 = (x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$
- 9) $x^6-y^6 = (x^3)^2-(y^3)^2 = (x^3-y^3)(x^3+y^3)$
 $= (x-y)(x^2+xy+y^2)(x+y)(x^2-xy+y^2)$
- 10) $\frac{a^7-a}{a^5+a^3+a} = \frac{a(a^6-1)}{a(a^4+a^2+1)} = \frac{(a^2)^3-1}{a^4+a^2+1} = \frac{(a^2-1)(a^4+a^2+1)}{a^4+a^2+1} = a^2-1$
- 11) $\frac{42^3+30^3}{24^2-15^2} = \frac{6^3(7^3+5^3)}{3^2(8^2-5^2)} = \frac{24(7+5)(49-35+25)}{(8-5)(8+5)} = \frac{24 \cdot 12 \cdot 39}{3 \cdot 13} = 288$

12) قیمت a^3+b^3 را در صورتیکه $a, b \in R^+$, $a^2+b^2=17$, $ab=4$ باشد بیابید؟

تجزیه به اساس گروپ بندی:

- 1) $x^3+x^2+4x+4 = (x^3+x^2) + (4x+4)$
 $= x^2(x+1) + 4(x+1) = (x+1)(x^2+4)$
- 2) $nx+my-ny-mx = (nx-ny) + (my-mx) = n(x-y) + m(y-x)$
 $= n(x-y) - m(x-y) = (x-y)(n-m)$



$$\begin{aligned}
 3) \quad m^3 + m^2 - m - 1 &= (m^3 + m^2) - (m + 1) \\
 &= m^2(m + 1) - (m + 1) = (m + 1)(m^2 - 1) \\
 &= (m + 1)(m - 1)(m + 1) = (m - 1)(m + 1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad m^3 + m^2 - 2m - 8 &= (m^3 - 8) + (m^2 - 2m) \\
 &= (m - 2)(m^2 + 2m + 4) + m(m - 2) = (m - 2)(m^2 + 3m + 4)
 \end{aligned}$$

گروپ بندی با استفاده از تفاضل مکعبات:

$$\begin{aligned}
 1) \quad x^3 - 4x + 8y^3 - 8y &= (x^3 + 8y^3) - 4x - 8y = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - 4(x + 2y) \\
 &= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2 - 4)
 \end{aligned}$$

گروپ بندی سه به یک:

$$\begin{aligned}
 1) \quad 4 - 4xy - x^2 - 4y^2 &= 4 - (x^2 + 4xy + 4y^2) \\
 &= 2^2 - (x + 2y)^2 = (2 + x + 2y)(2 - x - 2y)
 \end{aligned}$$

گروپ بندی 5 حده:

$$1) \quad x + y + x^2 - xy - 2y^2 = (x + y) + (x + y)(x - 2y) = (x + y)(1 + x - 2y)$$

$$2) \quad 4x - 2y + 2x^2 + 5xy - 3y^2 = 2(2x - y) + (2x - y)(x + 3y) = (2x - y)(2 + x + 3y)$$

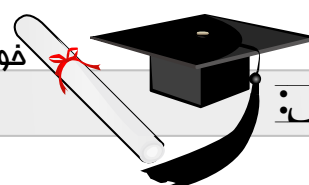
تجزیه تکمیل مربع:

$$\begin{aligned}
 1) \quad x^2 + 6x + 8 &= x^2 + 6x + 8 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = x^2 + 6x + 9 + 8 - 9 = (x + 3)^2 - 1 \\
 &= (x + 3 - 1)(x + 3 + 1) = (x + 2)(x + 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad x^4 + x^2y^2 + y^4 &= x^4 + x^2y^2 + y^4 + x^2y^2 - x^2y^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \\
 &= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = (x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy)
 \end{aligned}$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

$$\begin{aligned}
 3) \quad 4x^4 - 13x^2y^2 + y^4 &= 4x^4 - 13x^2y^2 + y^4 + 9x^2y^2 - 9x^2y^2 \\
 &= (4x^4 - 4x^2y^2 + y^4) - 9x^2y^2 = (2x^2 - y^2)^2 - (3xy)^2 \\
 &= (2x^2 - y^2 - 3xy)(2x^2 - y^2 + 3xy)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad 7x^3 - 12x^2 + 6x - 1 &= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 - x^3 = (2x - 1)^3 - x^3 \\
 &= (x - 1)(7x^2 - 5x + 1)
 \end{aligned}$$

دریافت GCF و LCM :

1- $P(x) = 2x - 2$ و $Q(x) = x^3 - x^2$ ، $K(x) = x^3 + x^2 - 2x$ داده شده است GCF و LCM را بیابید؟
حل:

$$P(x) = 2x - 2 = 2(x - 1) , Q(x) = x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$$

$$K(x) = x^3 + x^2 - 2x = x(x^2 + x - 2) = x(x + 2)(x - 1)$$

$$GCF : x - 1 , LCM : 2x^2(x - 1)(x + 2)$$

2- $6x^3 - 12x^2y$, $48x^3y^3$ و $6x^3y - 24x^2y^2 + 24xy^3$ داده شده است GCF و LCM را بیابید؟
حل:

$$6x^3 - 12x^2y = 2 \cdot 3x^2(x - 2y)$$

$$6x^3y - 24x^2y^2 + 24xy^3 = 6xy(x^2 - 4xy + 4y^2) = 2 \cdot 3xy(x - 2y)^2$$

$$GCF : 6x , LCM : 2^4 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot y^3(x - 2y)^2 = 48x^3y^3(x - 2y)^2$$

3- $2x^3 + x^2 - 3x$, $x^3 - 2x^2 + x$, $2x^3 - 2x^2$ داده شده است GCF و LCM را دریافت کنید؟

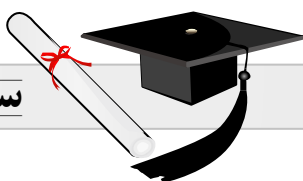
$$2x^3 - 2x^2 = 2x^2(x - 1) \quad \text{حل:}$$

$$x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x - 1)^2$$

$$2x^3 + x^2 - 3x = x(2x^2 + x - 3) = x(x - 1)(2x + 3)$$

$$GCF : x(x - 1) , LCM : 2x^2(x - 1)^2(2x + 3)$$

اختصار کسور الجبری به GCF آنها:



$$1) \quad \frac{64x^5y^7z^3}{16x^6y^6z^3} = \frac{4y}{x}$$

$$2) \quad \frac{4x^5}{2x^3 - 4x^2} = \frac{4x^5}{2x^2(x-2)} = \frac{2x^3}{x-2}$$

$$3) \quad \frac{x^3 + x^2 - 6x}{(x-2)(x^2 + 6x + 9)} = \frac{x(x^2 + x - 6)}{(x-2)(x+3)^2} = \frac{x(x-2)(x+3)}{(x-2)(x+3)^2} = \frac{x}{x+3}$$

$$4) \quad \frac{4x^2 + y^2 - 4xy - 9}{4x^2 - 9 - y^2 - 6y} = \frac{(4x^2 - 4xy + y^2) - 9}{4x^2 - (y^2 + 6y + 9)} = \frac{(2x - y)^2 - 3}{(2x)^2 - (y + 3)^2}$$

$$= \frac{(2x - y - 3)(2x - y + 3)}{(2x - y - 3)(2x + y + 3)} = \frac{2x - y + 3}{2x + y + 3}$$

جمع و تفریق کسور الجبری:

$$1) \quad \frac{4x}{3x^2} + \frac{5x}{3x^2} = \frac{4x + 5x}{3x^2} = \frac{9x}{3x^2} = \frac{3}{x}$$

$$2) \quad \frac{2x^2}{2x^2 + 4x} - \frac{4x}{2x^2 + 4x} = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 + 4x} = \frac{2x(x-2)}{2x(x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$3) \quad \frac{8x^2}{9x^2 - 4} + \frac{6x - x^2}{4 - 9x^2} = \frac{8x^2}{9x^2 - 4} - \frac{6x - x^2}{9x^2 - 4} = \frac{8x^2 - 6x + x^2}{9x^2 - 4}$$

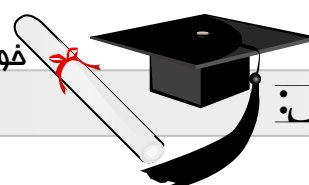
$$= \frac{9x^2 - 6x}{9x^2 - 4} = \frac{3x(3x - 2)}{(3x - 2)(3x + 2)} = \frac{3x}{3x + 2}$$

$$4) \quad \frac{2}{3x} - \frac{1}{x} + \frac{4}{5x} = \frac{10 - 15 + 12}{15x} = \frac{7}{15x}$$

$$(5) \quad (15) \quad (3)$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

$$\begin{aligned}
 5) \quad \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{x^2+x-2} &= \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{x(x+2) + 3(x-1) - (2x-5)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x^2 + 2x + 3x - 3 - 2x + 5}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{x^2 + 3x + 2}{(x-1)(x+2)} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x+1}{x-1}
 \end{aligned}$$

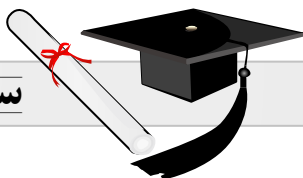
$$\begin{aligned}
 6) \quad \frac{x+2}{x^2+5x+6} - \frac{x+2}{4-x^2} + \frac{2-x}{x^2+x-6} &= \frac{x+2}{(x+2)(x+3)} - \frac{x+2}{(2-x)(2+x)} + \frac{2-x}{(x+3)(x-2)} \\
 &= \frac{1}{x+3} - \frac{1}{2-x} + \frac{-1}{x+3} = -\frac{1}{2-x} = \frac{1}{x-2}
 \end{aligned}$$

ضرب کسور الجبری:

$$1) \quad \frac{x+1}{4x-8} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{4(x-2)} \cdot \frac{(x-2)(x+3)}{(x+3)(x+1)} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \frac{x^2-x-2}{x^2+4x+3} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2+x-6} &= \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)(x+3)} \cdot \frac{(x-2)^2}{(x+3)(x-2)} \\
 &= \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)^2} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \frac{2x^2+x-3}{2x^2+5x-3} \cdot \frac{x+3}{x-1} \cdot \frac{6x+6}{4x-2} &= \frac{(x-1)(2x+3)}{(x+3)(2x-1)} \cdot \frac{x+3}{x-1} \cdot \frac{3(2x+3)}{2(2x-1)} \\
 &= \frac{2x+3}{2x-1} \cdot \frac{2(2x-1)}{3(2x+3)} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4) \quad \frac{x - \frac{1}{x-1}}{x + \frac{1}{x+1}} \cdot \frac{x^3+1}{x^3-1} &= \frac{\frac{x(x-1)-1}{x-1}}{\frac{x(x+1)+1}{x+1}} \cdot \frac{x^3+1}{x^3-1} \\
 &= \frac{x^2-x-1}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x^2+x+1} \cdot \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\
 &= \frac{x^2-x-1}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x^2+x+1} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \\
 &= \frac{x^2-x-1}{x^2-x+1}
 \end{aligned}$$

5- اگر $x=12$ و $y=8$ داده شده باشد پس $\frac{x^6-y^6}{x^4+x^2y^2+y^4}$ را بیابید؟

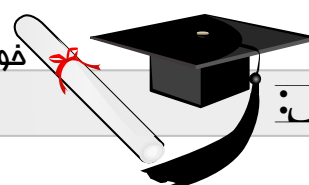
حل :

$$\begin{aligned}
 \frac{x^6-y^6}{x^4+x^2y^2+y^4} &= \frac{(x^2)^3-(y^2)^3}{x^4+x^2y^2+y^4} = \frac{(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)}{x^4+x^2y^2+y^4} \\
 &= x^2-y^2 = (x-y)(x+y) = (12-8)(12+8) = 4 \cdot 20 = 80
 \end{aligned}$$

6- اگر $x-y=3$ و $m-n=6$ باشد پس مقدار $\frac{mx+my-nx-ny}{x^2-y^2}$ را بیابید؟

حل :

$$\frac{mx+my-nx-ny}{x^2-y^2} = \frac{m(x+y)-n(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x+y)(m-n)}{(x+y)(x-y)} = \frac{m-n}{x-y} = \frac{6}{3} = 2$$

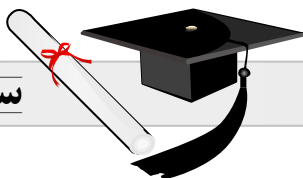


سوالات بخش

(مطابقت و تجزیه)



- 1- در صورتیکه $a + b = 12$, $a \cdot b = 10$ باشد $a^2 + b^2$ را بدست آورید؟
 (1) 32 (2) 48 (3) 64 (4) 124
- 2- در صورتیکه $a + \frac{1}{a} = 3\sqrt{2}$ باشد حاصل $a^2 + \frac{1}{a^2}$ چیست؟
 (1) 9 (2) 12 (3) 16 (4) 24
- 3- اگر $x - \frac{4}{x} = -2$ باشد پس $x^3 - \frac{64}{x^3}$ را بدست آورید؟
 (1) 16 (2) 4 (3) -16 (4) -32
- 4- اگر $a + b = -2$, $a \cdot b = -15$ باشد در این صورت $a^3 + b^3$ را بیابید؟
 (1) -144 (2) -98 (3) -49 (4) 16
- 5- افاده $2a + 3 - \frac{2a^2 + 3a - 9}{2a - 3}$ را بیابید؟
 (1) 1 (2) a (3) $a + 12$ (4) $\frac{a}{3 - 2a}$
- 6- حاصل افاده $\frac{3}{a - 2} + \frac{2a + 4}{a^2 - 4}$ را بدست آورید؟
 (1) $\frac{3}{a + 2}$ (2) $\frac{2}{a + 2}$ (3) $\frac{5}{a - 2}$ (4) $\frac{3}{a - 2}$
- 7- حاصل $\frac{x^2 - a^2}{a^2x - ax^2}$ را بدست آورید؟
 (1) $\frac{1}{ax}$ (2) $\frac{x}{a}$ (3) $\frac{x - a}{ax}$ (4) $\frac{-x - a}{ax}$



8- حاصل $\frac{a^3 - a^2 + a - 1}{a^2 - a}$ را دریافت کنید؟

$$(1) \frac{a^2 + 1}{a} \quad (2) \frac{a^2 - 1}{a} \quad (3) \frac{a}{a - 1} \quad (4) \frac{a^2}{a + 1}$$

9- حاصل $\frac{2ax^3 - 8a^3x}{3ax^2 - 6a^2x}$ را بدست آورید؟

$$(1) \frac{2(x - 2a)}{a} \quad (2) \frac{x + 2a}{3x} \quad (3) \frac{x - 2a}{3x - a} \quad (4) \frac{2(x + 2a)}{3}$$

10- حاصل افاده $\frac{1 - a}{a} + \frac{a}{a + 1}$ را بدست آورید؟

$$(1) \frac{a - 1}{a} \quad (2) \frac{a}{a - 1} \quad (3) \frac{a}{a + 1} \quad (4) \frac{1}{a(a + 1)}$$

11- قیمت افاده $\frac{x^2 - \frac{1}{4}}{x - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$ را حاصل کنید؟

$$(1) x \quad (2) \frac{x}{2} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) 2x$$

12- قیمت افاده $\frac{x}{\frac{1}{x} + 1} + \frac{x}{x + 1}$ را حاصل نمائید؟

$$(1) x - 1 \quad (2) x + 1 \quad (3) x \quad (4) 1$$

13- قیمت افاده $\frac{ax - 1}{abx^2 - (a + b)x + 1}$ را بدست آورید؟

$$(1) \frac{-1}{bx - 1} \quad (2) \frac{1}{ax + 1} \quad (3) \frac{1}{ax - 1} \quad (4) \frac{1}{bx - 1}$$

14- اگر $x^5 = 3^5 + \frac{5^{20} - 3^{20}}{5^{15} + 5^{10} \cdot 3^5 + 5^5 \cdot 3^{10} + 3^{15}}$ باشد پس قیمت x را بدست آورید؟

$$(1) 3 \quad (2) 4 \quad (3) 5 \quad (4) 6$$

15- در صورتیکه $\begin{cases} x + y = 4 \\ x \cdot y = 2 \end{cases}$ باشد پس قیمت $x^3 + y^3$ را بدست آورید؟

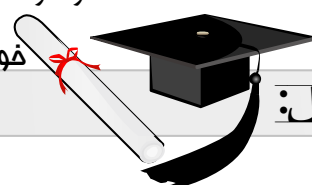
$$(1) 36 \quad (2) 40 \quad (3) 44 \quad (4) 48$$

16- قیمت $ab + ac + bc$ را در صورتیکه $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ و $a + b + c = 9$ باشد بدست آورید؟

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



$$26 \quad (1) \quad 30 \quad (2) \quad 38 \quad (3) \quad 40 \quad (4)$$

17- قیمت $(4x^2 - 1) \cdot \left(\frac{3}{2x-1} - \frac{1}{x+2} - \frac{5}{2x^2+3x-2} \right)$ را بدست آورید؟

$$1 \quad (1) \quad 0 \quad (2) \quad 2x-1 \quad (3) \quad 2x+1 \quad (4)$$

18- قیمت $\frac{(a+b)^2 - 11 \cdot (a+b) + 28}{a+b-4}$ را حاصل نمائید؟

$$a+b-7 \quad (1) \quad a+b+7 \quad (2) \quad a-b-7 \quad (3) \quad a+7 \quad (4)$$

19- قیمت $\frac{(a+2)^2 - (2+3a)^2}{a-a^3}$ را بدست آورید؟

$$\frac{8a}{a-1} \quad (1) \quad \frac{a+1}{4a} \quad (2) \quad \frac{8}{a-1} \quad (3) \quad \frac{4}{a+1} \quad (4)$$

20- قیمت $(4-a^2) \cdot \left(\frac{a+3}{a-2} - \frac{3-a}{2-a} \right)$ را بدست آورید؟

$$-6a+2 \quad (1) \quad -6(a-2) \quad (2) \quad 6(a+2) \quad (3) \quad -6(a+2) \quad (4)$$

21- $\frac{6x^2+x-1}{4x^2-1}$ را حاصل نمائید؟

$$\frac{2x-1}{2x+1} \quad (1) \quad \frac{1}{2x-3} \quad (2) \quad \frac{2x-2}{3x-1} \quad (3) \quad \frac{3x-1}{2x-1} \quad (4)$$

22- قیمت $\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ را بدست آورید؟

$$\sqrt{x} \quad (1) \quad 1+\sqrt{x} \quad (2) \quad x\sqrt{x}-1 \quad (3) \quad x-\sqrt{x} \quad (4)$$

23- اگر $2y = \frac{30}{x}$, $x^2 + y^2 = 34$, $x > 0$, $y > 0$ باشد پس قیمت $(x+y)^2$ را دریافت کنید؟

$$4 \quad (1) \quad \sqrt{30} \quad (2) \quad \sqrt{34} \quad (3) \quad 64 \quad (4)$$

24- قیمت $\frac{(x+1) \cdot a^x}{a^{x+1}} - \frac{1}{a}$ را بدست آورید؟

$$\frac{x}{a} \quad (1) \quad \frac{a}{x-a} \quad (2) \quad \frac{a^x-1}{a} \quad (3) \quad \frac{ax}{a^x} \quad (4)$$

25- قیمت $\frac{2ax^2+ax}{a^2x^3-x} \cdot \frac{ax+1}{2x+1}$ را بیابید؟

$$\frac{a}{ax-1} \quad (1) \quad \frac{1}{x-1} \quad (2) \quad \frac{ax-1}{ax^2+1} \quad (3) \quad \frac{2a}{x-1} \quad (4)$$

26- قیمت $\frac{x^2-4}{x^2+7x+10} \cdot \frac{2x+10}{4}$ را بدست آورید؟

$$\frac{x-2}{2} \quad (4) \quad \frac{x-2}{5x+10} \quad (3) \quad \frac{x+2}{7x} \quad (2) \quad \frac{2}{6x+5} \quad (1)$$

27- قیمت $\frac{a^3-b^3}{a^2b+ab^2+b^3} \cdot \frac{2b^2+2ab}{a^2-b^2}$ را حاصل نمائید؟

$$2b \quad (4) \quad \frac{2}{ab} \quad (3) \quad \frac{2(a+b)}{ab} \quad (2) \quad \frac{2b}{a^2+ab+b^2} \quad (1)$$

28- قیمت $\frac{x+3}{3} + \frac{3}{x-3}$ را دریافت کنید؟

$$\frac{x^2+3x}{3x-9} \quad (4) \quad \frac{3x}{x-1} \quad (3) \quad \frac{x^2}{3x-9} \quad (2) \quad \frac{x+6}{x} \quad (1)$$

29- قیمت $\frac{x^4-2a^2x^3+a^4x^2}{a^4-2a^2x+x^2}$ را بیابید؟

$$x \quad (4) \quad x^2 \quad (3) \quad a \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

30- قیمت $\frac{a+a^2-a^3-1}{a^2-1}$ را بدست آورید؟

$$1-a \quad (4) \quad a+1 \quad (3) \quad a^2-1 \quad (2) \quad 1-a^2 \quad (1)$$

31- مقدار $\frac{6a^2+13ab+6b^2}{2a+3b}$ را بدست آورید؟

$$2b+3a \quad (4) \quad 6b+3a \quad (3) \quad 3(b+a) \quad (2) \quad 2(3b+a) \quad (1)$$

32- قیمت $\frac{a^6+64}{a^2+4}$ را حاصل نمائید؟

$$a^4+8a^2+16 \quad (4) \quad a^4-8a^2+16 \quad (3) \quad a^4+4a^2+16 \quad (2) \quad a^4-4a^2+16 \quad (1)$$

33- قیمت $\left(\frac{61^2-59^2}{31^2-29^2}\right)^3$ را حاصل کنید؟

$$64 \quad (4) \quad 27 \quad (3) \quad 8 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

34- مقدار افاده $\frac{a \cdot (a-2) - a + 2}{a-1}$ را بیابید؟

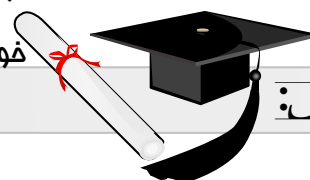
$$1-a \quad (4) \quad a+1 \quad (3) \quad a-2 \quad (2) \quad a-1 \quad (1)$$

35- اگر $a-b=7, a+c=14$ باشد پس قیمت $a^2-bc-ab+ac$ را بدست آورید؟

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



98 (4)

84 (3)

63 (2)

49 (1)

36- قیمت $\frac{x^6 - y^6}{x^4 + x^2y^2 + y^4}$ را حاصل نمائید؟

$$\frac{x^3 + y^2}{x - y} \quad (4)$$

$$x^3 - y^3 \quad (3)$$

$$x^2 - y^2 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 \quad (1)$$

37- در صورتیکه $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشد پس قیمت $\frac{x^3 + 27}{2x + 6}$ را بدست آورید؟

8 (4)

7 (3)

6 (2)

5 (1)

38- اگر $a - \frac{1}{a} = 4$ باشد پس قیمت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ را حاصل نمائید؟

12 (4)

14 (3)

16 (2)

18 (1)

39- قیمت $\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{x^3 - 8y^3}$ را در صورتیکه باشد $x = \frac{3}{8}, y = \frac{11}{16}$ بدست آورید؟

$$\frac{13}{16} \quad (4)$$

$$\frac{5}{16} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-\frac{3}{8} \quad (1)$$

40- مقدار $5003^2 - 4997^2$ را بدست آورید؟

$$3 \cdot 10^5 \quad (4)$$

$$6 \cdot 10^4 \quad (3)$$

$$3 \cdot 10^4 \quad (2)$$

$$10^4 \quad (1)$$

41- مقدار $\frac{(3+5a)^2 - (a+3)^2}{a^3 - a}$ را بدست آورید؟

$$\frac{12}{a+1} \quad (4)$$

$$\frac{12}{a-1} \quad (3)$$

$$\frac{24}{a+1} \quad (2)$$

$$\frac{24}{a-1} \quad (1)$$

42- مقدار $(99)^2 - 4$ را بدست آورید؟

9797 (4)

9097 (3)

8797 (2)

8097 (1)

43- مقدار $3x + \frac{6}{x^2}$ را در صورتی بدست آورید که $x^3 + 2 = 3x^2$ باشد؟

13 (4)

12 (3)

9 (2)

6 (1)

44- قیمت $\frac{a^3 - ab^2 + b^2 - a^2}{a^3 - a^2b - 2a^2 + 2ab + a - b}$ را دریافت نمائید؟

$$\frac{a+b}{a-1} \quad (4)$$

$$\frac{a-1}{a-b} \quad (3)$$

$$\frac{a-b}{a+b} \quad (2)$$

$$\frac{a-b}{a+1} \quad (1)$$

45- مقدار $\frac{(x^2 - 2x + 4)(x^2 - 4)}{x^3 + 8}$ را دریافت نمائید؟

(1) $\frac{1}{x-2}$ (2) $\frac{1}{x+2}$ (3) $x-2$ (4) $x+2$

46- اگر $\frac{(cd-1)^2 - (c-d)^2}{(d^2-1)(c-1)} = 5$ باشد پس قیمت c را بدست آورید؟

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

47- مقدار $\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - x - 6} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + x - 6}$ را حاصل نمائید؟

(1) $\frac{x+4}{x-2}$ (2) $\frac{x-4}{x+2}$ (3) $\frac{x^2-16}{x^2-4}$ (4) $\frac{x^2-4x+16}{x^2-9}$

48- هرگاه $x - \frac{1}{x} = 3$ باشد پس مقدار $3x^2 + \frac{3}{x^2}$ کدام گزینه ذیل است؟

(1) 27 (2) 30 (3) 33 (4) 37

49- مقدار $(9, 2 + 4, 2)^2 - 4 \cdot (9, 2) \cdot (4, 2)$ را بدست آورید؟

(1) 4 (2) 9 (3) 16 (4) 25

50- قیمت $\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac} : \frac{a^2 + ab - ac}{a - b + c}$ را بدست آورید؟

(1) $\frac{1}{a}$ (2) $\frac{1}{a^2}$ (3) a (4) a^2

51- مقدار $\frac{x^2 + xy}{xy - y^2} : \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{y^2}{x} - y}$ را بدست آورید؟

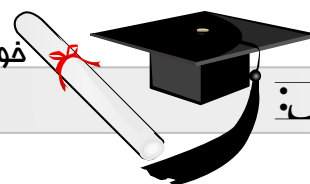
(1) $\frac{x}{y}$ (2) xy (3) $-xy$ (4) x

52- مقدار $(3x^2 - 3)^2 - (2x^2 - 2)^2$ را حاصل نمائید؟

(1) 5 (2) $x-1$ (3) $x+1$ (4) $5(x^2-1)^2$

53- قیمت $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ را بدست آورید؟

(1) $x-1$ (2) $x+2$ (3) $x+1$ (4) $x-3$



54- مقدار $\frac{a^3 - a^2b + b^3 - ab^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ را دریافت کنید؟

(1) $\frac{a}{b}$ (2) b (3) a (4) $a + b$

55- مقدار $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$ را محاسبه نمائید؟

(1) $2a$ (2) b (3) $a - b$ (4) $a + b$

56- مقدار $\left(1 - \frac{5}{x}\right) : \left(1 - \frac{25}{x^2}\right)$ را بدست آورید؟

(1) x (2) $x - 5$ (3) $\frac{x}{x+5}$ (4) $\frac{x}{x-5}$

57- قیمت $a - b$ را در صورتیکه $\begin{cases} a^2 - 12 = ab \\ b^2 - ab = 24 \end{cases}$ باشد محاسبه نمائید؟

(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8

58- مقدار $a \cdot b$ را با در نظر داشت اینکه $\begin{cases} a - b = 6 \\ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 2 \end{cases}$ است بیابید؟

(1) -6 (2) -3 (3) 0 (4) 12

59- مقدار $\frac{x^3y - y^3x}{x^2y - xy^2}$ را بدست آورید؟

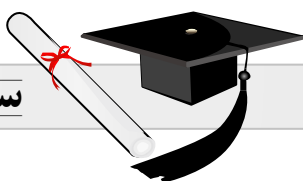
(1) $x - y$ (2) x (3) y (4) $x + y$

60- قیمت $\frac{y^2 - 2yz + z^2}{yz + ay - z^2 - az}$ را حاصل نمائید؟

(1) $\frac{y-z}{z+a}$ (2) $\frac{2ax}{4a}$ (3) $\frac{y-z}{z-a}$ (4) $\frac{y}{z}$

61- مقدار $a \cdot b$ را در صورتیکه $\begin{cases} x+1=a \\ x-1=b \\ x^2-3=0 \end{cases}$ باشد بیابید؟

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3



62- قیمت $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ را حاصل نمائید؟

$$\frac{x-y}{x+y} \quad (1) \quad \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \quad (2) \quad \frac{x}{y} \quad (3) \quad \frac{y}{x} \quad (4)$$

63- قیمت $\frac{2a}{a^2-b^2} + \frac{2b}{b^2-a^2}$ را بدست آرید؟

$$\frac{2}{a-b} \quad (1) \quad \frac{1}{a-b} \quad (2) \quad \frac{1}{b+a} \quad (3) \quad \frac{2}{a+b} \quad (4)$$

64- مقدار $\frac{a^2-b^2}{4a^2+4ab}$ را بیابید؟

$$\frac{a-b}{4a} \quad (1) \quad \frac{a+b}{a-b} \quad (2) \quad \frac{a+b}{2(a-b)} \quad (3) \quad \frac{a+b}{5a} \quad (4)$$

65- مقدار $a+b$ را در صورتیکه $\left. \begin{array}{l} a^2+b^2=10 \\ a^3b+a^2b^2+ab^3=39 \end{array} \right\}$ باشد بیابید؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

66- افاده $y^3 - 2xy^2 + yx^2$ به صورت تجزیه شده عبارت است از:

$$y(x+y)^2 \quad (1) \quad y(y-x)^2 \quad (2) \quad x(x-y)^2 \quad (3) \quad y(x-y)(x+y) \quad (4)$$

67- درجه پولینوم $p(x) = (x^2-4)^3$ چند است؟

$$2 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

68- افاده $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{x^{-2}y}{x^{-1}}\right)^{-1}$ مساوی است به :

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad \frac{x^3}{y^2} \quad (3) \quad \frac{x^2}{y^2} \quad (4)$$

69- انکشاف افاده $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right)$ عبارت است از :

$$\frac{x^9-1}{x^3} \quad (1) \quad \frac{x^6-1}{x^3} \quad (2) \quad x^3 - \frac{1}{x^3} \quad (3) \quad x^3 + \frac{1}{x^3} \quad (4)$$

70- هرگاه پولینوم $p(x)$ دارای خاصیت $p\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ باشد ، بالای کدام افاده ذیل قابل تقسیم است ؟

$$x+2 \quad (1) \quad x-2 \quad (2) \quad 2x-1 \quad (3) \quad 2x+1 \quad (4)$$

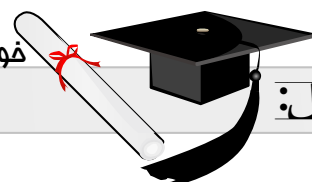
71- درجه پولینوم $p(x) = 2 - 3x^2 + 5x^4 + x$ عبارت است از :

$$4 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad -6 \quad (4)$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



72- افاده $\frac{4x-1}{2\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+1}{4x-1}$ مساوی است به :

$$(1) \frac{4x}{2\sqrt{x}-1} \quad (2) \frac{4x}{2\sqrt{x}+1} \quad (3) \frac{1}{2\sqrt{x}+1} \quad (4) \frac{1}{2\sqrt{x}-1}$$

73- تجزیه افاده $16y^2 - 4x^2$ عبارت است از :

$$(1) (4y-2x)(4y+2x) \quad (2) (4y+2x)(4y+2x) \quad (3) (4y+2)(4y+2) \quad (4) (4y-x)(4y+x)$$

74- قیمت افاده $\frac{1}{4} + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}$ مساوی است به :

$$(1) \left(\frac{x}{y} + \frac{1}{2}\right)^2 \quad (2) \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{y}\right)^2 \quad (3) \left(1 - \frac{x}{2y}\right)^2 \quad (4) \left(1 + \frac{x}{2y}\right)^2$$

75- افاده $\frac{2xy^2 - 6x^2y}{3x-y} \div \frac{y}{x}$ مساوی است به :

$$(1) \frac{2y}{x} \quad (2) -\frac{2y}{x} \quad (3) 2x^2 \quad (4) -2x^2$$

76- افاده $\frac{x}{mk} - \frac{y}{nk} - \frac{x}{mp} + \frac{y}{np}$ مساوی است به :

$$(1) \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{p}\right)\left(\frac{x}{m} - \frac{y}{n}\right) \quad (2) \left(\frac{x}{k} - \frac{y}{p}\right)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) \quad (3) \left(\frac{x}{k} - \frac{y}{p}\right)\left(\frac{x}{m} - \frac{y}{n}\right) \quad (4) \left(\frac{x}{k} - \frac{y}{p}\right)\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$$

77- شکل ساده افاده $\frac{x^3-1}{x^2+x+1}$ مساوی است به :

$$(1) 2x+1 \quad (2) x+1 \quad (3) x-1 \quad (4) x^2-x+1$$

78- تجزیه افاده $y^2 - 3x^2$ عبارت است از :

$$(1) (y-\sqrt{3}x)(y-\sqrt{3}x) \quad (2) (y+\sqrt{3}x)(y-\sqrt{3}x) \quad (3) (y+\sqrt{3}x)(y+x) \quad (4) (y+\sqrt{3}x)^2$$

79- شکل ساده افاده $\frac{x^{-2}+y^{-2}}{x^{-1}y+y^{-1}x}$ مساوی است به :

$$(1) 1 \quad (2) -1 \quad (3) xy \quad (4) \frac{1}{xy}$$

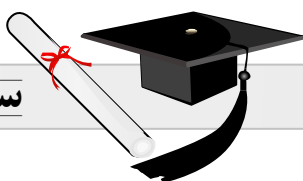
80- تجزیه افاده $2ax + bx - 2ay - by - cx + cy$ قرار ذیل است :

$$(1) (2a+b-c)(x-y) \quad (2) (2a+b+c)(x-y) \quad (3) (2a+b-c)(x+y) \quad (4) (2a-b+c)(x+y)$$

81- تجزیه افاده $(x+y)^3 - x^3$ عبارت است از :

$$(1) y(3x^2 + 3xy + y^2) \quad (2) y(2x^2 + 2xy + y^2)$$

$$(3) (x+y)(3x^2 + 3xy + y^2) \quad (4) (x^2 + 2xy)(2x+y)$$



82- مجموعه ضرایب حالت انکشاف یافته بینوم $\left(\frac{4}{x} - x\right)^4$ مساوی است به :

$$(1) 27 \quad (2) 81 \quad (3) 625 \quad (4) -625$$

83- تجزیه افاده $a^4 + a^2b^2 + b^4$ مساوی است به :

$$(1) (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) \quad (2) (a^2 - b^2 + ab)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$(3) (a^2 - b^2 + ab)(a^2 - b^2 - ab) \quad (4) (a^2 - b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$$

84- اگر $x^2 - x - 2 = 0$ باشد آنگاه قیمت عددی $x^4 - 2x^3 + x^2$ عبارت است از :

$$(1) 6 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

85- حدششم بینوم $(2x + 1)^5$ مساوی است به :

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 4 \quad (4) 10x$$

86- افاده $(8x - 7, 5x) \div (12xy - 11, 5xy)$ مساوی است به :

$$(1) x \quad (2) y \quad (3) xy \quad (4) 2y$$

87- حدسوم حالت انکشاف یافته بینوم $(1 + x)^5$ مساوی است به :

$$(1) 5x^3 \quad (2) 5x^2 \quad (3) 10x^2 \quad (4) 10x^3$$

88- افاده $x^{16} - 1$ به صورت تجزیه عبارت است از :

$$(1) (x - 1)(x + 1)(1 + x^2)(1 - x^4)(1 + x^8) \quad (2) (x - 1)(x + 1)(1 - x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)$$

$$(3) (x - 1)(x + 1)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8) \quad (4) (x - 1)(x + 1)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 - x^8)$$

89- افاده $\frac{21(x + y)(x - y)^2}{3(x^2 - y^2)}$ مساوی است به :

$$(1) 7(x - y) \quad (2) x + y \quad (3) 2x + 2y \quad (4) 2x - 2y$$

90- حاصل عبارت $(x^2 + xy + y^2) \cdot (x^2 - xy + y^2)$ کدام است ؟

$$(1) x^4 + y^4 \quad (2) x^4 - x^2y^2 + y^4 \quad (3) (x^2 - y^2)^2 \quad (4) x^4 + x^2y^2 + y^4$$

91- حاصل ضرب $(5xy^2)(2x^{-2}y^{-1})$ مساوی میشود به :

$$(1) \frac{10x}{y} \quad (2) \frac{10y}{x} \quad (3) 10xy \quad (4) 10x^2y$$

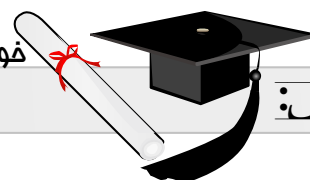
92- افاده $\frac{x+1}{x} - \frac{x+2}{x-1}$ مساوی است به :

$$(1) \frac{x+4}{2x} \quad (2) \frac{x^2+2}{2x} \quad (3) \frac{2x+1}{x(x-1)} \quad (4) -\frac{2x+1}{x(x-1)}$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیز دسترسی دارد، یا کتابهای فوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



93- افاده $\left(\frac{x^{-2}y}{x^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{-1}$ مساوی است به :

$$(1) \quad y \quad (2) \quad \frac{x^3}{y^2} \quad (3) \quad -y \quad (4) \quad -\frac{x^3}{y}$$

94- افاده $x^3 - 2x^2y + xy^2$ به صورت تجزیه شده عبارت است از :

$$(1) \quad x(x+y)^2 \quad (2) \quad x(x-y)^2 \quad (3) \quad x(x-y)(x+y) \quad (4) \quad (x-y)(x+y)$$

95- اگر $y = \sqrt{5} - 2, x = \sqrt{5} + 2$ باشد آنگاه قیمت $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ عبارت است از :

$$(1) \quad 12 \quad (2) \quad 14 \quad (3) \quad 16 \quad (4) \quad 18$$

96- عدد $\frac{(a^{-1} + b^{-1})^{-1}}{(a+b)^{-1}}$ مساوی است به :

$$(1) \quad (ab)^{-1} \quad (2) \quad ab \quad (3) \quad \frac{b}{a} \quad (4) \quad \frac{a}{b}$$

97- افاده $\frac{x[(x+y)^2 + (x-y)^2]}{2x^3 + 2xy^2}$ مساوی به :

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 8 \quad (4) \quad -2$$

98- حاصل عبارت $\frac{a^3 - b^3}{a^2b + ab^2 + b^3} \cdot \frac{2b^2 + 2ab}{a^2 - b^2}$ مساوی است به :

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad 5$$

99- قیمت عددی افاده $\frac{2^{24}(3^{44} - 3^{22})}{6^{22}(3^{11} + 1)(3^{11} - 1)}$ مساوی است به :

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad 9$$

100- هرگاه $2y = \frac{30}{x}, x^2 + y^2 = 34, x, y > 0$ باشد، پس عبارت $(x+y)^2$ مساوی است به :

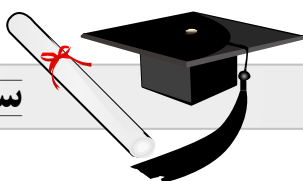
$$(1) \quad \sqrt{34} \quad (2) \quad \sqrt{30} \quad (3) \quad 64 \quad (4) \quad 49$$

101- در معادله $4x^2 - 5x + b = (2x - a)^2$ قیمت $a+b$ مساوی است به :

$$(1) \quad \frac{35}{8} \quad (2) \quad \frac{25}{8} \quad (3) \quad \frac{45}{16} \quad (4) \quad \frac{25}{16}$$

102- حد پنجم بینوم $(1+2x)^4$ مساوی است به :

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 10x^3 \quad (4) \quad 16x^4$$



103- قیمت $\left(\frac{x-y}{xy}\right) : \left(\frac{x-y}{x} + \frac{y-x}{y}\right)$ مساوی میشود به :

$$(1) x - y \quad (2) y - x \quad (3) y(y - x) \quad (4) -(y + x)$$

104- افاده ترکیبی $\left(\frac{4}{2}\right)$ مساوی است به :

$$(1) 10 \quad (2) 8 \quad (3) 6 \quad (4) 5$$

105- قیمت افاده $\left(x^{\frac{1}{2}}y^3\right)^2 \left[(-3x^2y^3)^2 - \frac{1}{3}\right]^0$ مساوی میشود به :

$$(1) x^{10}y^{10} \quad (2) x^2y^5 \quad (3) x^4y^{15} \quad (4) xy^6$$

106- افاده $\left(\frac{x^2y^3}{a}\right)^{-1} : \frac{a^2}{x^3y^3}$ مساوی است به :

$$(1) \frac{1}{a} \quad (2) a \quad (3) \frac{x}{a} \quad (4) \frac{y}{a}$$

107- قیمت افاده $\left(\frac{x^{-2}y^{-1}}{y^{-2}x^{-1}}\right)^5 \left[(-3x^2y^3)\right]^0$ مساوی است به :

$$(1) \left(\frac{x}{y}\right)^5 \quad (2) \left(\frac{y}{x}\right)^5 \quad (3) \left(\frac{y}{x^2}\right)^5 \quad (4) \left(\frac{1}{x}\right)^5$$

108- حاصل جمع ضرایب حدود انکشاف یافته بینوم $(2x + 1)^3$ مساوی است به :

$$(1) 20 \quad (2) 27 \quad (3) 54 \quad (4) 24$$

109- حاصل جمع افاده ترکیبی $\binom{1067}{249} + \binom{1067}{250}$ عبارت است از:

$$(1) \binom{1069}{250} \quad (2) \binom{1069}{247} \quad (3) \binom{1068}{250} \quad (4) \binom{1067}{247}$$

110- باقی مانده تقسیم پولینوم $p(x)$ بر $x - 4$ مساوی 3 است و باقی مانده تقسیم پولینوم $Q(x)$ بر $x - 4$

مساوی است 4 میشود باقی مانده تقسیم پولینوم $x^2 + 2x + p(x) + (x + 1) \cdot Q(x)$ بر $x - 4$ عبارت است

از :

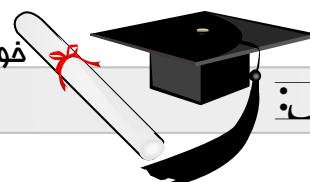
$$(1) 51 \quad (2) 46 \quad (3) 48 \quad (4) 56$$

111- افاده $\frac{(x^2 - y^2) + (x - y)^2}{x^2 - y^2}$ مساوی است به :

$$(1) \frac{2x}{x + y} \quad (2) \frac{2x}{x - y} \quad (3) \frac{x}{x + y} \quad (4) \frac{2}{x - y}$$

فوشبفت کسی است:

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

112- حد چهارم حالت انکشاف یافته بینوم $(1+x^2)^3$ مساوی میشود به :

$$(1) \quad x^3 \quad (2) \quad x^6 \quad (3) \quad x^5 \quad (4) \quad 1$$

113- مصارف یک فامیل با تعداد اعضای فامیل تناسب ذیل را دارد ؟

$$(1) \quad \text{تناسب مستقیم} \quad (2) \quad \text{تناسب معکوس} \quad (3) \quad \text{تناسب مرکب} \quad (4) \quad \text{تناسب حسابی}$$

114- افاده $(x-1-y)(x-1+y)$ مساوی است به :

$$(1) \quad (x-1)^2 + y \quad (2) \quad (x-1)^2 - y \quad (3) \quad y - (x-1)^2 \quad (4) \quad (x-1)^2 - y^2$$

115- کدام یک از مساوات های ذیل مطابقت گفته میشود ؟

$$(1) \quad (x-1)^3 = x^2 - 2x + 1 \quad (2) \quad (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad (3) \quad 7x^2 - 4 = 12 - x \quad (4) \quad 6 + 4x = 5x - 6$$

116- شکل ساده افاده $\frac{yx^3 + y}{yx^2 - xy + y}$ مساوی است به :

$$(1) \quad x + 1 \quad (2) \quad x - 1 \quad (3) \quad -x + 1 \quad (4) \quad -x - 1$$

117- حد چهارم انکشاف یافته مطابقت $(a-b)^5$ عبارت است از:

$$(1) \quad -10a^2b^3 \quad (2) \quad 10a^2b^3 \quad (3) \quad 10a^3b^2 \quad (4) \quad -10b^2a^3$$

118- شکل انکشاف یافته مطابقت دارای چند حد میباشد؟

$$(1) \quad \text{حد } n \quad (2) \quad \text{حد } n-1 \quad (3) \quad \text{حد } n+1 \quad (4) \quad \text{حد } 2n$$

119- شکل ساده حاصل ضرب مطابقت $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ عبارت است از :

$$(1) \quad a^3 - b^3 \quad (2) \quad a^3 + b^3 \quad (3) \quad a^2 - b^2 \quad (4) \quad a^2 + b^2$$

120- تجزیه افاده $4a - 5a^2$ به فکتورها عبارت است از :

$$(1) \quad 4 - 5a \quad (2) \quad (4-5a)a \quad (3) \quad (4+5a)a \quad (4) \quad -a(4+5a)$$

121- تجزیه افاده $4x^2 - 5y^2$ به فکتورهای عبارت است از :

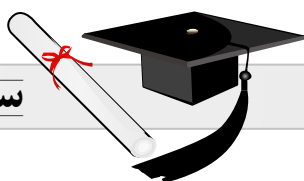
$$(1) \quad (2x - \sqrt{5}y)(2x + \sqrt{5}y) \quad (2) \quad (2x - \sqrt{5}y)(\sqrt{5}y - 2x) \\ (3) \quad (2x + \sqrt{5}y)(\sqrt{5}y - 2x) \quad (4) \quad (\sqrt{2}x - \sqrt{5}y)(\sqrt{5}y - \sqrt{2}x)$$

122- تجزیه سه حده یی $3x^2 + 5x + 2$ به فکتورها عبارت است از :

$$(1) \quad (x-1)(3x+2) \quad (2) \quad (x+1)(3x+2) \quad (3) \quad (x+1)(3x-2) \quad (4) \quad (x-1)(3x-2)$$

123- حاصل کسر $\frac{4x^2-16}{x^2-2x}$ مساوی است به :

$$(1) \quad \frac{x+2}{x} \quad (2) \quad \frac{x-2}{x} \quad (3) \quad \frac{4(x+2)}{x} \quad (4) \quad \frac{4(x-2)}{x}$$



124- عبارت $\frac{x^2 - 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2}$ مساوی است به :

$$\frac{x-3y}{x+y} \quad (1) \quad \frac{x+3y}{x+y} \quad (2) \quad \frac{x-3y}{x-y} \quad (3) \quad \frac{x+3y}{x-y} \quad (4)$$

125- عبارت $\frac{7}{x^2-4} \div \frac{xy}{x+2}$ مساوی است به :

$$\frac{7}{x-2} \quad (1) \quad \frac{7}{x+2} \quad (2) \quad \frac{7}{xy(x-2)} \quad (3) \quad \frac{7}{xy(x+2)} \quad (4)$$

126- حاصل ضرب عبارت $(x^2+1), (x^2-1), x$ مساوی است به :

$$(x^5+x) \quad (1) \quad (x^5-x) \quad (2) \quad (x^4-x) \quad (3) \quad (x^4+x) \quad (4)$$

127- به عبارت $\frac{a^2}{4} + 4b^2$ کدام یک از مقدارهای ذیل اضافه شود تا مربع کامل ساخته شود؟

$$ab \quad (1) \quad 4ab \quad (2) \quad -4ab \quad (3) \quad 2ab \quad (4)$$

128- هر گاه $P(x) = x^2 - 4x + 9$ بر $Q(x) = x - 5$ تقسیم گردد، باقی مانده چند میشود :

$$12 \quad (1) \quad 13 \quad (2) \quad 14 \quad (3) \quad 11 \quad (4)$$

129- قیمت ترکیب $\binom{6}{2}$ مساوی است به :

$$13 \quad (1) \quad 14 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 16 \quad (4)$$

130- قیمت ترکیب $\binom{5}{3}$ مساوی است به :

$$9 \quad (1) \quad 10 \quad (2) \quad 11 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

131- قیمت ترکیب $\binom{n}{n}$ برابر به کدام یک از موارد ذیل است ؟

$$0 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

132- قیمت عددی ترکیب $\binom{3}{0}$ عبارت است از :

$$0 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

133- قیمت ترکیب $\binom{3}{1}$ مساوی است به :

$$0 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

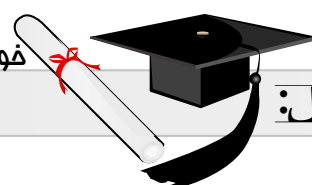
134- ترکیب $\binom{1}{a}$ به کدام قیمت a مساوی به عدد 1 میشود ؟

$$0 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad \text{مورد اول و دوم} \quad (4)$$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

سخن فصل:



خود را بیازمایید!



افاده‌های الجبری ذیل را تجزیه نمایید.

1) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = ?$

2) $x^4 + x^3 + x^2 + 4x + 3 = ?$

3) $2x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 2 = ?$

4) $x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2 + 3xyz = ?$

5) $ab(a-b) + bc(b-c) + ac(c-a) = ?$

6) $x^3 + 3x^2 + 5x + 6 = ?$

7) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24 = ?$

8) $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = ?$

9) $(x+2)(x+3)(x+5)(x+4) - 120 = ?$

10) $x^2 + 4y^2 - 5x + 10y - 4xy - 24 = ?$

11) $x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 - x - y = ?$

12) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = ?$

13) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = ?$

14) $x^8 + x^4 + 1 = ?$

15) $3x^3 - 5x + 2 = ?$

16) $x^4 - 6x^2 + 1 = ?$

17) $8x^3 + y^3 + 1 - 6xy = ?$

18) $(a-b-c)^3 + (2b-a-c)^3 + (2c-b)^3 = ?$

19) $a^3 + (2-a)^3 - 8 = ?$

20) $a^5 - 2a^2 + 1 = ?$

21) $a^2 + 15b^2 + 8ab = ?$

22) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3 = ?$

23) $x^3(x^2 - 7)^2 - 36x = ?$

24) $x^4 + 2x^2 + 5 = ?$

25) $x^4 + x^3 + x - 1 = ?$

26) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = ?$

27) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = ?$

28) $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = ?$

29) $a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(b+a) + 2abc = ?$

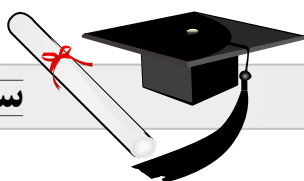
30) $bc(b-c) + ac(c-a) + ab(a-b) = ?$

31) $a(b^2 + c^2) + b(a^2 + c^2) + c(a^2 + b^2) + 2abc = ?$

32) $x^2 - y^2 + 6x - 4y + 5 = ?$

33) $x^2 - y^2 - x - 9y - 20 = ?$

34) $x^2 - 2z^2 - y^2 - zx - 3zy = ?$



35) $x^2 + 3a^2 - y^2 + 4ax + 2ay = ?$

36) $a^2 + 5x^2 - b^2 + 6ax + 4bx = ?$

37) $b^2 - 2yc - c^2 - y^2 = ?$

38) $z^2 + 4c^2 - x^2 + 5cz + 3cx = ?$

39) $c^2 + 3y^2 + 4yc + 2yb - b^2 = ?$

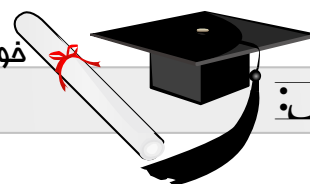
40) $b^2 - xb - 5yb + xa - 5ya + 5yx - a^2 = ?$

41) $a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b) + 3abc = ?$

42) $abc + acx + bx^2 + x^3 + bcx + ax^2 + abx + cx^2 = ?$

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو پیژ دسترسی دارد، یا کتابهای فوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.

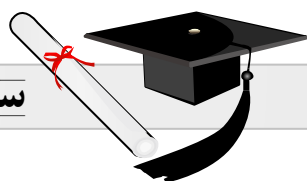


سخن فصل:

خود را بیازمایید!

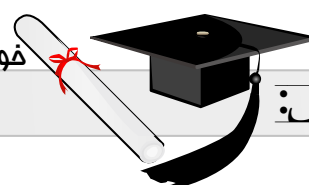
جوابات

شماره	جواب	شماره	جواب
1	$(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$	22	$(2x-3)(x^2-x+1)$
2	$(x+1)(x^3+x+3)$	23	$x(x-1)(x+1)(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
3	$(x^2+1)(2x^2+x+2)$	24	$(x^2+3-2\sqrt{x^2+1})(x^2+3+2\sqrt{x^2+1})$
4	$(x+y+z)(xy+yz+zx)$	25	$(x^2+1)(x^2+x-1)$
5	$(a-c)(a-b)(b-c)$	26	$(x+1)(x+2)(x+3)$
6	$(x+2)(x^2+x+3)$	27	$(x-1)(x+2)(x-3)$
7	$x(x+5)(x^2+5x+10)$	28	$(x-2)(x+3)(x-4)$
8	$(x^4+1)(x^3+x^2+x+1)$	29	$(a+b)(b+c)(a+c)$
9	$x(x+7)(x^2+7x+22)$	30	$(a-b)(b-c)(a-c)$
10	$(x-2y-8)(x-2y+3)$	31	$(a+b)(b+c)(a+c)$
11	$(x+y)(x-y+1)(x-y-1)$	32	$(x+y+5)(x-y+1)$
12	$3(a+b)(b+c)(a+c)$	33	$(x+y+4)(x-y-5)$
13	$(x-1)(x-1)(x-2)$	34	$(x+y+z)(x-2z-y)$
14	$(x^4-x^2+1)(x^4+x^2+1)$	35	$(x+3a-y)(a+x+y)$
15	$(x-1)(3x^2+3x-2)$	36	$(5x+b+a)(x+a-b)$
16	$(x^2-3+2\sqrt{2})(x^2-3-2\sqrt{2})$	37	$(y+c+b)(b-y-c)$
17	$(2x+y+1)(4x^2+y^2+1-2xy-2x-y)$	38	$(c+z+x)(4c+z-x)$
18	$3(a-b-c)(2b-a-c)(2c-b)$	39	$(y+c-b)(3y+b+c)$
19	$6a(a-2)$	40	$(a+b-5y)(-a-x+b)$
20	$(a-1)(a^4+a^3+a^2-a-1)$	41	$(a+b+c)(ab+ac+bc)$
21	$(a+5b)(a+3b)$	42	$(x+a)(x+b)(x+c)$



فوشبفت کسی است؛

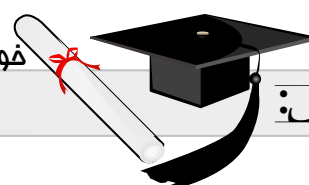
که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

فوشبفت کسی است؛

که به یکی از این دو چیز دسترسی دارد، یا کتابهای خوب و یا دوستانی که اهل کتاب باشند.



سخن فصل:

پولینوم

هر تابعی که شکل $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0$ را داشته باشد پولینوم نامیده می شود طوری که $(a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n)$ ضرائب عددی حدوداند و شامل ست اعداد حقیقی اند و نیز $n \in p$ می باشد.

نکته: منظور از a_1 ضریب عددی حدی است که درجه آن یک است و منظور از a_2 نیز ضریب عددی حدی است که درجه آن دو است و a_n ضریب حدی است که درجه آن n میباشد.

مثال: در پولینوم $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 7$ مقادیر a_3, a_2, a_1, a_0 را دریافت کنید.

$$a_3 = 3, a_2 = -4, a_1 = 0, a_0 = -7$$

مثال 1: $4x^2 - 3x + 2$ یک پولینوم است زیرا توان های حروف افاده فوق شامل اعداد مکمل است.

مثال 2: $14x^{-3} - \sqrt{2} + 7$ یک پولینوم نمی باشد زیرا $-3 \notin p$

مثال 3: $\frac{x^2 + 4x + 5}{x+1}$ یک پولینوم نیست زیرا شکل فرمول عمومی پولینوم را ندارد.

نکته: در صورتیکه یک افاده متحولی با توان غیر مکمل داشته باشد شرط پولینوم بودن این است که ضریب عددی آن حد صفر شود.

مثال: قیمت a, b را طوری تعیین کنید که $p(x)$ یک پولینوم باشد.

$$p(x) = x^4 - 3x^3 + (a-3)x^{-4} + (b-2)x^{-1}$$

$$a-3=0 \Rightarrow a=3$$

$$b-2=0 \Rightarrow b=2$$

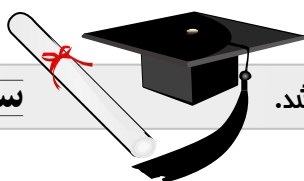
مثال: قیمت a, b را طوری تعیین کنید که $p(x)$ یک پولینوم باشد.

$$p(x) = (a-2)x^{\frac{5}{2}} + ax^2 + (b-4)x^{\frac{3}{2}} + 2bx + 3b$$

$$a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$b-4=0 \Rightarrow b=4$$

$$P(x) = (2-2)x^{\frac{5}{2}} + 2x^2 + (4-4)x^{\frac{3}{2}} + 2(4)x + 3(4) \Rightarrow P(x) = 2x^2 + 8x + 12$$



درجه یک پولینوم:

در صورتیکه یک پولینوم یک متحول داشت باشد درجه پولینوم بزرگترین توان متحول آن است. اگر پولینوم شامل چندین متحول بود درجه پولینوم عبارت از مجموعه توان متحول‌های حدی است که بزرگترین مجموعه توان را داشته باشد.

مثال 1: $-a^3 + 2a + 1 + a^5$ ← درجه 5

مثال 2: $x^7 + x^5 + 2x^2 + 1$ ← درجه 7

مثال 3: $2a^2y - 5ay^2 + a^3y$ ← درجه 4 زیرا $a^3y^1 = 3+1=4$

پولینوم ثابت: پولینومی که ضرایب تمام متحول‌های آن صفر باشند یا (پولینوم تنها با حد ثابت را پولینوم ثابت می‌گوییم)

مثال: اگر $P(x) = (2a-8)x^2 + (7-b)x + 15$ یک پولینوم ثابت باشد قیمت‌های a, b را دریابید؟

$$2a - 8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$7 - b = 0 \Rightarrow -b = -7 \Rightarrow b = 7$$

پولینوم صفری: اگر در یک پولینوم ضرایب تمام حدود آن صفر باشد این گونه پولینوم را پولینوم صفری گویند.

$$a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = 0, \quad p(x) = 0$$

نکته: درجه پولینوم صفری تعریف نشده است.

مثال: قیمت a, b, c را دریابید اگر $p(x) = (a-4)x^6 + (2c+6)x^4 + 2b$ یک پولینوم صفری باشد؟

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$2c + 6 = 0 \Rightarrow 2c = -6 \Rightarrow c = -3$$

$$2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

پولینوم کامل و ناقص:

پولینوم کامل: پولینومی که تمام حدود آن از بزرگترین توان متحول تا عدد ثابت در آن شامل باشد پولینوم کامل گفته می‌شود.

مثال: پولینوم $a^3 + 1 + 2a + a^2$ یک پولینوم کامل است. زیرا درجه حدود از بزرگترین یعنی 3 تا به 0 در آن شامل است

پولینوم ناقص: پولینومی را گویند که درجه حدود آن از بزرگترین مقدار تا به صفر کامل نباشد.

مثال: پولینوم‌های $x^2 - 1$ و $a^3 + a - 1$ پولینوم‌های ناقص اند.



پولینوم های منظم و غیر منظم : پولینوم $a^4 + 4a^3 - 13a^2 + 2a - 1$ یک پولینوم منظم است زیرا از درجه 4 به ترتیب تا درجه 0 منظم شده است.

اما پولینوم $4a^3 + 2a - 13a^2 + a^4 - 1$ یک پولینوم غیر منظم است . می توانیم پولینوم های غیر منظم را به طریقه نزولی و یا صعودی ترتیب نماییم.

ترتیب پولینوم ها:

الف) پولینوم نزولی : اگر یک پولینوم از بزرگترین توان یک متحول به طرف کوچکترین درجه منظم شده باشد پولینوم را نزولی گویند.

$$7x^5 + x^4 - 17x^2 + 26x - 27 \Rightarrow 7x^5 + x^4 + 0x^3 - 17x^2 + 26x - 27 \quad \text{مانند:}$$

ب) پولینوم های صعودی: اگر یک پولینوم از کوچکترین درجه به طرف بزرگترین درجه ترتیب شده باشد را پولینوم های صعودی گویند.

$$-27 + 26x - 17x^2 + 4x^3 + x^4 + 7x^5 \quad \text{مانند:}$$

نکته : اگر یک پولینوم از دو یا چند متحول تشکیل شده باشد می توانیم پولینوم را نظر به هر متحول که خواسته باشیم به شکل صعودی یا نزولی ترتیب نماییم .

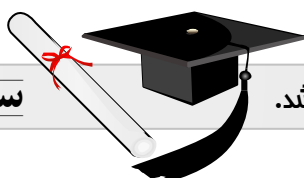
مثال : پولینوم $a^3y + 3a^2y^2 + 21ay^3 - 15y^4$ نظر به متحول a نزولی و نظریه متحول y صعودی است.

پولینوم های معادل:

اگر دو یا چند پولینوم دارای عین متحول باشند و ضرائب حدود مشابه شان با یکدیگر مساوی باشند، پولینوم های معادل نامیده می شوند. پولینوم های معادل همان پولینوم های مساوی اند بناء دارای سه خصوصیت اند : 1- درجه های برابر 2- تعداد حدود برابر 3- ضرائب حدود مشابه برابر

در صورتیکه که $p(x)$ و $q(x)$ دو پولینوم معادل باشند گفته می توانیم :

$$\left. \begin{aligned} p(x) &= a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \\ q(x) &= b_1x^1 + b_2x^2 + \dots + b_nx^n \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(x) = Q(x), a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$$



مثال: اگر پولینوم $x^3 + 3x^2 + x + 3$ و پولینوم $x^3 + ax^2 + bx + c$ ، پولینوم‌های معادل باشند، قیمت a, b, c را بیابید.

$$x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 + 3x^2 + x + 3 \longrightarrow a = 3 \quad b = 1 \quad c = 3$$

مثال: اگر پولینوم $x^2 + 3x + 2$ با پولینوم $m(x-1)^2 + n(x-1) + p$ معادل باشد، قیمت‌های m, n, p را دریافت کنید.

$$m(x-1)^2 + n(x-1) + p = m(x^2 - 2x + 1) + nx - n + p$$

$$mx^2 - 2mx + m + nx - n + p = mx^2 + (-2m + n)x + (m - n + p)$$

$$mx^2 + (-2m + n)x + (m - n + p) = x^2 + 3x + 2$$

$$m = 1, \quad -2m + n = 3 \Rightarrow -2(1) + n = 3 \Rightarrow -2 + n = 3 \Rightarrow n = 5$$

$$m - n + p = 2 \Rightarrow 1 - 5 + p = 2 \Rightarrow p = 6$$

پولینوم‌های متجانس:

اگر درجه تمام حدود یک پولینوم بایک دیگر مساوی باشد، پولینوم را متجانس گویند. مثال: $2x^2 + y^2 - z^2$

مثال: اگر پولینوم $3a^3y - 5a^p z - 17y^{r-3}z^2$ ، یک پولینوم متجانس باشد، قیمت‌های p, r را دریابید؟

$$3a^3y - 5a^p z^1 - 17y^{r-3}z^2$$

$$3a^3y = 3 + 1 = 4$$

$$p + 1 = 4 \Rightarrow p = 3$$

$$r - 3 + 2 = 4 \Rightarrow r - 1 = 4 \Rightarrow r = 5$$

دریافت قیمت عددی یک پولینوم:

اگر در یک پولینوم به عوض متحول آن کدام عدد حقیقی دلخواه را وضع کنیم، یک عدد حقیقی حاصل میشود که به آن قیمت عددی پولینوم میگویند.

$$p(x) = x^2 + 4x + 2$$

$$p(2) = (2)^2 + 4(2) + 2 = 4 + 8 + 2 \Rightarrow p(2) = 14$$

مثال 1:



مثال 2 :

$$P(x) = 16x^3 - 8x^2 + \frac{3}{4}$$

$$p\left(-\frac{1}{4}\right) = 16\left(-\frac{1}{4}\right)^3 - 8\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$p\left(-\frac{1}{4}\right) = 16\left(-\frac{1}{64}\right) - 8\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{-1-2+3}{4} = \frac{0}{4} = 0 \Rightarrow P\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

دریافت حد ثابت و مجموعه ضرایب عددی در پولینوم:

برای دریافت مجموع ضرایب عددی $P(1)$ را محاسبه میکنیم. و برای دریافت عدد ثابت دریک پولینوم $P(0)$ را محاسبه میکنیم.

$$P(x) = 3x^3 - 7x + 14$$

$$I \quad P(1) = 3 - 7 + 14 = 10$$

$$II \quad \text{مجموع ضرایب} \quad P(x) = P(1) = 3 - 7 + 14 = 10$$

با توجه به رابطه I و II گفته میتوانیم مجموع ضرایب عددی برابر $P(1)$ است و به همین قسم حد ثابت برابر $P(0)$ است.

مثال : در پولینوم ذیل مجموعه ضرایب و حد ثابت را دریافت کنید.

$$P(a) = 2a^3 + 5a^2 - 13a + 6$$

$$P(1) = 2(1)^3 + 5(1)^2 - 13(1) + 6 \Rightarrow P(1) = 2 + 5 - 13 + 6 \Rightarrow P(1) = 0 \quad \text{مجموع ضرایب}$$

$$P(a) = 2a^3 + 5a^2 - 13a + 6$$

$$P(0) = 2(0)^3 + 5(0)^2 - 13(0) + 6 \Rightarrow P(0) = 6 \quad \text{حد ثابت}$$

مجموع ضرایب عددی حدود انکشاف یافته مطابقت $(3x-1)^3$ را دریافت کنید.

$$(3x-1)^3 = (3 \cdot (1) - 1)^3 = 2^3 = 8$$

نکته : اگر یک پولینوم از چندین متحول تشکیل شده باشد. برای دریافت مجموع ضرایب به عوض هر متحول عدد 1 را وضع میکنیم و برای دریافت حد ثابت به عوض هر متحول 0 را وضع میکنیم.

$$P(x, y) = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

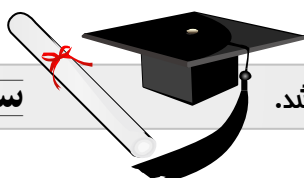
$$P(1,1) = (1)^4 + 4(1)^3(1) + 6(1)^2(1)^2 + 4(1)(1)^3 + (1)^4$$

$$P(1,1) = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

تلاش و زحمت اصل اساسی است؛

اما این زحمت و تلاش زمانی فایده دارد که در مسیر درست و با برنامه ریزی صمیم باشد.

سخن فصل:



عملیه جمع و تفریق در پولینوم ها :

عملیه جمع و تفریق در پولینوم ها بالای حدود مشابه انجام میشود , طوری که ضرایب حدود مشابه را بایک دیگر جمع و یا تفریق میشوند.

مثال : اگر پولینوم های $P(x) = 4x^3 + 6x - 1$, $Q(x) = 6x^3 + 2x + 9$ باشند , پس حاصل $P(x) + Q(x)$ و $P(x) - Q(x)$ دریافت کنید.

$$\begin{array}{r} P(x) = 4x^3 + 0x^2 + 6x - 1 \\ - Q(x) = 6x^3 + 0x^2 + 2x + 9 \\ \hline P(x) - Q(x) = -2x^3 + 0x^2 + 4x - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P(x) = 4x^3 + 0x^2 + 6x - 1 \\ + Q(x) = 6x^3 + 0x^2 + 2x + 9 \\ \hline P(x) + Q(x) = 10x^3 + 0x^2 + 8x + 8 \end{array}$$

$$P(x) - Q(x) = (4x^3 + 0x^2 + 6x - 1) - (6x^3 + 0x^2 + 2x + 9) = -2x^3 + 0x^2 + 4x - 10$$

$$P(x) + Q(x) = (4x^3 + 0x^2 + 6x - 1) + (6x^3 + 0x^2 + 2x + 9) = 10x^3 + 0x^2 + 8x + 8$$

عملیه ضرب در پولینوم ها :

برای ضرب نمودن دو پولینوم لازم است به روش توزیعی یعنی حد اول پولینوم اول را ضرب تمام حدود پولینوم دومی نموده و به همین شکل ادامه میدهیم .

مثال : حاصل ضرب پولینوم های $P(x) = x^3 + 2x$ و $Q(x) = 2x^2 - x + 1$ را بدست آورید.

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (x^3 + 2x) \cdot (2x^2 - x + 1) = 2x^5 - x^4 + x^3 + 4x^3 - 2x^2 + 2x \\ &= 2x^5 - x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 2x \end{aligned}$$

مثال 2 : حاصل ضرب افاده های ذیل را بدست آورید.

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^2 - 3x + 4 \\ Q(x) = x^3 - 2x^2 - 1 \end{array} \right\} P(x) \cdot Q(x) = ?$$

$$P(x) \cdot Q(x) = (x^2 - 3x + 4) \cdot (x^3 - 2x^2 - 1) = x^5 - 2x^4 - x^2 - 3x^4 + 6x^3 + 3x + 4x^3 - 8x^2 - 4$$

$$\Rightarrow P(x) \cdot Q(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 9x^2 + 3x - 4$$



تقسیم پولینوم ها :

در صورتیکه درجه $P(x)$ بزرگتر یا مساوی به درجه $Q(x)$ و $Q(x) \neq 0$ باشد آن را میتوان طور ذیل تقسیم نمود :

$$\begin{array}{l} \text{مقسوم} \longleftarrow P(x) \quad \left| \begin{array}{l} Q(x) \longrightarrow \text{مقسوم علیه} \\ T(x) \longrightarrow \text{خارج قسمت} \end{array} \right. \\ \hline \text{باقی مانده} \longleftarrow K(x) \end{array} \quad \begin{cases} P(x) = Q(x) \cdot T(x) + K(x) \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = T(x) + \frac{K(x)}{Q(x)} \end{cases}$$

نکته : در تقسیم دو پولینوم بر یک دیگر مقسوم و مقسوم علیه را به شکل نزولی منظم مینماییم.

مثال حاصل تقسیم های ذیل را بدست آورید.

$$2x^4 - 3x^2 - 4x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 3 \\ 2x^2 + 3 \end{array} \right.$$

$$3x^2 - 4x + 1$$

$$\pm 3x^2 \mp 9$$

$$-4x + 10$$

$$2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 13x + 12 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 3 \\ 2x^2 + 7x + 4 \end{array} \right.$$

$$7x^3 - 10x^2 + 13x$$

$$7x^3 - 14x^2 + 21x$$

$$4x^2 - 8x + 12$$

$$4x^2 - 8x + 12$$

$$0$$

$$\begin{array}{l} 2x^5 - x^3 + 3x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - x + 4 \\ 2x^3 + 2x^2 - 7x - 15 \end{array} \right. \\ \pm 2x^5 \mp 2x^4 \pm 8x^3 \end{array}$$

$$2x^4 - 9x^3 + 3x + 4$$

$$\pm 2x^4 \mp 2x^3 \pm 8x^2$$

$$-7x^3 - 8x^2 + 3x + 4$$

$$\mp 7x^3 \pm 7x^2 \mp 28x$$

$$-15x^2 + 31x + 4$$

$$\mp 15x^2 \pm 15x \mp 60$$

$$16x + 64$$

$$\begin{array}{l} x^3 - y^3 \quad \left| \begin{array}{l} x - y \\ x^2 + xy + y^2 \end{array} \right. \\ \pm x^3 \mp x^2 y \end{array}$$

$$x^2 y - y^3$$

$$\pm x^2 y \mp xy^2$$

$$xy^2 - y^3$$

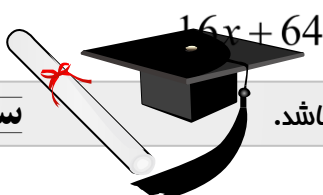
$$\pm xy^2 \mp y^3$$

$$0$$

تلاش و زحمت اصل اساسی است؛

اما این زحمت و تلاش زمانی فایده دارد که در مسیر درست و با برنامه ریزی صحیح باشد.

سخن فصل:



نکته : عملیه تقسیم را تا زمانی ادامه میدهیم که درجه متحول باقی مانده کوچکتر از درجه متحول مقسوم علیه گردد یا باقی مانده صفر شود.

قضیه باقیمانده : با استفاده از قضیه باقی مانده مقدار باقی مانده را بدون اجرا عملیه تقسیم قرار رابطه ذیل حاصل میکنیم .

حالت اول : قضیه باقی مانده بیان کننده این مطلب است که برای دریافت باقی مانده کافی است قیمت X با بزرگترین درجه را از مقسوم علیه دریافت نموده و در مقسوم وضع کنیم و یا در صورتی که مقسوم علیه درجه یک باشد برای دریافت باقیمانده کافی است مقسوم علیه را برابر صفر قرار داده جذر مقسوم علیه را در مقسوم وضع نمائیم باقیمانده حاصل میشود.

$$\begin{array}{r} P(x) \bigg| \begin{array}{l} x+a \\ T(x) \end{array} \\ \hline R \end{array}$$

ثبوت :

$$x + a = 0 \Rightarrow x = -a$$

$$P(x) = T(x) \cdot (x + a) + R$$

$$P(-a) = T(-a) \cdot (-a + a) + R \Rightarrow P(-a) = T(-a) \cdot 0 + R \Rightarrow P(-a) = R$$

مثال 1: اگر پولینوم $5x^2 + x - 9$ بالای $x + \frac{1}{2}$ تقسیم شود باقی مانده را دریافت کنید.

$$5x^2 + x - 9 \div \left(x + \frac{1}{2}\right) \quad x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

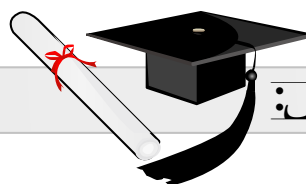
$$R = P\left(-\frac{1}{2}\right) = 5\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 9 \Rightarrow R = \frac{5}{4} - \frac{1}{2} - 9 \Rightarrow R = \frac{-33}{4}$$

مثال 2: اگر پولینوم $x^3 - 2x^2 + ax + 8$ بالای $x - 2$ تقسیم شود باقی مانده برابر به 18 میشود . قیمت a را دریافت کنید.

$$x^3 - 2x^2 + ax + 8 \div x - 2 \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$P(2) = (2)^3 - 2(2)^2 + 2a + 8 \Rightarrow P(2) = 2a + 8$$

$$R = P(2) \Rightarrow 18 = 2a + 8 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$



حالت دوم: جهت دریافت باقی مانده $\frac{P(x)}{T(x)} \mid \frac{x^n \pm a}{R}$ کافی است که $x^n \pm a = 0$ قرار داده
 قیمت x^n را حاصل نموده و در مقسوم $(P(x))$ وضع کنیم باقی مانده حاصل میشود.
 مثال:

$$a) x^4 + 8x^2 + 7x \div (2x^2 - 2) \Rightarrow R = ? \quad 2x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$P(x) = x^4 + 8x^2 + 7x$$

$$P(x) = (x^2)^2 + 8x^2 + 7x \Rightarrow R = 1^2 + 8(1) + 7x \Rightarrow R = 7x + 9$$

$$b) x^{16} - 2x^{11} + 6x^6 + 3 \div (x^5 + 2) \Rightarrow R = ? \quad x^5 + 2 = 0 \Rightarrow x^5 = -2$$

$$P(x) = x^{16} - 2x^{11} + 6x^6 + 3$$

$$P(x) = x \cdot (x^5)^3 - 2x(x^5)^2 + 6x \cdot (x^5) + 3 \quad R = x \cdot (-2)^3 - 2x(-2)^2 + 6x(-2) + 3$$

$$R = -8x - 8x - 12x + 3 \Rightarrow R = -28x + 3$$

حالت سوم: اگر یک پولینوم شکل $[P(x) \cdot (x-a) = Q(x)]$ را داشته باشد کافی است $(x-a)$ را مساوی به صفر قرار داده جذر آن را در اطراف پولینوم وضع کنیم تا قیمت مجهول حاصل شود.

$$1) (x-1) \cdot P(x) = x^4 + ax^3 + 3x - 7 \Rightarrow a = ? \quad x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$(1-1) \cdot P(x) = 1 + a + 3 - 7 \Rightarrow a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$2) (x-2)P(x) = x^4 - ax^2 + 2x + 8 \Rightarrow P(x) \div (x-1) \Rightarrow R = ?$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$(2-2) \cdot P(x) = (2)^4 - a(2)^2 + 2(2) + 8 \quad 0 = 16 - 4a + 4 + 8 \Rightarrow 4a = 28 \Rightarrow a = 7$$

$$P(x) \div (x-1) \Rightarrow R = P(1)$$

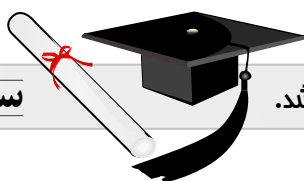
$$(x-2)P(x) = x^4 - 7x^2 + 2x + 8$$

$$(1-2) \cdot P(1) = 1 - 7 + 2 + 8 \Rightarrow P(1) = -4 \Rightarrow R = -4$$

حالت چهارم: اگر باقی مانده $P(x)$ و $Q(x)$ بر $(x-a)$ برابر به A و B شود نتایج ذیل حاصل میشود:

$$1) P(x) \div (x-a) \Rightarrow P(a) = R = A$$

$$2) Q(x) \div (x-a) \Rightarrow Q(a) = R = B$$



مثال: اگر باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $(x-4)$ برابر به 3 شود باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $(x-4)$ برابر به 4 شود در این صورت باقی مانده تقسیم $x^2 + 2x + P(x) + (x+1) \cdot Q(x)$ بر $(x-4)$ را دریافت نمایید.

$$P(4) = 3, Q(4) = 4$$

$$R = 4 \cdot P(4) + 5 \cdot Q(4) + 16 + 8$$

$$R = 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 16 + 8 \Rightarrow R = 56$$

قضیه فکتور:

این قضیه بیان کننده این مطلب است که اگر $P(a) = 0$ باشد پس پولینوم $P(x)$ بر افاده $(x-a)$ پوره قابل تقسیم است. همچنین برعکس قضیه فکتور نیز قابل تطبیق است که اگر $(x-a)$ یک فکتور پولینوم $P(x)$ باشد پس $P(a) = 0$ است و عدد a یک جذر معادله پولینومی $P(a) = 0$ میباشد.

مثال: به اساس قضیه فکتور نشان دهید که $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $P(x) = x^5 - 32$ است.

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$P(x) = x^5 - 32 \Rightarrow P(2) = (2)^5 - 32 \quad P(2) = 32 - 32 = 0 \Rightarrow P(2) = 0$$

نکته: در صورتی که $p(a) = p(b) = \dots = p(z) = 0$ گفته می‌توانیم که $p(x)$ بر $(x-a)(x-b)\dots(x-z)$ پوره قابل تقسیم است.

مثال: در صورتیکه $P(2) = 0$ و $P(-3) = 0$ باشد پولینوم $P(x)$ بالای کدام افاده قابل تقسیم است؟

حل: با توجه به نکته گفته می‌توانیم $P(x)$ بالای $(x-2)(x+3)$ پوره قابل تقسیم است.

نکته: اگر پولینوم $P(x)$ به چند قوس تجزیه شود، به هر یک از قوس‌ها یک عامل ضربی یا یک فکتور از پولینوم $P(x)$ می‌گویند.

$$P(x) = Q(x) \cdot L(x)$$

به هر یک از عوامل ضربی $L(x)$ و $Q(x)$ فکتورهای $P(x)$ گویند.

مثال:

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$(x+2)$ و $(x+3)$ فکتورهای پولینوم $x^2 + 5x + 6$ است.



نکته مهم:

اگر گفته شود $P(a) = 0$ است، سه نتیجه ذیل حاصل می‌شود:

1- اگر پولینوم $P(x)$ به چند قوس (فکتور) تجزیه شود، یکی از این فکتورها $(x-a)$ است.

$$P(x) = (x-a) \cdot \dots$$

2- اگر پولینوم $P(x)$ برابر صفر قرار داده شود، در معادله‌ی حاصل شده یک جذر آن $x = a$ است.

$$P(a) = 0 \Rightarrow P(x) = 0, \quad x_1 = a$$

3- پولینوم $P(x)$ بالای $(x-a)$ پوره قابل تقسیم است.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x-a \\ \hline & Q(x) \end{array}$$

0

به عنوان مثال اگر در پولینوم $P(x)$ ، $P(2) = 0$ و $P(-3) = 0$ باشد، سه نتیجه ذیل حاصل می‌شود:

$$1- \quad P(x) = (x+3)(x-2)$$

$$2- \quad P(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$3- \quad \begin{array}{r|l} P(x) & (x+3)(x-2) \\ \hline & Q(x) \end{array}$$

0

نکته: اگر گفته شود $P(a)$ صفر است، پولینوم $P(x)$ بالای افاده‌ای پوره قابل تقسیم است که جذر آن معادله

برابر به a شود.

مثال: اگر $P(2) = 0$ باشد، گفته می‌توانیم پولینوم $P(x)$ بالای $18x - 36$ پوره قابل تقسیم است، زیرا عدد 2 جذر

معادله $18x - 36 = 0$ است.

نکته: قضیه فکتور بیان کننده این است که اگر $P(a) = 0$ باشد، یک فکتور ضربی از پولینوم $P(x)$ ، $(x-a)$

است.

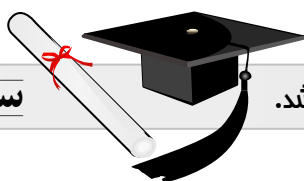
نکته: عکس قضیه فکتور این را مشخص می‌کند که اگر $(x-a)$ یک فکتور از $P(x)$ باشد در این صورت

$P(a) = 0$ است، یعنی $x = a$ یک جذر از معادله $P(x) = 0$ است.

تلاش و زحمت اصل اساسی است؛

اما این زحمت و تلاش زمانی فایده دارد که در مسیر درست و با برنامه ریزی صمیم باشد.

سخن فصل:



تقسیم ترکیبی (Synthetic Division):

تقسیم ترکیبی کوتاه‌ترین روش برای تقسیم پولینوم $P(x)$ بر $(x-a)$ می‌باشد که برای یافتن خارج قسمت، باقی مانده، تجزیه افاده‌های الجبری و یافتن جذور معادله استفاده می‌شود که به طریقه ذیل انجام می‌گردد. ضرایب عددی مقسوم را پس از ترتیب نزولی در سمت چپ نوشته و جذر مقسوم علیه را در قسمت بالا سمت راست مینویسیم اولین ضریب مقسوم بدون تغییر به پایین انتقال نموده پس از ضرب شدن در جذر مقسوم علیه تحت ضریب حد دوم مقسوم علیه قرار می‌گیرد عملیه جمع را بالای این دو عدد انجام داده حاصل را مجدداً در جذر مقسوم علیه ضرب نموده تحت ضریب حد سوم مقسوم مینویسیم این عملیه را تا زمانی انجام می‌دهیم تا به حد آخر برسیم آخرین عدد باقی مانده بوده متباقی ضریب خارج قسمت.

نکته: از تقسیم ترکیبی در تقسیم‌هایی استفاده می‌شود که مقسوم علیه درجه یک باشد. درجه خارج قسمت یک واحد کوچکتر از درجه مقسوم است.

مثال: $4x^4 + 12x^3 - 13x^2 - 33x + 18 \div (x + 4)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 4 & 12 & -13 & -33 & +18 \\
 & & -16 & 16 & -12 & +180 \\
 \hline
 & 4 & -4 & 3 & -45 & \textcircled{198}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} x+4=0 \Rightarrow x=-4 \\ -4 \\ \text{باقی مانده} \end{array}$$

$$P(x) = (4x^3 - 4x^2 + 3x - 45)(x + 4) + 198$$

$4x^3 - 4x^2 + 3x - 45$
خارج قسمت

نکته: در استفاده از تقسیم ترکیبی مقسوم را باید به شکل نزولی کامل نماییم.

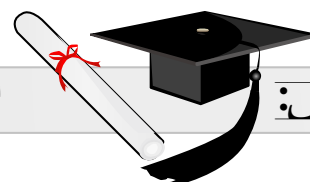
مثال: باقی مانده و خارج قسمت $(4x^4 - 5x^2 + 2x - 3) \div (x - 2)$ را توسط تقسیم ترکیبی دریابید.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 4 & 0 & -5 & 2 & -3 \\
 & & 8 & 16 & 22 & 48 \\
 \hline
 & 4 & 8 & 11 & 24 & \textcircled{45}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} 2 \\ \text{باقی مانده} \end{array}$$

$$P(x) = (4x^3 + 8x^2 + 11x + 24)(x - 2) + 45$$

$4x^3 + 8x^2 + 11x + 24$

اگر می‌خواهید کوه‌ها را جابجا کنید باید اول یاد بگیرید ذرات را جابجا کنید.



نکته : در تقسیم ترکیبی در صورتیکه افاده بر $(ax + b)$ تقسیم شود طوری که $a \neq 1$ باشد در این حالت همانند روش قبلی عمل نموده در آخر اعداد حاصله از تقسیم ترکیبی (به غیر از باقی مانده) را به ضریب X تقسیم نموده خارج قسمت حاصل میشود .

مثال : خارج قسمت و باقی مانده $(2t^3 - 7t^2 - 2t + 14) \div (2t - 3)$ را دریابید.

$$\begin{array}{r}
 2 \quad -7 \quad -2 \quad 14 \\
 \underline{3 \quad -6 \quad -12} \\
 2 \quad -4 \quad -8 \quad 2
 \end{array}$$

باقی مانده 2

خارج قسمت $= t^2 - 2t - 4$

$2t - 3 = 0 \Rightarrow \frac{2t}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{2}$

$\frac{2t^2}{2} - \frac{4t}{2} - \frac{8}{2}$

نکته : اگر یک پولینوم شکل $P(f(x))$ را داشته باشد جهت دریافت $P(x)$ به عوض متحول $f(x)$ مقداری را وضع میکنیم که حاصل آن X شود.

$$P(x-3) = 2x+4 \Rightarrow P(x) = ?$$

مثال :

حل :

$$P(x-3) = 2x+4 \Rightarrow P((x+3)-3) = 2(x+3)+4 \Rightarrow P(x) = 2x+10$$

$$1) P(x^2) = 3x^8 + 4x^2 + \sqrt{3}x^4 \Rightarrow P(x) = ?$$

$$P((\sqrt{x})^2) = 3(\sqrt{x})^8 + 4(\sqrt{x})^2 + \sqrt{3}(\sqrt{x})^4 \Rightarrow P(x) = 3x^4 + 4x + \sqrt{3}x^2$$

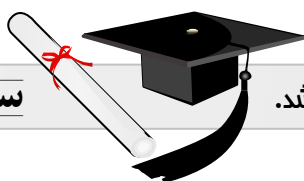
مثال :

$$2) P(x-4) = 2x^2 + 3x + 4 \Rightarrow P(x) = ?$$

$$P(x+4-4) = 2(x+4)^2 + 3(x+4) + 4$$

$$P(x) = 2(x^2 + 8x + 16) + 3x + 12 + 4$$

$$P(x) = 2x^2 + 16x + 32 + 3x + 16 \Rightarrow P(x) = 2x^2 + 19x + 48$$



$$P(2x+1)=4x+5 \Rightarrow P(3)=? \quad \text{مثال}$$

روش اول: برای حل این گونه سوالات کافی است $2x+1$ را برابر به 3 قرار داده قیمت x را حاصل نموده و در پولینوم وضع کنیم

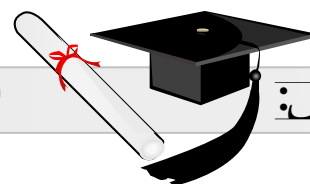
$$(2x+1)=3 \Rightarrow x=1$$

$$P(2x+1)=4x+5 \Rightarrow P(2(1)+1)=4(1)+5 \Rightarrow P(3)=9$$

روش دوم: در این روش ابتدا $p(x)$ را دریافت نموده و پس از آن $P(3)$ را محاسبه میکنیم.

$$P(2x+1)=4x+5$$

$$P\left(2 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right) + 1\right) = 4\left(\frac{x-1}{2}\right) + 5 \Rightarrow P(x) = 2x + 3 \Rightarrow P(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$



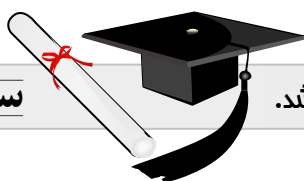
سوالات بخش (پولینومها)



- (1) کدام یک از پولینوم های ذیل یک پولینوم کامل است؟
 $x^2 - 1$ (1) $x + 1$ (2) $x^3 + x + 1$ (3) $2x^3 - 1$ (4)
- (2) کدام یک از پولینوم های ذیل یک پولینوم کامل اند؟
 $2x^2 - 2x - 2$ (1) $x^4 - x$ (2) $7x^2 - 10$ (3) همه (4)
- (3) پولینوم $4x^3 + 6x^2 - 5x + 4$ چند است؟
 (1) درجه 3 (2) درجه 4 (3) درجه 5 (4) هیچکدام
- (4) اگر $2x^2 - x + 22 = p(x - 1)^2 + n(x + 3) + c$ باشد قیمت P را دریابید؟
 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) هیچکدام
- (5) اگر $2x^2 - x + 22 = p(x - 1)^2 + n(x + 3) + c$ باشد قیمت n را دریابید؟
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) هیچکدام
- (6) قیمت های a, b, c را دریابید، اگر $p(x) = 7x^4 - (2a - 3)x^3 + 5x - (c - 3)$ و $Q(x) = (3b + 4)x^4 + 2x^3 + 5x$ پولینوم های معادل باشند؟

$a = 3$	$a = \frac{1}{2}$	$a = 0$
$b = 4$	$b = 1$	$b = 1$
$c = 5$	$c = 3$	$c = 3$

 (1) 4 (2) 3 (3) 4 (4) هیچکدام
- (7) اگر $p(x) = -x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ باشد $p(0)$ را دریابید؟
 (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 5
- (8) اگر پولینوم $p(x) = kx^3 - x^2 + 3x - 1$ قیمت $p(2) = 17$ باشد قیمت K را دریابید؟
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4



(9) اگر مجموع ضرایب $mx^2 - 2x + 1$ ، 18 باشد، قیمت m عبارت است از:

$$17(1 \quad 18(2 \quad 19(3 \quad 20(4$$

(10) در صورتیکه $p(x) = 7x^2 - 4x + 1$ و $Q(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ باشد، عبارت $p(x) + Q(x)$ عبارت است از:

$$x^4 - 8x^3 + 23x - 34(1 \quad x^4 + 0x^3 + 4x^2 - 4x + 2(2$$

$$x^5 + 7x^3 - 23x^4(3 \quad 73x^5 + 26x^4 + 10(4$$

(11) حاصل ضرب $(0.01p)(0.01p)$ عبارت است از:

$$0.00001p^3(1 \quad 0.001p^2(2 \quad 0.1p^2(3 \quad 0.0001p^2(4$$

(12) حاصل ضرب $(2m^2n^3)(-4mn^4)$ عبارت است از:

$$2m^2n^3 + 8m^3n^7(1 \quad 2m^2n^3 - 8m^3n^7(2$$

$$8m^3n^7 + 2m^2n^3z^5(3 \quad 4) \text{ هیچکدام}$$

(13) حاصل ضرب $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$ عبارت است از:

$$x^3 + y^3 + z^3(1 \quad x^4 - z^4 - y^4(2$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz(3 \quad x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz(4$$

(14) حاصل تقسیم $a^5 + b^5$ به $a + b$ عبارت است از:

$$a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4(1 \quad a^4 - a^3b - a^2b^2 - ab^3(2$$

$$a^3 + b^3 - 4ab^3(3 \quad a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4(4$$

(15) با پولینوم $4x^3 - 10x^2 + 12x + 6$ کدام عدد جمع شود تا به $2x + 1$ پوره تقسیم شود؟

$$-1(1 \quad -2(2 \quad 3(3 \quad 0(4$$

(16) خارج قسمت $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$ عبارت است از:

$$x - 3(1 \quad x + 3(2 \quad x - 1(3 \quad x + 1(4$$

(17) خارج قسمت $\frac{12x^5 + 9x^4 + 15x^2}{3x^3}$ عبارت است از:

$$4x^2 + 3x + 5x(1 \quad 4x^2 + 3x + 5x^{-1}(2$$

$$4x^2 - 3x - 5x(3 \quad 4) \text{ هیچکدام}$$

(18) اگر $6x^2 + 15$ بر $4x + 1$ تقسیم گردد، باقی مانده آن عبارت است از:

$$\frac{123}{4}(1 \quad \frac{123}{6}(2 \quad \frac{123}{8}(3 \quad 4) \text{ هیچکدام اگر}$$



(19) $3p(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + 8$ باشد و باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 - 1$ صفر باشد در آن صورت حاصل ضرب $a \cdot b$ عبارت است از :

(1) -15 (2) 32 (3) 27 (4) هیچکدام

(20) آیا دو حده $y + 5$ یکی از فکتورهای $y^3 + 125$ است ؟

(1) بله (2) نه خیر (3) هر دو (4) هیچکدام

(21) به کدام قیمت K عدد 3 یک جذر معادله $2x^4 - 6x^3 - 7x^2 + kx - 15 = 0$ است ؟

(1) 24 (2) 25 (3) 26 (4) 27

(22) به کدام قیمت K ، $x - 2$ یک فکتور $p(x) = 2x^4 - x^3 + kx^2 + kx - 12$ است ؟

(1) $k = 0$ (2) $k = 1$ (3) $k = -2$ (4) هیچکدام

(23) به کدام قیمت K عدد (-1) یک جذر معادله پولینومی $x^3 - 9x^2 + 14x + k = 0$ است ؟

(1) $k = 21$ (2) $k = 22$ (3) $k = 23$ (4) $k = 24$

(24) اگر $x + 5$ یک فکتور پولینوم $x^3 + kx + 125$ باشد، قیمت K را دریابید ؟

(1) $k = 0$ (2) $k = 1$ (3) $k = 2$ (4) $k = -2$

(25) در صورتی که $5 - b + (a - 4)x + (b - 2)x^5 + ax^8 = x^3 \cdot p(x)$ باشد، $p(x)$ عبارت است از

(1) $3x^5 + 2x^2$ (2) $5x^2 + 4x^2$ (3) $4x^5 + 3x^2$ (4) $8x^5 + 2x^2$

(26) در پولینوم $p(x) = 5x^6 - 4x^3 + 11$ حاصل $p(\sqrt[3]{2})$ عبارت است از :

(1) 20 (2) 21 (3) 22 (4) 23

(27) اگر $p(x + 1) = mx^2 + x + 1$ باشد و $p(0) = 3$ باشد در آن صورت $p(-1)$ عبارت است از :

(1) 11 (2) 10 (3) 1 (4) هیچکدام

(28) اگر $p(x) = (x^2 + 1)(x + 3)$ و $Q(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ و دو پولینوم معادل باشند قیمت a

عبارت است از :

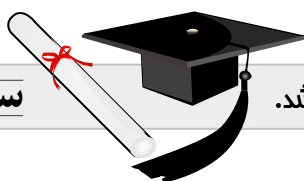
(1) 1 (2) 3 (3) 4 (4) هیچکدام

(29) مجموع ضرایب پولینوم $p(x) = (x^2 - x + 2)^3(x^4 - 2x + 4)^2$ عبارت است از :

(1) 48 (2) 66 (3) 72 (4) 84

(30) حد ثابت پولینوم $p(x^3 + 8) = x^6 - 2x^3 + 1$ عبارت است از :

(1) 70 (2) 79 (3) 78 (4) 81



31) اگر $p(x) = 4x^3 + 6x - 1$ و $Q(x) = 7x^3 + 6x^2 - 6x$ باشد در اینصورت $p(x) + Q(x)$ عبارت است از :

$$1) 33x^3 + 49x^2 + 21 \quad 2) 11x^3 + 6x^2 + 1$$

$$3) 11x^3 + 6x^2 - 1 \quad 4) \text{هیچکدام}$$

32) اگر $p(4x - 1) = x^3 - x^2 + 2x - 5$ باشد و باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 3$ برابر است به :

$$1) 2 \quad 2) 0 \quad 3) -3 \quad 4) -1$$

33- هرگاه پولینوم $p(x)$ دارای خاصیت $p(2) = 0 = p(3)$ باشد ، بر کدام افاده قابل تقسیم است :

$$1) x^2 - 5x + 6 \quad 2) x^2 + 5x + 6 \quad 3) x^2 + 5x - 6 \quad 4) x^2 - 5x - 6$$

34- قیمت پولینوم $3p(x) = 2x^2 - 4x + p(x) + 8$ برای $x = 1$ مساوی است به :

$$1) -4 \quad 2) 4 \quad 3) 3 \quad 4) 2$$

35- برای پولینوم $p(x) = (x - 1)(x - 2) + 9$ کدام خاصیت ذیل صدق میکند؟

$$1) p(-2) = p(1) \quad 2) p(2) \neq p(1) \quad 3) p(2) = p(1) \quad 4) p(2) = p(-1)$$

36- کدام یک از افاده ها ی ذیل ، پولینوم گفته میشود ؟

$$1) x^2 - 5x + 6 \quad 2) x^2 - 5x + 6 \quad 3) x^{\frac{2}{3}} - 5x - 6 \quad 4) x^2 + 5\sqrt{x} - 6$$

37- هرگاه پولینوم $p(x)$ دارای خاصیت $p(2) = 0 = p(-2)$ باشد ، بالای کدام افاده ذیل قابل تقسیم است

$$1) x^2 - 4 \quad 2) x^2 + 4 \quad 3) x^2 + 9 \quad 4) x^2 - 9$$

38- اگر پولینوم $p = x^3 - 2x^2 + 1$ را از پولینوم $q = 1 - 2x^2 + 3x^3$ تفریق نماییم ، یکی از رابطه های ذیل

حاصل میشود:

$$1) q - p = 0 \quad 2) q - p = 2x^3 \quad 3) q - p = 4x^3 \quad 4) q - p = x^3$$

39- اگر افاده $p(x) = ax^4 + bx^2 - 9x + 12$ بالای $x^2 - 2x + 1$ پوره تقسیم شود قیمت $a + b$ عبارت است از:

$$1) 3 \quad 2) 4 \quad 3) -3 \quad 4) -4$$

40- اگر $q(5x) = 125x^2 - 12$ باشد باقی مانده تقسیم $q(x)$ بر $x - 3$ عبارت است از:

$$1) 27 \quad 2) 30 \quad 3) 33 \quad 4) 36$$

41- اگر $p(x + 3) = x^3 - 4x^2 + 1$ باشد پس قیمت $p(5)$ عبارت است از:

$$1) 11 \quad 2) -8 \quad 3) -14 \quad 4) -7$$

42- قیمت $f(-1)$ در تابع $f(2x + 3) = x^3 - 3x - 2$ مساوی است به :

$$1) 4 \quad 2) -4 \quad 3) -2 \quad 4) 8$$



43- قیمت $\frac{c}{a}$ در افاده جبری $x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)(x-3)(x-1)$ مساوی است به :

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad -3$$

44- اگر پولینوم $p(x) = 4x^2 - 7x$ بالای $x - 2$ بینوم تقسیم شود باقی مانده مساوی است به :

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad -4$$

45- هر گاه پولینوم $P(x)$ دارای خاصیت $P(-1) = 0 = P(1)$ باشد ، بر کدام افاده قابل تقسیم است ؟

$$(1) \quad x^2 - 5 \quad (2) \quad x^2 - 5x - 6 \quad (3) \quad x^2 + 5x + 6 \quad (4) \quad x^2 - 1$$

46- اگر در یک پولینوم تمام توان های یک مجهول از توان بزرگتر تا به صفر موجود باشد آنرا یک پولینوم :

$$(1) \quad \text{کامل گویند} \quad (2) \quad \text{منظم گویند} \quad (3) \quad \text{ناقص گویند} \quad (4) \quad \text{غیر منظم گویند}$$

47- اگر $P(x) = x + 7$ ، $Q(x) = x^2 - 7x - 5$ دو پولینوم باشند $P(x) + Q(x)$ مساوی است به :

$$(1) \quad x^2 - 6x + 5 \quad (2) \quad x^2 - 7x - 5 \quad (3) \quad x^2 + 7x + 5 \quad (4) \quad x^2 - 6x + 2$$

48- اگر $P(x) = x^4 - 1$ ، $Q(x) = 3x^3 - 7x^2$ دو پولینوم باشند ، $P(x) - Q(x)$ مساوی است به :

$$(1) \quad x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 1 \quad (2) \quad -x^4 + 3x^3 + 7x^2 - 1$$

$$(3) \quad x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 1 \quad (4) \quad x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 1$$

49- اگر $Q(\sqrt{x}) = x + 1$ ، $P(x^2) = x^4 - 1$ باشد آنگاه قیمت $Q(x) \cdot P(x)$ عبارت است از :

$$(1) \quad x^4 + 1 \quad (2) \quad x^4 - 1 \quad (3) \quad x^2 - 1 \quad (4) \quad x^2 + 1$$

50- اگر $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ ، $Q(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ باشند آنگاه قیمت $\frac{P(x) - Q(x)}{(x^2 + 1)(x + 1)}$ عبارت است

از :

$$(1) \quad x - 1 \quad (2) \quad x + 1 \quad (3) \quad x + 3 \quad (4) \quad x - 2$$

51- اگر $(x^2 + x + 1)P(x + 5) = x^3 - 1$ باشد آنگاه قیمت $P(x)$ مساوی میشود به :

$$(1) \quad x + 6 \quad (2) \quad x - 6 \quad (3) \quad x - 5 \quad (4) \quad x + 5$$

52- هر گاه $P(2) = 0$ ، $P(1) = 0$ ، $P(x) = ax^2 + bx + c$ باشد پس $\frac{b}{a}$ مساوی است به :

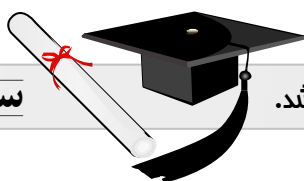
$$(1) \quad 0 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad -3$$

53- باقی مانده تقسیم $5x^2 + 14x - 1$ بر $x + a$ مساوی 2 میگردد قیمت a مساوی است به :

$$(1) \quad 0 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (4) \quad 3$$

54- هر گاه $P(x) = x^3 + 6x^2 - 2x$ باشد پس $P(-1)$ مساوی است به :

$$(1) \quad 12 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad -11 \quad (4) \quad -12$$



55- باقی مانده عملیه $(3x^2 - 2x - a^2) \div (x - a)$ عبارت است از :

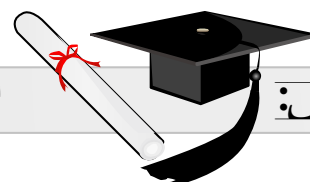
$$2a^2 - 2a \quad (1) \quad 2a^2 \quad (2) \quad -2a^2 \quad (3) \quad -a^2 \quad (4)$$

56- اگر $3x^3 - 6x^2 + 5x - 8$ بر $x - 3$ تقسیم شود ، باقی مانده تقسیم عبارت است از :

$$32 \quad (1) \quad 34 \quad (2) \quad 36 \quad (3) \quad 38 \quad (4)$$

57- درجه پولینوم $x^{10} - 6x^3 + 8x^{11} - x^4 - 1$ عبارت است از :

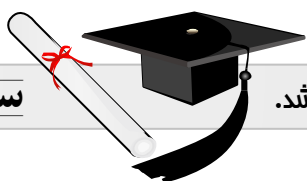
$$4 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 10 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$



تلاش و زحمت اصل اساسی است؛

اما این زحمت و تلاش زمانی فایده دارد که در مسیر درست و با برنامه ریزی صحیح باشد.

سخن فصل:



تجزیه به کسور قسمی (Partial Fraction)

در صورتیکه $P(x)$ و $Q(x)$ هر دو پولینوم بوده و درجه $P(x)$ کوچکتر از درجه $Q(x)$ باشد در این صورت $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را کسر ناطق واقعی میگویند.

هر یک از کسور $\frac{2}{x}$ ، $\frac{3x-1}{x^2+4}$ و $\frac{1}{(x-2)^2}$ کسور ساده ناطق واقعی هستند.

منظور از تجزیه: به کسر قسمی این است که یک کسر ناطق واقعی $\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right)$ به صورت حاصل جمع دو یا چند کسر ساده نوشته شود در صورتیکه $Q(x)$ قابلیت تجزیه را داشته باشد.

حالات مختلف در تجزیه به کسور قسمی:

حالت اول: در صورتیکه مخرج کسر به صورت عوامل ضربی درجه یک باشد هر یک از عوامل را مخرج یک کسر قرار داده در صورت کسر $A, B, C, \dots$ را قرار داده از طریق برابری پولینوم ها قیمت $A, B, C, \dots$ را حاصل مینمائیم.

$$\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)\dots} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \dots$$

مثال: کسر $\frac{3x-2}{x^2-4}$ را به کسر قسمی آن تبدیل کنید؟

$$\frac{3x-2}{x^2-4} = \frac{3x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{m}{x-2} + \frac{n}{x+2}$$

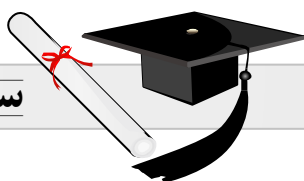
حل:

$$\frac{3x-2}{x^2-4} = \frac{mx+2m+nx-2n}{x^2-4} \Rightarrow 3x-2 = (m+n)x + 2m-2n$$

بنابراین داریم که: $m+n=3$ و $2m-2n=-2$

در صورتیکه سیستم $\begin{cases} m+n=3 \\ 2m-2n=-2 \end{cases}$ را به صورت همزمان حل کنیم داریم که:

$$m=1, n=2$$



بنابر این کسور قسمی کسر مذکور به صورت ذیل حاصل میگردد :

$$\frac{3x-2}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x+2}$$

مثال : کسر $\frac{x-7}{x^2+4x+3}$ را به کسور قسمی آن تجزیه نمائید؟

$$\frac{x-7}{x^2+4x+3} = \frac{x-7}{(x+3)(x+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x+1} \quad \text{حل :}$$

$$x-7 = A(x+1) + B(x+3) \Rightarrow x-7 = (A+B)x + A+3B$$

$$A+B=1, \quad A+3B=-7$$

با حل این معادلات داریم که : $B=-4$ و $A=5$

بنابر این کسر مذکور به کسور قسمی اش به صورت ذیل تجزیه گردید:

$$\frac{x-7}{x^2+4x+3} = \frac{5}{x+3} - \frac{4}{x+1}$$

حالت دوم : در صورتی که درجه صورت بزرگ تر از درجه مخرج باشد صورت را تقسیم مخرج نموده $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را

به قسم ذیل نوشته پس از آن تجزیه را انجام میدهیم.

مثال : کسر $\frac{2x^3}{x^2-1}$ را به کسور قسمی آن تجزیه کنید؟

$$\begin{array}{r} 2x^3 \quad | \quad x^2-1 \\ \underline{\pm 2x^3 \mp 2x} \quad | \quad 2x \end{array}$$

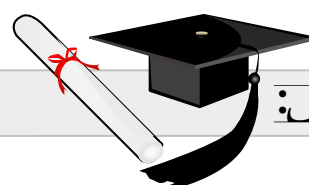
$$\frac{2x^3}{x^2-1} = 2x + \frac{2x}{x^2-1}$$

پس از انجام تقسیم داریم که :

حالا ما میتوانیم تنها $\frac{2x}{x^2-1}$ را به کسور قسمی آن تجزیه نمائیم.

$$\frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

$$2x = a(x+1) + b(x-1)$$



حال با جایگزین کردن -1 و 1 به صورت متناوب به جای x داریم که :

$$2 \cdot (1) = a(1+1) + b(0) \quad \text{و} \quad 2 \cdot (-1) = a(0) + b(-2)$$

$$-2 = -2b \Rightarrow b = 1 \quad \text{و} \quad 2 = 2a \Rightarrow a = 1$$

بنابر این کسور قسمی به صورت ذیل بدست می آید :

$$\frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \qquad \frac{2x^3}{x^2-1} = 2x + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

حالت سوم : در صورتیکه در مخرج کسر عامل درجه یک با توان کلی بوده $(ax+b)^n$ برای تجزیه آن به کسور قسمی از فرمول ذیل استفاده مینمائیم :

$$\frac{P(x)}{(ax+b)^n} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{(ax+b)^2} + \frac{C}{(ax+b)^3} + \dots + \frac{Z}{(ax+b)^n}$$

$A, B, C, \dots, Z$ اعداد حقیقی بوده (به غیر از صفر).

مثال : کسر $\frac{3x+2}{x^2-x^3}$ را به کسور قسمی آن تجزیه نمائید؟

$$\frac{3x+2}{x^2-x^3} = \frac{3x+2}{x^2(1-x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{1-x}$$

$x(1-x) \quad (1-x) \quad (x^2)$

$$3x+2 = Ax(1-x) + B(1-x) + Cx^2$$

حال حل را به صورت ذیل ادامه میدهم :

$$x=0: 0+2=0+B \Rightarrow B=2$$

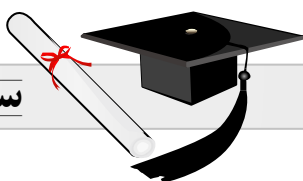
$$x=1: 3+2=0+0+C \Rightarrow C=5$$

$$x=-1: -3+2 = A \cdot (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot (-1)^2$$

$$-1 = -2A + 9 \Rightarrow A = 5$$

پس داریم که :

$$\frac{3x+2}{x^2-x^3} = \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{5}{1-x}$$



مثال : $\frac{x+4}{x^3-4x^2+4x}$ را به کسور قسمی آن تجزیه کنید؟

$$\frac{x+4}{x^3-4x^2+4x} = \frac{x+4}{x(x^2-4x+4)} = \frac{x+4}{x(x-2)^2}$$

$$\frac{x+4}{x^3-4x^2+4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2} \quad \text{حل :}$$

$$x+4 = A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx$$

ادامه حل را به صورت ذیل پیش میبریم :

$$x=0: 0+4=4A \Rightarrow A=1$$

$$x=2: 2+4=2C \Rightarrow C=3$$

$$x=3: 3+4=A+3B+3C$$

$$7=1+3B+3\cdot 3 \Rightarrow 3B=-3 \Rightarrow B=-1$$

بنابر این کسور قسمی کسر مذکور به صورت ذیل به دست می آید :

$$\frac{x+4}{x^3-4x^2+4x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} + \frac{3}{(x-2)^2}$$

حالت چهارم : در صورتیکه در مخرج کسر افاده درجه دو (ax^2+bx+c) موجود باشد و قابلیت تجزیه را

نداشته باشد. آنرا به صورت $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ در نظر میگیریم طوری که A, B شامل اعداد حقیقی اند.

مثال : کسور قسمی کسر $\frac{2x+3}{x(x^2+1)}$ را بنویسید ؟

$$\frac{2x+3}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

حل :

$$2x+3 = A(x^2+1) + x(Bx+C)$$

حل را به صورت ذیل ادامه میدهیم :

$$x=0: 3=A$$

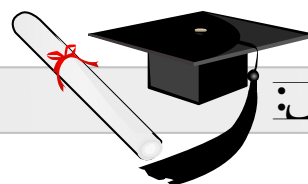
$$x=1: 2+3=3(1+1)+1(B+C); B+C=-1 \quad (1)$$

$$x=-1: -2+3=3(1+1)+(-1)(-B+C); B-C=-5 \quad (2)$$

با حل معادلات 1 و 2 می یابیم که $B=-3$ و $C=2$ است.

$$\frac{2x+3}{x(x^2+1)} = \frac{3}{x} + \frac{-3x+2}{x^2+1}$$

بنابر این کسور قسمی کسر مذکور به صورت ذیل بدست می آید.



خود را بیازمایید!



کسرهای ذیل را به کسور قسمی آنها تجزیه نمایید.

$$1) \frac{x^6}{x^4 + 3x^2 + 2}$$

$$12) \frac{x-1}{x(x^2 - x - 1)}$$

$$23) \frac{8x^2 + 8x + 2}{(4x^2 + 1)^2}$$

$$2) \frac{x+2}{x^3 - 3x^2 - x + 2}$$

$$13) \frac{1}{x^3 - 1}$$

$$24) \frac{9x^2 - 3x + 1}{x^3 - x^2}$$

$$3) \frac{x+1}{x^2 - x - 6}$$

$$14) \frac{1}{3x^2 + 5x - 2}$$

$$25) \frac{x^4 + x^3 - x^2 - 19x + 16}{x^2 + x - 6}$$

$$4) \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$15) \frac{1}{4x^2 - 9}$$

$$5) \frac{2x^2 + 3}{(x^2 + 1)^2}$$

$$16) \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$$

$$26) \frac{9x^2 - 16x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$

$$6) \frac{x^3 - x^2 - x - 3}{x^4 - 1}$$

$$17) \frac{1}{4x^2 + 4x - 3}$$

$$27) \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$7) \frac{2x}{(x+1)^2}$$

$$18) \frac{1}{(x^2 - 1)^2}$$

$$28) \frac{2x^3 - 2x^2 + 1}{x^2 - x}$$

$$8) \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6}$$

$$19) \frac{x^3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$29) \frac{15x^2 - 4x - 81}{(x-3)(x+4)(x-1)}$$

$$9) \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)}$$

$$20) \frac{1}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$30) \frac{1-x}{x^2 + 4x + 3}$$

$$10) \frac{x^4}{x^4 - 1}$$

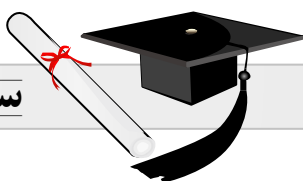
$$21) \frac{2x+2}{(x^2+1)(x-1)^3}$$

$$31) \frac{1}{(x+4)(x+6)}$$

$$11) \frac{1}{x^3 + 1}$$

$$22) \frac{2x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{(x^2 + 2x + 2)^2}$$

$$32) \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2}$$



33) $\frac{x^4 + x^2 - 1}{x^3 + x}$

34) $\frac{1}{x^2 + x}$

35) $\frac{1}{x^2 - 4}$

36) $\frac{1}{x^2 - x}$

37) $\frac{x}{(x-2)^2}$

38) $\frac{1}{(x-1)(x^2+1)}$

39) $\frac{2x^3 + 3x^2 - 2}{x^2 + x - 2}$

40) $\frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 3x + 2}$

41) $\frac{4x^2 - x - 39}{x^3 - 4x^2 - 7x + 10}$

42) $\frac{3x^3 - 6x^2 - 20x - 1}{x^2 - 2x - 8}$

43) $\frac{3x^2 - 6x + 2}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$

44) $\frac{5x^2 + 8x + 9}{x^3 + 3x^2 + 6x + 4}$

45) $\frac{-x^2 + 2x - 12}{x^3 + 2x^2 + 6x + 5}$

46) $\frac{4x^2 - 3x + 8}{x^3 - 2x + 4}$

47) $\frac{1}{x^4(x+1)}$

48) $\frac{3x^2 - 6x + 2}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$

49) $\frac{x^4 + 1}{x^2(x-1)}$

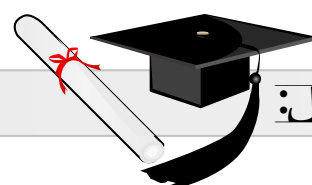
50) $\frac{3x^2 + 5x + 10}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}$

51) $\frac{3x^2 - 18x + 36}{x^3 - 6x^2 + 9x}$

52) $\frac{x^2 + 3x + 4}{x^4 - 2x^2 + 1}$

53) $\frac{x^2 + 13x + 10}{x^3 - 5x^2}$

54) $\frac{x^5}{x^4 - 1}$



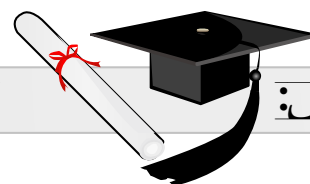
خود را بیازمایید!

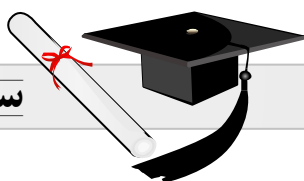
جوابات

شماره	جواب	شماره	جواب
1	$\frac{-1}{x^2+1} + \frac{8}{x^2+2}$	28	$-\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$
2	$\frac{1}{8} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{5}{x-3} - \frac{6}{x-1} \right)$	29	$\frac{3}{x-3} + \frac{5}{x+4} + \frac{7}{x-1}$
3	$\frac{1}{5} \left[\frac{4}{x-3} + \frac{1}{x+2} \right]$	30	$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+3}$
4	$\frac{1}{x} - \frac{3}{(x+1)^2}$	31	$\frac{1/2}{x+4} - \frac{1/2}{x+6}$
5	$\frac{2}{x^2+1} + \frac{1}{(x^2+1)^2}$	32	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x+1}$
6	$-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{x+1}{x^2+1}$	33	$\frac{-1}{x} + \frac{x}{x^2+1}$
7	$\frac{2}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2}$	34	$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$
8	$-\frac{3}{x-2} + \frac{3}{x-3}$	35	$\frac{1/4}{x-2} - \frac{1/4}{x+2}$
9	$\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$	36	$\frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1}$
10	$\frac{1}{4} \left(\frac{2}{x^2+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$	37	$\frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2}$
11	$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{-x+2}{x^2-x+1} \right)$	38	$\frac{1/2}{x-1} - \frac{1/2 x + 1/2}{x^2+1}$
12	$\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x^2-x-1}$	39	$2x+1 + \frac{3x}{x^2+x-2} = 2x+1 + \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-1}$
13	$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x+1} \right)$	40	$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+2}$
14	$\frac{1}{7} \left(-\frac{1}{x+2} - \frac{3}{3x-1} \right)$	41	$\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x-5} - \frac{1}{x+2}$
15	$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{2x-3} - \frac{1}{2x+3} \right)$	42	$3x + \frac{4x-1}{(x-4)(x+2)} = 3x + \frac{5/2}{(x-4)} + \frac{3/2}{(x+2)}$
16	$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x+1} \right)$	43	$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-2}$



$\frac{2}{x+1} + \frac{3x+1}{x^2+2x+4}$	44	$-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x+3} - \frac{1}{2x-1}\right)$	17
$\frac{-3}{x+1} + \frac{2x+3}{x^2+x+5}$	45	$\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}\right)$	18
$\frac{3}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-2x+2}$	46	$\frac{3}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$	19
$-\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x+1}$	47	$\frac{-1/2}{x} + \frac{1/6}{x+2} + \frac{1/2}{x-1}$	20
$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(x-1)^2}$	48	$\frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)^3}$	21
$-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$	49	$\frac{2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{2x+2}{(x^2+2x+2)^2}$	22
$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{3}{(x+2)^2}$	50	$\frac{2}{4x^2+1} + \frac{8x}{(4x^2+1)^2}$	23
$\frac{4}{x} - \frac{1}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}$	51	$\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{7}{x-1}$	24
$\frac{-3/4}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3/4}{x+1} + \frac{1/2}{(x+1)^2}$	52	$-\frac{1}{5}\left(\frac{118}{x+3} + \frac{2}{x-2}\right)$	25
$\frac{-3}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x-5}$	53	$\frac{2}{x} + \frac{3}{x-1} + \frac{4}{x-2}$	26
$\frac{1/4}{x-1} - \frac{1/4}{x+1} + \frac{-1/3x+1/2}{x^2+1}$	54	$\frac{9/5x+7/5}{x^2+2x+2} - \frac{4/5}{x-1}$	27





منطق ریاضی

درک شهودی: فهم، غریزه و یا احساس که به وسیله آن صحت و یا حقیقت یک موضوع و یا یک مفهوم را بدون استدلال قبول می کنیم عبارت از درک شهودی بوده در موقع مختلف زمان، می تواند از هم متفاوت باشد. شهود می تواند یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال باشد.

وقتی که از درک شهودی استفاده می کنیم، هیچ گاه نمی توانیم با اطمینان صد فی صد بگوییم که نتیجه گیری ما درست است. با این حال در بسیاری مواقع درک شهودی به ما کمک می کند که مطالب ریاضی را بهتر بفهمیم و حدس های بهتری برای ثبوت تست های مختلف ریاضی بزنیم. بطور مثال با استدلال درک شهودی می توانیم بگوییم که کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه عبارت است از یک خط مستقیم و در یک مثلث قایم الزویه وتر از هر یک از اضلاع دیگر بزرگتر است.

استدلال ریاضی: شیوه یا روشی که به وسیله آن وضاحت یا صحت یک بیان ریاضی حاصل می شود بنام استدلال ریاضی یاد می گردد.

مثال 1): با استدلال درک شهودی به سهولت می توان حکم کرد که دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی کنند، بپذیریم.

چون در پذیرش این مسأله استدلالی بکار نرفته و در واقع یک احساس است که بر اساس آن این حکم صورت می پذیرد این گونه نتیجه گیری را بنام درک شهودی یاد می نماییم.

مثال 2): یک نقطه در خارج دایره یی به قطر 4 واحد قرار دارد برای مطالعه فاصله آن از مرکز دایره که بیشتر از 2 واحد است نمی توان گفت که استدلال مذکور یک درک شهودی است. زیرا برای وضاحت مسأله لازم است تا استدلال ریاضی نمائیم چون فاصله مرکز دایره از محیط آن 2 واحد بوده و نقطه در خارج محیط قرار دارد؛ بنا بر این فاصله نقطه از مرکز دایره بزرگتر از 2 واحد می باشد یعنی با در نظر داشت یک دانش و یا احساس غریزه ولی بدون استدلال نمی توانیم مسأله را درک و صحت آن را قبول نماییم.

استدلال تمثیلی یا قیاسی:

در اکثر کارهای روزانه از نتیجه گیری های سطحی تا موفقیت های عمده علمی یا کارهای هنری از تمثیل یا قیاس استفاده می کنیم. قیاس در واقع همان یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون می باشد و در تمام سطوح مختلف



قابل استفاده است. انواع تمثیل با توجه به محدودیت‌هایی که دارند می‌توانند در ایجاد یک زمینه شهودی برای درک بسیاری از مفاهیم و ثبوت‌های ریاضی مؤثر واقع شوند.

یافتن شباهت بین دو پدیده و نتیجه‌گیری یکسان در باره آنها را استدلال تمثیلی یا قیاسی می‌نامند. یک استاد منطق می‌خواست استدلال قیاسی شاگرد را امتحان نماید؛ در حالی که در مشت‌های گره خورده خود تخم مرغی را پنهان نموده بود از شاگرد پرسید بگو در دستان من چیست؟ تقریباً گرد و رنگش سفید می‌باشد و در بین سفیدی چیزی زرد است.

شاگرد در جواب استاد گفت: فکر می‌کنم در بین شلغم پوست شده زردک قرار دارد. یا یک معلم یک شاگرد بازی گوش را از صنف خارج نموده شاگرد در بیرون همصنفی خود را می‌بیند چه فکر می‌کنید که در مورد شاگرد دومی:

1- شاگرد دومی هنگام درس هوا خوری می‌کند.

2- او نیز بازی گوش می‌کرده است.

3- مریض است، نمی‌خواهد در صنف بماند.

اما همیشه استدلال قیاسی یک حقیقت ناب نیست بلکه پلی برای رسیدن به حقیقت می‌باشد، یعنی ما را به حقیقت نزدیک می‌سازد.

استدلال تمثیلی به حیث یک ثبوت حساب نمی‌شود، اما زمینه ساز آن است.

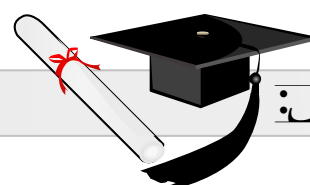
مثال 1): مثل عامیانه (مار گزیده از ریسمان ابلق می‌ترسد)

یک استدلال قیاسی است؛ زیرا ریسمان ابلق با مار مقایسه شده است و بین آنها شباهتی دیده شده است.

مثال 2): حاصل ضرب منفی ضرب منفی یک عدد مثبت و حاصل ضرب منفی ضرب مثبت یک عدد منفی است.

هرگاه لایق بودن یک شاگرد را مثبت (+) و نالایق بودن او را منفی (-) در نظر بگیریم و حاصل آن دو عمل را یعنی برای است (+) و برای نیست (-) را در نظر گرفته آنها را ترکیب می‌نماییم.

مثبت	=	است	لایق		منفی	=	نیست	لایق
(+)	=	(+)	(+)		(-)	=	(-)	(+)
مثبت	=	نیست	نالایق		منفی	=	است	نالایق
(+)	=	(-)	(-)		(-)	=	(+)	(-)



استدلال استقرایی: روشی که از آن نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدود از مشاهدات، یعنی از جزء به کل به دست می آید، بنام استدلال استقرایی یاد می گردد.

مثال:

$$\left. \begin{aligned} 1+3 &= \boxed{4} = (2)^2 \\ 1+3+5 &= \boxed{9} = (3)^2 \\ 1+3+5+7 &= \boxed{16} = (4)^2 \\ 1+3+5+7+9 &= \boxed{25} = (5)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1+3+5+\dots+(2n+1) = n^2$$

می نمایم نتیجه گیری از مشاهدات محدود

یعنی حاصل جمع اعداد طاق متوالی مساوی به مربع تعداد اعداد طبیعی متوالی می باشد.

مثال 1: « مشت نمونه خروار است » به استدلال استقرایی اشاره می کند چون نتیجه گیری مشخص در مورد کل مجموعه گرفته می شود. در واقع بر پایه تعداد محدودی از مشاهدات از مسأله نتیجه گیری شده است.

مثال 2: یک شاگرد بطور اتفاقی در چندین مرحله، سه عدد متوالی را باهم ضرب نموده ملاحظه می کند نتیجه حاصل مضرب 6 است (حاصل ضرب هر سه عدد متوالی، مضرب 6 است) انجام این عملیه یک استدلال استقرایی می باشد.

استدلال استقرایی ریاضی: هرگاه $p(n)$ حکمی درباره اعداد طبیعی n داده شده باشد با مطالعه حکم در برابر $n=1$ یعنی $p(1)$ درست باشد و در قدم دوم از درستی $p(n+1)$ درستی بیان $p(n)$ نتیجه گردد در این صورت بیان $p(n)$ برای هر عدد طبیعی n درست بوده و بنام استدلال استقرایی ریاضی یاد می گردد.

و یا هرگاه $p(n)$ حکمی در باره اعداد طبیعی n داده شده باشد با مطالعه حکم در برابر $n=1$ یعنی اگر $p(1)$ درست باشد و در قدم دوم ما از درستی $p(k)$ ، درستی $p(k+1)$ را به حیث نتیجه درست به دست آوریم، در این صورت ادعای $p(n)$ برای عدد عدد طبیعی n نیز درست می باشد.

مثال: با استفاده از استقرایی ریاضی ثبوت کنید که رابطه زیر برای هر عدد طبیعی n درست است.

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$



حل: برای صحت رابطه فوق در برابر $n=1$ داریم:

$$p(n) = n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$p(1) = 1 \times 2 = \frac{1 \times 2 \times 3}{3} \Rightarrow p(1) = 2 = 2$$

رابطه فوق در برابر $n=1$ صحیح بوده حال برای $n=k$ فرض می نمائیم.

فرضیه استقرأ: با فرض $n=k$ صحت رابطه را نشان می دهیم.

$$n = k$$

$$p(k) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

حکم استقرأ: با در نظر داشت $n=k+1$ می خواهیم نتیجه درست بدست آوریم.

$$n = k+1$$

$$p(k+1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (k+1)(k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$$\begin{aligned} p(k+1) &= [1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + k(k+1)] + (k+1)(k+2) \\ &= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2) \\ &= \frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{3} \end{aligned}$$

$$p(k+1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + (k+1)(k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

بنا بر این رابطه برای $n=k+1$ نیز درست بوده بدین ترتیب رابطه $p(n)$ در برابر هر n از اعداد طبیعی می باشد.

استدلال استنتاجی: با استفاده از حقایقی که درست آن را در قدم نخست پذیرفتیم نتیجه عمومی تری را دست

آورده که بنام استدلال استنتاجی یا روش نتیجه گیری یاد می گردد به عبارت دیگر استدلال استنتاجی روش نتیجه گیری با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را ثبوت و یا پذیرفته باشیم. وقتی از استدلال استنتاجی استفاده می نمائیم مطمئن هستیم که نتیجه همیشه درست است.

مثال: جدول زیر را در نظر بگیرید بازی با اعدادی که درستی و حقیقت هر مرحله را می پذیریم به مرحله دیگر قدم گذاشته و نتیجه را بدست می آوریم.



12	7	4	یک عدد را به صورت اختیاری انتخاب کنید.
17	12	9	به عدد مذکور عدد 5 را اضافه کنید
34	24	18	نتیجه را دوچند نمائید
30	20	14	از نتیجه حاصل عدد 4 را کم نمایید
15	10	7	عدد را به 2 تقسیم نمایید
3	3	3	عدد که در اول انتخاب کرده بودید از عدد کم کنید

از مراحل فوق این نتیجه را می گیریم بر مبنای عباراتی که درستی آن ها را قبول کردیم. این مسأله ما را مطمئن می سازد که با انتخاب هر عدد اختیاری نتیجه همیشه یکسان و مساوی به 3 می باشد. استدلال مثال نقص: هرگاه با مثالی نشان دهیم که نتیجه گیری کلی نادرست و یا غلط است، نادرستی ادعا را نشان بدهد بنام مثال نقص یاد می گردد. و یا هرگاه یک رابطه درست باشد و ما مثالی را نشان دهیم که رابطه را نادرست به اثبات برساند بنام مثال نقص یاد می گردد.

مثال: هرگاه اعداد x و y اعداد غیرناطقی باشد مجموع آنها همیشه یک عدد غیرناطقی نیست می تواند مجموع آنها یک عدد $(x+y)$ ناطقی باشد.

$$\left. \begin{array}{l} x=1+\sqrt{2} \\ y=1-\sqrt{2} \end{array} \right\} \quad x+y=1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2} \Rightarrow x+y=2$$

دیده می شود که حاصل جمع آنها مساوی به عدد 2 عدد ناطقی بوده در حالی x و y اعداد غیرناطقی می باشند. ادعا کرده نمی توانیم که مجموع دو عدد غیرناطقی همیشه یک عدد غیرناطقی است. مثال: هر عدد به توان جفت، حاصل مثبت می باشد.

$$\begin{array}{lll} (2)^4 = 16 & (3)^2 = 9 & (1)^{10} = 1 \\ (-2)^4 = 16 & (-3)^2 = 9 & (-1)^{10} = 1 \end{array}$$

هرگاه ما مثالی را بتوانیم بیاوریم که رابطه را غلط به اثبات برساند بنام مثال نقص یاد می گردد. برهان خلق یا ثبوت غیر مستقیم:

هرگاه با فرضیه یا قبولی عکس ادعای یک قضیه یا مسأله، به نتیجه خلاف فرضیه برسیم، در این صورت فرض ما درست بوده که خلاف آن درست است، این گونه استدلال را بنام برهان خلف و یا ثبوت غیرمستقیم می نامند.



نکته: برای استفاده از برهان خلف گام های زیر را در نظر می گیریم.

- 1- فرض می کنیم ادعای مطلوب درست نباشد.
- 2- نشان می دهیم که این فرض نتیجه یی به دست می دهد که حقایق دانسته شده را نقض می کند.
- 3- حال که نتیجه به یک تناقض رسیده است معلوم می شود. که فرضیه قدم اول نادرست بوده، بنابر این مطلب باید درست باشد.

مثال: استاد در صنف درس میدهد میداند همه شاگردان درس ها را یاد می گیرند زمانی که مدیر وارد صنف می شود به استاد می گوید شاگردان درس ها را یاد نمی گیرند استاد به مدیر می گوید شاگردان درس ها را یاد می گیرند، استاد به مدیر می گوید از تمام شاگردان سوال کرده می توانی زمانی که مدیر از همه شاگردان سوال می کند جواب مثبت می گیرد پس مدیر از همه شاگردان می کند جواب مثبت می گیرد پس مدیر من ادعای نادرست کردم پس حرف استاد درست است.

مثال: اگر n^2 یک عدد جفت طبیعی باشد عدد n نیز جفت است؟

حل: حال فرض می کنیم اگر n طاق باشد n^2 جفت است.

$$n = 2k + 1$$

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4(k^2 + k) + 1$$

$$n^2 = 4(k^2 + k) + 1$$

رابطه بالا نشان میدهد که n^2 یک عدد طاق حاصل شده است در حالی که خلاف فرضیه بوده نتیجه می گیریم فرضیه بالا برای اینکه n یک عدد طاق است نادرست بوده نتیجه نهایی به این نکته اشاره می کند که n یک عدد جفت است. اگر n طاق باشد پس n^2 نیز طاق است.

بیانیه: یک بیانیه (عبارت) جمله خبری است که "صحیح" و یا "غلط" است اما نه هر دو.

برای مثال:

$$1 + 2 = 3 - 2$$

1- امروز باران می بارد.

هر دو بیانیه است اما بیانیه درست .

$$2 + 2 = 3 - 1$$

$$2 + 2 = 3 - 1$$

هر دو بیانیه است اما بیانیه غلط.

$$1 - 2 = 3 - 2$$

1- شما کجا می روید.

هر دو بیانیه نیست.



نتیجه:

- 1- هر جمله نمی تواند یک بیانیه باشد. یک جمله می تواند پرسشی، امری، تعجبی و یا خبری باشد.
- 2- هر جمله خبری درست و یا نادرست است.

نکته: اگر یک بیانیه را P بنامیم در این صورت طرز نوشته $P \equiv T$ برای بیانیه درست است و $P \equiv F$ برای بیانیه نادرست استعمال می گردد. ($\sim P$) نفی بیانیه P می باشد (P نادرست است) جدولی که در آن ارزیابی یک بیانیه صورت گرفته باشد بنام جدول صحت یاد می شود.

بیانیه درست	بیانیه نادرست
P	$\sim P$
T	F
F	T

مثال: جدول صحت را برای بیانیه (احمد شاگرد صنف دهم است $P =$) ترتیب نمائید.

حل: بررسی می نمائیم بیانیه فوق درست و یا نادرست است اگر بیانیه درست باشد در این صورت می توانیم بنویسیم:

$$P \equiv T \quad \text{و} \quad \sim P \equiv F$$

اگر بیانیه درست نباشد در این صورت داریم که:

$$P \equiv F \quad \text{و} \quad \sim P \equiv T$$

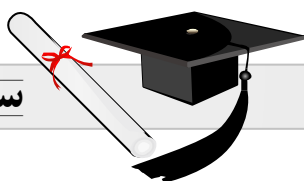
در جدول صحت طوری ذیل نشان میدهیم.

P	$\sim P$
T	F
F	T

بیانیه ترکیبی:

بسیاری از بیانیه ها ترکیبی هستند به این معنا که از بیانیه های فرعی و چندین کلمات ارتباطی دنبال هم ترکیب شده اند.

چنین عبارت ترکیبی را بیانیه های ترکیبی می نامند.



بیانیه اولیه: هرگاه یک بیانیه را نتوانیم به بیانیه های ساده تر تجزیه نماییم بیانیه اولیه نامیده می شود و یا بیانیه که ترکیبی نباشد.

مثال: (احمد با هوش و هر شب مطالعه می کند)

یک بیانیه ترکیبی از بیانیه های فرعی (احمد با هوش است) و (احمد هرشب مطالعه می کند) می باشد. در مثال فوق بیانیه به دو بیانیه دیگر تجزیه شد.

پس از جمله بیانیه های ترکیبی می باشد.

اگر دو بیانیه P و q داده شده باشند در این صورت:

1- ترکیب عطفی ($p \wedge q$):

هر دو بیانیه دلخواه می توانند توسط کلمه "و" با هم یکجا شوند و یک بیانیه ترکیبی را بوجود بیاورند که بنام ترکیب عطفی بیانیه های اولی یاد می شود. بصورت سمبول $(p \wedge q)$ ترکیب عطفی p و q معنا می دهد.

اگر p و q صحیح (T) باشند آنگاه $p \wedge q$ صحیح است در غیر آن صورت $p \wedge q$ غلط است.

یعنی اگر p صحیح (T) و q غلط (F) باشد آنگاه $p \wedge q$ غلط است اگر p غلط (F) و q صحیح (T) باشد در این صورت $p \wedge q$ غلط است تنها زمانی صحیح (T) است که هر دو p و q صحیح (T) باشند. مثال: هرگاه احمد صنف یازده باشد.

1- احمد صنف یازده است. $2+2=4$

2- احمد صنف یازده است. $2+3=4$

3- احمد صنف ده است. $2+2=4$

4- احمد صنف ده است. $2+3=4$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

($\sim p$) (منفی p)



ترکیب فصلی:

هر دو بیانیه که توسط کلمه "یا" تشکیل یک بیانیه ترکیبی بدهد را بنام ترکیب فصلی بیانیه های اولیه یاد می کند.

به صورت سمبول $p \vee q \leftarrow$

ترکیب فصلی p یا q معنا میدهد ارزش صحت $p \vee q$ تنها به ارزش صحت p و q وابسته است.

اگر p و q غلط (F) باشند آنگاه $p \vee q$ غلط است. در غیر آن صورت $p \vee q$ صحیح (T) است.

اگر p صحیح (T) و q غلط (F) باشد آنگاه $p \vee q$ صحیح (T) است.

اگر p غلط (F) و q صحیح (T) باشد آنگاه $p \vee q$ صحیح (T) است.

اگر p صحیح (T) و q صحیح (F) باشد آنگاه $p \vee q$ صحیح (T) است.

مثال: بیانیه احمد صنف یازده است درست باشد آنگاه:

1- احمد صنف یازده است. $2+2=4$

2- احمد صنف یازده است. $2+3=4$

3- احمد صنف ده است. $2+2=4$

4- احمد صنف ده است. $2+3=4$

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

نکته: اگر p صحیح (T) باشد آنگاه $\sim p$ (نفی p) غلط (F) است.

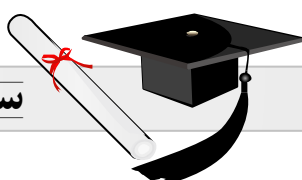
و اگر p غلط (F) باشد آنگاه $\sim p$ (نفی p) صحیح (T) است.

ترکیب مشروط:**1- (ترکیب مشروط یک جانبه)**

بسیاری از عبارات مخصوصاً در ریاضیات به شکل (اگر p آنگاه q) ارائه می شوند چنین عبارات را شرطی می

نامند توسط $p \Rightarrow q$ نشان میدهند.

(در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ بیانیه q را شرط لازمی و بیانیه p را شرط کافی می نامند.)



نکته: ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ تنها زمانی غلط است که قسمت اول p صحیح (T) و قسمت دوم q غلط (F) باشد. (و یا اینکه شرط کافی موجود باشد ولی شرط لازمی موجود نباشد).
مثال: مثال قبل را در نظر می گیریم:

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

2- ترکیب مشروط دو جانبه:

ترکیبی شرطی دیگری که کاربرد آن معمول است عباراتی اند که به شکل (p اگر و تنها اگر q) ارائه می شوند چنین عباراتی را شرطی دو جانبه می نامند توسط سمبول ($p \Leftrightarrow q$) نمایش میدهند.
اگر p اساس ترکیب شرطی باشد q از آن نتیجه گردیده و اگر q اساس ترکیب شرطی باشد p از آن نتیجه می گردد.

نکته: عبارات شرطی دوجانبه $p \Leftrightarrow q$ زمانی صحیح (T) است که p و q دارای عین ارزش باشند. در غیر آن صورت غلط (F) است.
مثال: مثال قبل را در نظر می گیریم.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

نکته: جدول صحت $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ یکسان اند. یعنی در حالت دوم هردوی آنها غلط (F) اند. در نتیجه
 $p \Rightarrow q$ معادل است با $\sim p \vee q$
یعنی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$



مثال های قبل را در نظر می گیریم:

p	q	$p \Leftrightarrow q$	p	q	$\sim p \vee q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

مثال: هرگاه بیان $P \equiv (2+4=6)$ و (مربع عددی که منفی باشد) $q \equiv$ داده شده باشد، نتیجه بیان های p ، q ،

$\sim p$ ، $\sim q$ ، $p \vee q$ ، $p \wedge q$ ، $\sim(p \wedge q)$ و $\sim(p \vee q)$ را دریافت کنید.

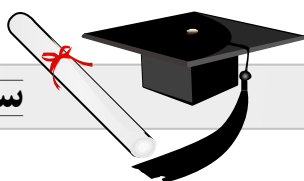
حل: با دقت به بیان های فوق ارزش بیان های فوق عبارت اند از:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim(p \vee q)$
T	F	F	T	F	T	T	F

مثال: با تشکیل جدول صحت نشان دهید که $p \vee (p \Rightarrow q)$ همیشه درست است:

حل: در جدول صحت در ستون آخری مشاهده می نماییم که بیان $p \vee (p \Rightarrow q)$ همیشه درست است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee (p \Rightarrow q)$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T



خواص بیان‌ها:

$$\begin{cases} p \vee q = q \vee p \\ p \wedge q = q \wedge p \end{cases}$$

(1) خاصیت تبدیلی

$$\begin{cases} p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r = (p \vee r) \vee q \\ p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r = (p \wedge r) \wedge q \end{cases}$$

(2) خاصیت اتحادی

$$\begin{cases} p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$$

(3) خاصیت توزیعی

بیشتر بدانید!



$$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) = p \\ p \wedge (q \vee p) = p \end{cases}$$

(4) قوانین جذب

$$\begin{aligned} (p \wedge T) \vee (p \wedge q) &= p \wedge (T \vee q) = p \wedge T = p \\ (p \vee F) \wedge (p \vee q) &= p \vee (F \wedge q) = p \vee F = p \end{aligned}$$

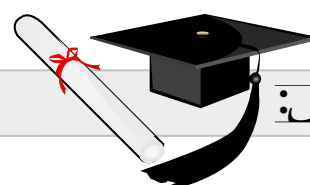
ثبوت:

بیشتر بدانید!



$$\begin{cases} \sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) = \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

قانون مورگان:



بیشتر بدانید!



روابط ذیل همیشه درست می باشند:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

$$\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \vee F \equiv p \\ p \wedge F \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \vee T \equiv T \\ p \wedge T \equiv p \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \vee \sim p \equiv T \\ p \wedge \sim p \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \Rightarrow q \equiv p \vee q \\ p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow \sim p \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \\ p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee \sim(p \vee q) \\ p \Leftrightarrow q \equiv (\sim q \Leftrightarrow \sim p) \end{cases}$$

مثالهای کاربردی (تطبیقات)

درستی بیانهای ذیل را ثبوت کنید.

$$1) \quad p \vee (\sim p \vee q) \equiv T$$

$$= (p \vee \sim p) \vee q = T \vee q \equiv T$$

$$2) \quad p \wedge \sim(p \vee \sim q) \equiv F$$

$$p \wedge (\sim p \wedge q) = (p \wedge \sim p) \wedge q = F \wedge q = F$$

$$3) \quad p \wedge q \Rightarrow p \equiv T$$

$$= \sim(p \wedge q) \vee p = \sim p \vee \sim q \vee p = (\sim p \vee p) \vee q = T \vee q \equiv T$$

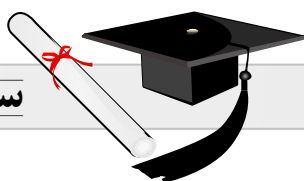
$$4) \quad p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

$$= (p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q) = F \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge q$$

$$5) \quad p \wedge (p \vee q) \Rightarrow p \equiv T$$

$$= (p \vee F) \wedge (p \vee q) \Rightarrow p = p \vee (F \wedge q) \Rightarrow p$$

$$p \vee F \Rightarrow p = p \Rightarrow p \equiv p \vee p \equiv T$$

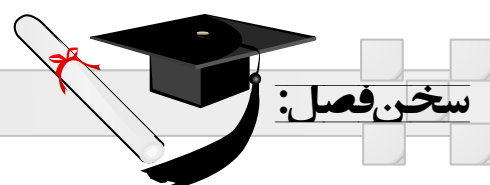


- 6) $p \Rightarrow p \vee q \equiv T$
 $\equiv \sim p \vee (p \vee q) = (\sim p \vee p) \vee q = T \vee q \equiv T$
- 7) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv p \Rightarrow q$
 $\equiv \sim p \vee (p \Rightarrow q) = \sim p \vee (\sim p \vee q) = (\sim p \vee \sim p) \vee q$
 $\equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$
- 8) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p \equiv T$
 $\sim (p \wedge \sim q) \vee p = (\sim p \vee q) \vee p = (\sim p \vee p) \vee q = T \vee q \equiv T$
- 9) $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
 $\equiv \sim (\sim p \vee q) = (p \wedge \sim q)$
- 10) $p \vee (\sim p \Rightarrow q) \equiv p \vee q \equiv \sim p \Rightarrow q$
 $= p \vee (\sim (\sim p) \vee q) = p \vee (p \vee q) = (p \vee p) \vee q = p \vee q = \sim p \Rightarrow q$
- 11) $p \wedge q \Rightarrow p \equiv T$
 $\equiv \sim (p \wedge q) \vee p = (\sim p \vee \sim q) \vee p = (\sim p \vee p) \vee q = T \vee q \equiv T$
- 12) $p \wedge q \Rightarrow q \equiv T$
 $\equiv \sim (p \wedge q) \vee q = (\sim p \vee \sim q) \vee q = \sim p \vee (\sim q \vee q) = \sim p \vee T \equiv T$

تذکر:

$p \wedge q \Rightarrow q$ و $p \wedge q \Rightarrow p$ بنام قوانین حذف عاطف یاد می‌شوند که همیشه درست می‌باشند.

- 13) $p \vee q \Rightarrow p \equiv q \Rightarrow p \equiv p \vee \sim q$
 $\sim (p \vee q) \vee p = (\sim p \wedge \sim q) \vee p = (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) = T \wedge (\sim q \vee p) = \sim q \vee p$
 $\equiv \sim q \vee p \equiv q \Rightarrow p$
- 14) $p \vee q \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$
 $\equiv \sim (p \vee q) \vee q = (\sim p \wedge \sim q) \vee q = (q \vee \sim p) \wedge (q \vee \sim q) = (q \vee \sim p) \wedge T$
 $\equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$
- 15) $p \Rightarrow p \vee q \equiv T$
 $\sim p \vee (p \vee q) = (\sim p \vee p) \vee q = T \vee q = T$
- 16) $q \Rightarrow q \vee p \equiv T$
 $\sim q \vee (q \vee p) = (\sim q \vee q) \vee p = T \vee p = T$



تذکر:

$p \Rightarrow p \vee q$ و $q \Rightarrow q \vee p$ را بنام قوانین ادخال فاصل یاد می کنند که همیشه درست می باشند.

- 17) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q \equiv T$

$$\equiv \sim(p \wedge q) \vee (p \vee q) = (\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$= (\sim p \vee p) \vee (\sim q \vee q) = T \vee T = T$$
- 18) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv p$

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow p = \sim(\sim p \vee q) \vee p = (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$$
- 19) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv q$

$$(\sim q \vee p) \Rightarrow q = \sim(\sim q \vee p) \vee q = (q \wedge \sim p) \vee q$$

$$= (q \wedge T) \vee (q \wedge \sim p) = q \wedge (T \vee \sim p) = q \wedge T \equiv q$$
- 20) $(p \Rightarrow q) \vee \sim(\sim p \vee q) \equiv F$

$$= (\sim p \vee q) \vee \sim(\sim p \vee q) \quad , \quad (\sim p \vee q) \equiv Q$$

$$= Q \vee \sim Q \equiv F$$

سوالات حساب و الجبر در کانکور 1393

1- در پولینوم $p(x) = 10x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2$ قیمت a_3 مساوی است به:

- (1) 2 (2) 0 (3) 4 (4) 10

2- مجموعه دو پولینوم $6x^3 - 7xy - 10y^3 + 7$ است اگر یکی آن $2x^3 - 4xy + y^3 + 3$ باشد پس پولینوم دومی مساوی است به:

- (1) $4x^2 - 3xy - 11y^3 + 4$ (2) $4x^3 - 10xy - 11y^3 + 4$

- (3) $x^3 - 3xy - 11y^3 + 7$ (4) $4x^3 + 3xy + 11y^3 - 4$

3- افاده الجبری $A = 4x^3 + y^3 - z^3$:

- (1) یک پولینوم است (2) یک پولینوم متجانس است

- (3) هردو جواب درست است (4) هردو غلط است

4- اگر $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 9x - 1$ باشد پس $p(-1)$ مساوی است به:

- (1) 2 (2) 1 (3) -1 (4) -2

5- قیمت پولینوم $p(x) = (4x^2 + 12x + 1)^0 - 10$ برای $x + 2$ مساوی است به:

- (1) -8 (2) 8 (3) 9 (4) -9

6- $0.2 + 0.02 + 0.002 + \dots$ مساوی است به:

- (1) 0.222 (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{9}{2}$

7- $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ مساوی است به:

- (1) $\frac{12}{99}$ (2) $\frac{99}{12}$ (3) $\frac{12}{10^5}$ (4) $\frac{12}{10^6}$

8- $x = 0.342$ به شکل علمی عبارت است از:

- (1) $x = 3.42 \times 10^1$ (2) $x = 3.42 \times 10^{-1}$ (3) $x = 3.42 \times 10^2$ (4) $x = 3.42 \times 10^{-2}$

9- $0.2 + 0.04 + 0.004 + 0.0004 + \dots$ مساوی است به:

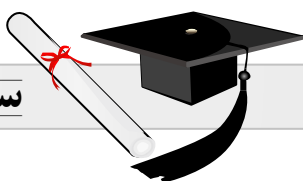
- (1) $0.\bar{5}$ (2) 0.24 (3) $0.2\bar{4}$ (4) $0.\bar{24}$

10- اگر $p(x) = 4x^4 + 11x - 4$ باشد پس قیمت $p(2) + p(1)$ مساوی است به:

- (1) 93 (2) 94 (3) 95 (4) 96

11- اگر $(x - 2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^4 + kx^2 - 8x + 8$ باشد پس قیمت k مساوی است به:

- (1) $k = -3$ (2) $k = 3$ (3) $k = -2$ (4) $k = 2$



12- اگر $p(x) = 2x^2y^8 - 4x^my^2 + 3x^4y^n$ یک پولینوم متجانس باشد پس قیمت های n, m مساوی است به:

$$\begin{matrix} \begin{cases} m=10 \\ n=0 \end{cases} & (4) & \begin{cases} m=4 \\ n=6 \end{cases} & (3) & \begin{cases} m=8 \\ n=6 \end{cases} & (2) & \begin{cases} m=6 \\ n=8 \end{cases} & (1) \end{matrix}$$

13- مجموعه دو پولینوم $6x^3 - 7xy - 10y^3 + 7$ است اگر یکی آن $2x^3 - 4xy + y^3 + 3$ باشد پس پولینوم

دومی مساوی است به:

$$4x^3 - 10xy - 11y^3 + 4 \quad (2) \quad 4x^2 - 3xy - 11y^3 + 4 \quad (1)$$

$$4x^3 + 3xy + 11y^3 - 4 \quad (4) \quad x^3 - 3xy - 11y^3 + 7 \quad (3)$$

14- پولینوم $A = x^2y^3 + 3xy + yx^3 + x^4y^5$ نظر به مجهول x درجه چند است؟

$$\begin{matrix} 5 & (1) & 2 & (2) & 4 & (3) & 3 & (4) \end{matrix}$$

15- اگر x به شکل علمی نوشته شود یعنی $x = a \cdot 10^x$ پس a باید کدام یکی از شرط های ذیل را صدق کند:

$$\begin{matrix} 1 < a < 15 & (1) & -1 < a < 0 & (2) & 1 \leq a < 10 & (3) & a > 10 & (4) \end{matrix}$$

16- مجموعه دو پولینوم مساوی است به $-22x^2 + 3xy$ اگر یکی آن $x^4 - 11x^2 + 4xy + y^3$ باشد پس پولینوم

دومی مساوی است به:

$$x^4 - 11x^2 - xy + y^3 \quad (1) \quad -x^4 - 11x^2 - xy - y^3 \quad (2)$$

$$-x^4 + 11x^2 - 3xy + y^3 \quad (3) \quad x^4 - 10x^2 - xy + y^3 \quad (4)$$

17- مجموعه ضرایب پولینوم $A = (3x-1)^6 + (4x-1)^{200}$ مساوی است به:

$$\begin{matrix} 66 & (1) & 65 & (2) & 67 & (3) & 68 & (4) \end{matrix}$$

18- اگر $(x+5)$ یک فکتور پولینوم $P(x) = x^3 + kx + 125$ باشد قیمت k مساوی است به:

$$\begin{matrix} k=2 & (1) & k=0 & (2) & k=-1 & (3) & k=-2 & (4) \end{matrix}$$

19- اگر در یک مثلث طول قاعده آن $(3b-4)$ و ارتفاع آن $(b+2)$ باشد پس مساحت آن مساوی است به:

$$\begin{matrix} \frac{3}{2}b^2 - b + 4 & (1) & b^2 + b + 4 & (2) & \frac{3}{2}b^2 + b - 4 & (3) & \frac{1}{2}b^2 + b - 4 & (4) \end{matrix}$$

$$-20 \quad \frac{x^3}{y^3-1} : \frac{x^3}{y-1} \text{ مساوی است به:}$$

$$\begin{matrix} \frac{1}{y^2-y+1} & (1) & \frac{1}{y^2+y+1} & (2) & \frac{1}{(y-1)^2} & (3) & \frac{1}{(y+1)^2} & (4) \end{matrix}$$

21- اگر $A = (x-1)^2$ و $B = (x-1)^4$ باشد پس $A \cdot B$ مساوی است به:

$$\begin{matrix} (x+1)^6 & (1) & (x-1)^6 & (2) & x^6 - 1 & (3) & x^6 + 1 & (4) \end{matrix}$$

22- اگر p یک عدد طبیعی باشد پس درجه پولینوم $P(x) = 2x^{4p} - x^{8p+4} - 3x^{4p-1} + x^{4p+1}$ مساوی است به:

$$\begin{matrix} 4p & (1) & 4p-1 & (2) & 4p+1 & (3) & 8p+4 & (4) \end{matrix}$$



23- حاصل $\frac{\pi}{13} + \frac{12\pi}{13}$ مساوی است به:

(1) $-\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) π (4) $-\pi$

24- اگر $x-k$ یک فکتور پولینوم $p(x)$ باشد در این صورت:

(1) $p(k)=0$ (2) $p(k)=1$ (3) $p(k) \neq 0$ (4) $p(k)=-1$

25- هرگاه $x-y=3$ و $xy=9$ باشد پس x^3-y^3 مساوی است به:

(1) 104 (2) 108 (3) 106 (4) 102

26- اگر $p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ باشد پس قیمت $p(-1) + p(0)$ مساوی است به:

(1) 2 (2) 3 (3) -2 (4) 0

27- $x = 0.0003$ به شکل علمی عبارت است از:

(1) $x = 3 \cdot 10^3$ (2) $x = 3 \cdot 10^4$ (3) $x = 3 \cdot 10^{-4}$ (4) $x = 3 \cdot 10^{-3}$

28- اگر مجموعه دو پولینوم $x^2 + 2x - y^2$ باشد و یک پولینوم $x^2 - 2xy + 3$ باشد پولینوم دیگر مساوی است به:

(1) $2x + 2xy$ (2) $2x - y^2 - 3$ (3) $2x + 2xy - y^2 - 3$ (4) $2xy - y^2 - 3$

29- اگر $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^4 + kx^2 - 8x + 8$ باشد پس قیمت k مساوی است به:

(1) $k = -3$ (2) $k = 3$ (3) $k = -2$ (4) $k = 2$

30- برای $x=1$ کدام یکی از پولینوم های ذیل بزرگترین قیمت را دارا است؟

(1) $(x-1)^5 + 40x$ (2) $(x-1)^8 + 10x$ (3) $(x+1)^4 + 10x^2$ (4) $(x+1)^5$

31- درجه پولینوم $P(x) = 2 - 3x^2 + 5x^4 + x$ عبارت است از:

(1) 4 (2) -4 (3) 6 (4) -6

32- اگر پولینوم $P(x) = 11x^5 + 20x^3 + 4x + 1$ با پولینوم $Q(x) = 11x^5 - kx^3 + 4x + 1$ مساوی باشند پس قیمت k مساوی است به:

(1) -11 (2) 11 (3) 20 (4) -20

33- باقی مانده عملیه $(x-3):(8x^3 - 5x^2 + 12x - 8)$ مساوی است به:

(1) 370 (2) 372 (3) 199 (4) 470

34- وسط هندسی اعداد $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}$ عبارت است از:

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$



35- هرگاه $x=2$ و $y=-4$, $z=3$ باشد پس قیمت $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{5}z^2$ مساوی است به:

$$(1) \frac{77}{15} \quad (2) -\frac{77}{15} \quad (3) \frac{15}{77} \quad (4) -\frac{15}{77}$$

36- اگر $A = x^3 + 7x^2 + 9x + 8$ و $B = x^2 + 14x + 18$ باشد پس $A - B$ مساوی است به:

$$(1) -3x^3 + 16x^2 + 10x + 13 \quad (2) x^3 + 16x^2 + 10x + 13$$

$$(3) -x^3 + 6x^2 + 10x - 13 \quad (4) x^3 + 6x^2 - 10x - 10$$

37- اگر مجموعه دو پولینوم $x^2 + 2x - y^2$ باشد و یک پولینوم $x^2 - 2xy + 3$ باشد پولینوم دیگری مساوی

است به:

$$(1) 2x + 2xy \quad (2) 2x - y^2 - 3 \quad (3) 2x + 2xy - y^2 - 3 \quad (4) 2xy - y^2 - 3$$

38- اگر پولینوم $A = 2x^3 - kx^2 + 4$ با پولینوم $B = 2x^3 + 4x^2 + 4$ مساوی باشد قیمت k مساوی است به:

$$(1) 4 \quad (2) 2 \quad (3) -4 \quad (4) -1$$

39- اگر پولینوم $A = 2x^3 - kx^2 + 4$ با پولینوم $B = 2x^3 + 4x^2 + 4$ مساوی باشد قیمت k مساوی است به:

$$(1) 4 \quad (2) 2 \quad (3) -4 \quad (4) -1$$

40- درجه پولینوم $B = yx^5 + x^3y^2 + 4xy + 8y$ مساوی است به:

$$(1) 4 \quad (2) 2 \quad (3) 5 \quad (4) 6$$

41- اگر $x + y = 6$ و $xy = 8$ باشد قیمت $x^3 + y^3$ مساوی است به:

$$(1) -72 \quad (2) 72 \quad (3) 70 \quad (4) 36$$

42- اگر $p(x) = 8$ باشد پس $p(1) + p(-1)$ مساوی است به:

$$(1) -16 \quad (2) -8 \quad (3) 8 \quad (4) 16$$

43- اگر $p(x) = 9x^2 - 10x - 4$ باشد پس $p(2) + p(1)$ مساوی است به:

$$(1) -4 \quad (2) 4 \quad (3) 7 \quad (4) -7$$

44- اگر $A = x^3 + 7x^2 + 9x + 8$ و $B = x^2 + 19x + 18$ باشد پس $A - B$ مساوی است به:

$$(1) -3x^3 + 16x^2 + 10x + 13 \quad (2) x^3 + 16x^2 + 10x + 13$$

$$(3) -x^3 + 6x^2 + 10x - 13 \quad (4) x^3 + 6x^2 - 10x - 10$$

45- برای $x = 2$ قیمت پولینوم $p(x) = (x-2)^4 + 10x^2$ مساوی است به:

$$(1) 40 \quad (2) 41 \quad (3) 42 \quad (4) 44$$

46- برای $x = 2$ قیمت پولینوم $p(x) = (x-2)^4 + 10x^2$ مساوی است به:

$$(1) 40 \quad (2) 41 \quad (3) 42 \quad (4) 44$$

47- قیمت B در تجزیه کسور قسمی $\frac{x+9}{x^2+4x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}$ عبارت است از:



$$4 \quad (1) \quad -4 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad -3 \quad (4)$$

48- اگر $p(x) = 3x^2 + 4x - 10$ باشد پس $p(-1) + p(1)$ مساوی است به:

$$15 \quad (1) \quad 14 \quad (2) \quad -15 \quad (3) \quad -14 \quad (4)$$

49- اگر $x = 4, y = -3$ و $z = 2$ باشد در این صورت قیمت $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}z^2$ مساوی است به:

$$5 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad -8 \quad (4)$$

50- مجموع ضرایب پولینوم $p(x) = (x-3)^5 + 6(4-x)^3 + 7x$ مساویست به:

$$127 \quad (1) \quad 137 \quad (2) \quad 125 \quad (3) \quad 135 \quad (4)$$

51- حاصل ضرب $\left(\frac{a^p}{a^{-q}}\right)^{p-q} \cdot \left(\frac{a^q}{a^{-r}}\right)^{q-r} \cdot \left(\frac{a^r}{a^{-p}}\right)^{r-p}$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \text{ هر سه جواب درست است}$$

52- هرگاه $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ و $B = x^2 + 4x + 4$ باشد پس $A \cdot B$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad x^5 - 2^5 \quad (2) \quad x^5 + 2^5 \quad (3) \quad (x+2)^5 \quad (4) \quad (x-2)^5$$

53- برای کدام قیمت p پولینوم $4x^3 - 6x^2 - 3x + p$ به $x+2$ پوره قابل تقسیم است:

$$-50 \quad (1) \quad 50 \quad (2) \quad 25 \quad (3) \quad -25 \quad (4)$$

54- افاده الجبری $2x^2 + y^2 - z^2$:

(1) یک پولینوم است (2) یک پولینوم متجانس است

(3) هردو جواب درست است (4) هردو جواب غلط است

55- مجموع ضرایب پولینوم $P(x) = (x-3)^2 + 6(4-x)^3 + 7x$ مساوی است به:

$$127 \quad (1) \quad 137 \quad (2) \quad 125 \quad (3) \quad 135 \quad (4)$$

56- مجموع ضرایب پولینوم $P(x) = x^5 - x^4 + 4x + 5$ مساوی است به:

$$9 \quad (1) \quad 10 \quad (2) \quad 11 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

57- هرگاه $p(x) = x^3 + 8x^2 + 12x + 6$ و $Q(x) = 4x^2 + x - 4$ باشد پس $p(x) + Q(1)$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad 35x^2 + 8x + 7 \quad (2) \quad 24x^3 + 8x + 7 \quad (3) \quad x^3 + 8x^2 + 2x \quad (4) \quad x^3 + 8x^2 + 12x + 7$$

58- هرگاه $x + y = 4$ و $xy = 8$ باشد پس $x^3 + y^3$ مساوی است به:

$$21 \quad (1) \quad 32 \quad (2) \quad -32 \quad (3) \quad -21 \quad (4)$$

59- هرگاه $x - y = 5$ و $xy = 10$ باشد پس $x^3 + y^3$ مساوی است به:

$$275 \quad (1) \quad 260 \quad (2) \quad 265 \quad (3) \quad 270 \quad (4)$$



60- حاصل $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+\sqrt{xy}+y)(x-\sqrt{xy}+y)$ مساوی است به:

(1) $x^2 - y^2$ (2) $x^3 + y^3$ (3) $x^4 - y^4$ (4) $x^3 - y^3$

61- اگر $A = (3m-1)x^2 + (4n-1)x + c$ یک پولینوم صفری باشد قیمت m, n و c مساوی است به:

(1) $\begin{cases} c=1 \\ n=\frac{1}{4} \\ m=\frac{1}{3} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} c=0 \\ n=\frac{1}{4} \\ m=\frac{1}{3} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} c=0 \\ n=m=\frac{1}{3} \end{cases}$ (4) $n=m=c=0$

62- درجه پولینوم $A = 3x^2 + x^2y^5 - x^5$ مساوی است به:

(1) 7 (2) 6 (3) 4 (4) 3

63- اگر $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^4 + kx^2 - 8x + 8$ باشد پس قیمت k مساوی است به:

(1) $k = -3$ (2) $k = 3$ (3) $k = -2$ (4) $k = 2$

64- قیمت پولینوم $Q(x) = (x-4)^2 + 5x$ در $x = 4$ مساویست به:

(1) 24 (2) 20 (3) 18 (4) 17

65- حد $3x^2y^3$ با کدام حد ذیل مشابه است:

(1) $3xy^3$ (2) $\sqrt{2}x^2y^2$ (3) $3xy$ (4) $5x^{\frac{4}{2}}y^3$

66- اگر $A = -3cd^2 - 2cd$ و $B = -7cd^2 + 9cd - 5$ باشد افاده $A+B$ مساوی است به:

(1) $10cd^2 + 7cd$ (2) $-10cd^2 + 7cd$

(3) $10cd^2 - 7cd$ (4) $-10cd^2 - 7cd$

67- مجموعه ضرایب پولینوم $Q(x) = (3x-1)^5 - (2x-1)^{50}$ مساوی است به:

(1) 30 (2) 31 (3) 28 (4) 27

68- اگر $A = (4m-2)x^2 + (10n-6)x + c$ یک پولینوم صفری باشد پس قیمت های m, n و c مساوی

است به:

(1) $\begin{cases} m=3 \\ n=6 \\ c=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} m=4 \\ n=5 \\ c=-1 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ n=-\frac{3}{5} \\ c=1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=\frac{3}{5} \\ c=0 \end{cases}$

69- مجموع ضرایب پولینوم $p(x) = x^6 + 4x^4 - 3x^3 - 10$ مساوی است به:

(1) 8 (2) -8 (3) 4 (4) -4



70- قیمت A در تجزیه کسور قسمی $\frac{x+9}{x^2+4x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}$ عبارت است از:

(1) -3 (2) 3 (3) 4 (4) -4

71- $\frac{xy}{xy^2+x^2y} : \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$ مساوی است به:

(1) $\frac{1}{x^2-y^2}$ (2) $\frac{1}{(x-y)^2}$ (3) $\frac{1}{x+y}$ (4) $\frac{1}{x-y}$

72- باقیمانده $\frac{x^3-19x-30}{x+3}$ مساوی است به:

(1) 2 (2) صفر (3) -1 (4) 1

73- اگر $A = x^2 - 4x + 4$ و $B = x^2 + 4x + 4$ باشد پس $A+B$ مساوی است به:

(1) $x^2 + 4$ (2) $2(x^2 + 4)$ (3) $-2(x^2 + 4)$ (4) $x^2 - 4$

74- باقی مانده عملیه $\frac{x^3-19x-30}{x+3}$ مساوی است به:

(1) 2 (2) صفر (3) -1 (4) 1

75- باقی مانده عملیه $(x-3):(8x^3-5x^2+12x-8)$ مساوی است به:

(1) 370 (2) 372 (3) 199 (4) 470

76- اگر $(x+10)$ یک فکتور پولینوم $p(x)$ باشد، پس:

(1) $p(-10) = -1$ (2) $p(-10) = 1$ (3) $p(-10) = 0$ (4) $p(-10) \neq 0$

77- اگر $A = 4ab - 10cd^2 + 4$ و $B = 9ab + 7cd^2 + 11$ باشد پس $A+B$ مساوی است به:

(1) $4ab + 9cd^2 + 1$ (2) $13ab - 3cd^2 + 15$ (3) $5ab - 4cd^2$ (4) $11ab + 9cd^2$

78- برای کدام قیمت p پولینوم $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 9x + p$ بر $x-3$ پوره تقسیم می شود:

(1) $p = 20$ (2) $p = 15$ (3) $p = -9$ (4) $p = 9$

79- $0.7 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + \dots$ مساوی است به:

(1) $\frac{60}{90}$ (2) $\frac{68}{90}$ (3) $\frac{90}{68}$ (4) $\frac{75}{100}$

80- حد $3x^2y^3$ با کدام حد ذیل مشابه است:

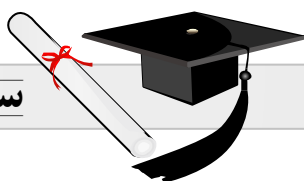
(1) $3xy^3$ (2) $\sqrt{2}x^2y^2$ (3) $3xy$ (4) $5x^{\frac{4}{2}}y^3$

81- قیمت پولینوم $Q(y) = (y-3)^9 + 3y$ برای $y=3$ مساوی است به:

(1) 3 (2) 4 (3) صفر (4) 9

82- افاده الجبری $A = x^4 + xy + 8z + 10x^2y^3$ چند متحول دارد؟

(1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 5



83- اگر $P(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 4$ باشد پس $P(1) - P(0)$ مساوی است به:

- (1) -11 (2) -10 (3) 12 (4) 11

84- اگر $P(x) = x^3 + x^2 + 9$ باشد، $P(-1)$ مساوی است به:

- (1) -1 (2) 3^2 (3) صفر (4) 10

85- اگر $A = mx^3 + (n-1)x^2 + c$ یک پولینوم صفری باشد پس قیمت های n, m و c مساوی است به:

- (1) $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \\ c=1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} m=0 \\ n=1 \\ c=0 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} m=1 \\ n=-1 \\ c=-1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ c=1 \end{cases}$

86- کدام یک از افاده های ذیل یک پولینوم میباشد؟

- (1) $3x^3x^2 + 4x^2$ (2) $3x - x^5 + \frac{2}{x}$ (3) $2x^3 - 3x + 1$ (4) $2x^2 + x + 3\sqrt{x}$

87- اگر $(x-m)$ یک فکتور پولینوم $p(x)$ باشد پس :

- (1) $p(m) = -1$ (2) $p(m) = 1$ (3) $p(m) = 0$ (4) $p(m) \neq 0$

88- مجموعه دو پولینوم $6x^3 - 7xy - 10y^3 + 7$ است اگر یکی آن $2x^3 - 4xy + y^3 + 3$ باشد پس پولینوم

دومی مساوی است به:

- (1) $4x^3 - 3xy - 11y^3 + 4$ (2) $4x^3 - 10xy - 11y^3 + 4$
(3) $x^3 - 3xy - 11y^3 + 7$ (4) $4x^3 + 3xy + 11y^3 - 4$

89- قیمت پولینوم $Q(y) = (y-3)^9 + 3y$ برای $y = 3$ مساوی است به:

- (1) 3 (2) 4 (3) صفر (4) 9

90- اگر افاده $y^2 + ky + 9$ به $(y-3)$ پوره تقسیم شود پس قیمت k مساوی است به:

- (1) -4 (2) 4 (3) 6 (4) -6

91- اگر $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 9x - 1$ باشد پس قیمت $P(-1)$ مساوی است به:

- (1) 2 (2) 1 (3) -2 (4) -1

92- مجموعه ضرایب پولینوم $P(x) = (2x-1)^{100} + (4x-1)^3$ مساوی است به:

- (1) 21 (2) 25 (3) 27 (4) 28

93- اگر $x+y=2$ و $x-y=3$ باشد پس $x^2 - y^2 + 2x$ مساوی است به:

- (1) 10 (2) 11 (3) 13 (4) 9



94- برای $x=2$ قیمت پولینوم $P(x)=(x-2)^4+10x^3$ مساوی است به:

- (1) 40 (2) 41 (3) 42 (4) 44

95- حاصل $(x^m+y^n)(x^{2m}-x^m y^n+y^{2n})$ مساوی است به:

- (1) x^m+y^n (2) x^m-y^n (3) $x^{3m}+y^{3n}$ (4) $x^{3m}-y^{3n}$

96- اگر پولینوم $A=2x^3-kx^2+4$ با پولینوم $B=2x^3+4x^2+4$ مساوی باشد قیمت k مساوی است به:

- (1) 4 (2) 2 (3) -4 (4) -1

97- کدام یکی از افاده های ذیل یک پولینوم است ؟

- (1) $x^{\frac{1}{2}}+3x^2-5x$ (2) $x^3+\frac{1}{x}+4x^2$ (3) x^2+3x-x^5 (4) تمام جوابات درست است

98- حاصل $(x^m+y^n)(x^{2m}-x^m y^n+y^{2n})$ مساوی است به :

- (1) x^m+y^n (2) x^m-y^n (3) $x^{3m}+y^{3n}$ (4) $x^{3m}-y^{3n}$

99- اگر $A=6x^3y^2+7y^{n-1}+2z^{m+1}$ یک پولینوم متجانس باشد پس قیمت های m و n مساوی است به :

- (1) $\begin{cases} n=5 \\ m=6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} n=6 \\ m=5 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} n=7 \\ m=5 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} n=5 \\ m=7 \end{cases}$

100- اگر $A=3x^m y^2-4x^n y^3+y^7$ یک پولینوم متجانس باشد قیمت m و n مساوی اند به:

- (1) $\begin{matrix} m=4 \\ n=5 \end{matrix}$ (2) $\begin{matrix} m=1 \\ n=3 \end{matrix}$ (3) $\begin{matrix} m=5 \\ n=4 \end{matrix}$ (4) $\begin{matrix} m=-1 \\ n=-2 \end{matrix}$

101- $X=3145$ به شکل علمی عبارت است از:

- (1) $X=31.45 \cdot 10^2$ (2) $X=31.45 \cdot 10^{-2}$ (3) $X=3.145 \cdot 10^3$ (4) $X=3.145 \cdot 10^{-3}$

102- اگر $P(x)=x^3-2x^2-9x+4$ باشد پس $P(1)-P(0)$ مساوی است به:

- (1) -11 (2) -10 (3) 12 (4) 11

103- کدام یکی از افاده های الجبری ذیل یک پولینوم نیست:

- (1) $x^4+4x^3-8x+x+3$ (2) $3x^3+4x^2y^2-y$

- (3) $2x^2+y^{-1}-z^{-2}$ (4) $3yx^3+4x^2y^2-yz$

104- اگر عدد x به شکل علمی نوشته شود یعنی $x=a \cdot 10^n$ پس:

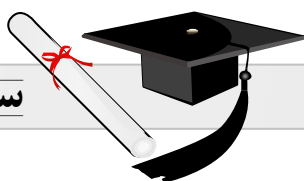
- (1) $n \in \mathbb{R}$ (2) $n \in \mathbb{R}^+$ (3) $n \in (-1,1)$ (4) $n \in \mathbb{Z}$

105- حاصل $(\frac{1}{2}-\sin \frac{\pi}{3})(\frac{1}{2}+\sin \frac{\pi}{3})$ مساوی است به:

- (1) $-\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $-\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

106- قیمت پولینوم $P(x)=3x^3-4x^2+5$ برای $x=1$ مساوی است به:

- (1) 5 (2) 3 (3) 4 (4) 2



107- اگر $p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ باشد پس قیمت $p(-1) + p(0)$ مساوی است به:

- (1) 2 (2) 3 (3) -2 (4) 0

108- درجه پولینوم $A = 3x^2 + x^2y^5 - x^5$ مساوی است به:

- (1) 7 (2) 6 (3) 4 (4) 3

109- اگر $P(x) = 4x^4 + 11x - 4$ باشد پس قیمت $P(2) + P(1)$ مساوی است به:

- (1) 93 (2) 94 (3) 95 (4) 96

110- اگر $A = 2x^2y^3 - 5y^{n-1} + z^{m+1}$ یک پولینوم متجانس باشد پس قیمت های n و m عبارت است از:

- (1) $\begin{cases} n=4 \\ m=5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} n=6 \\ m=4 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} n=1 \\ m=3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} n=2 \\ m=7 \end{cases}$

111- در معادله $2^{x-1} = 32$ قیمت x مساوی است به:

- (1) 5 (2) -5 (3) 6 (4) -6

112- اگر عرض یک مستطیل $(n+2)$ و طول آن $(n+4)$ باشد پس مساحت آن مساوی است به:

- (1) $n^2 - 6n + 8$ (2) $n^2 + 6n + 8$ (3) $n^2 + 6n - 8$ (4) $n^2 - 6n - 8$

113- هرگاه $a+b=8$ و $a-b=4$ باشد پس $a^2 + b^2$ مساوی است به:

- (1) 39 (2) 40 (3) 41 (4) 42

114- پولینوم $A = x^2y^3 + 3xy + yx^3 + x^4y^5$ نظر به مجهول x درجه چند است؟

- (1) 5 (2) 2 (3) 4 (4) 3

115- هرگاه $a+b=12$ و $a-b=6$ باشد پس $a^2 + b^2$ مساوی است به:

- (1) 87 (2) 91 (3) 89 (4) 90

116- اگر طول یک ضلع قاعده یک مکعب $(x-3)$ واحد باشد حجم آن مساوی است به :

- (1) $(x-3)^3$ (2) $(x+3)^3$ (3) $x^3 + xy^2 + y^3$ (4) $x^3 - x^2y + xy^2 + y^3$

117- اگر افاده $y^3 - 4y^2 + ky + 24$ به $(y-2)$ پوره تقسیم شود و باقی مانده آن 8 باشد پس قیمت k

مساوی است به:

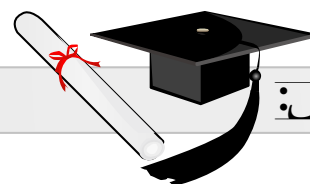
- (1) 4 (2) -4 (3) 6 (4) -6

118- مجموعه ضرایب پولینوم $p(x) = (x+2)^3 + 2(x-2)^6 + 8x$ مساوی است به:

- (1) 36 (2) 38 (3) 35 (4) 37

119- حاصل ضرب $(x+y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$ مساوی است به:

- (1) $(x+y)^4$ (2) $(x-y)^4$ (3) $x^4 + y^4$ (4) $x^4 - y^4$



120- باقی مانده $\frac{x^4 + 12x^3 + 8x + 20}{x-2}$ مساوی است به:

- (1) 100 (2) 200 (3) -100 (4) -200

121- اگر $A = (x-1)^2$ و $B = (x-1)^4$ باشد پس $A \cdot B$ مساوی است به:

- (1) $(x+1)^6$ (2) $(x-1)^6$ (3) $x^6 - 1$ (4) $x^6 + 1$

122- افاده $A = 3x^2 - x^3 + x^{13} - 3x^4$ از کدام نوع افاده های ذیل است:

- (1) یک پولینوم است (2) یک پولینوم نیست

(3) یک افاده الجبری و غیرناطق است (4) افاده الجبری و ناطق است

123- مجموعه ضرایب پولینوم $P(x) = (x+2)^3 + 2(x-2)^2 + 8x$ مساوی است به:

- (1) 36 (2) 38 (3) 35 (4) 37

124- اگر $A = -5cd + 4c^2d^2 + 1$ و $B = 4cd - c^2d^2 + 7$ باشد پس $A+B$ مساوی است به:

- (1) $9c^2d^2 + cd + 7$ (2) $11c^2d^2 - 8cd + 7$

- (3) $5c^2d^2 + 4$ (4) $3c^2d^2 - cd + 8$

125- مجموعه ضرایب پولینوم $p(x) = x^5 - x^4 + 4x + 5$ مساوی است به:

- (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12

126- اگر $p(x) = 2$ باشد پس $p(1) + p(-1)$ مساوی است به:

- (1) -4 (2) 4 (3) 2 (4) -2

127- اگر $B = \{5\}$ باشد پس تعداد ست های فرعی B مساوی است به:

- (1) 2^2 (2) 2 (3) 2^0 (4) 2^3

128- مجموعه ضرایب پولینوم $P(x) = (x-1)^{100} + (3x-1)^4$ مساوی است به:

- (1) 20 (2) 16 (3) 17 (4) 15

129- هرگاه $x=2$, $y=-4$, $z=3$ باشد پس قیمت $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{5}z^2$ مساوی است به:

- (1) $\frac{67}{15}$ (2) $-\frac{67}{15}$ (3) $\frac{15}{77}$ (4) $-\frac{15}{77}$

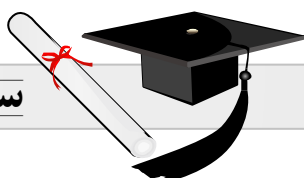
130- هرگاه $a+b=12$ و $a-b=6$ باشد پس $a^2 + b^2$ مساوی است به:

- (1) 87 (2) 91 (3) 89 (4) 90

131- اگر پولینوم $P(x) = 11x^5 + 20x^3 + 4x + 1$ با پولینوم $Q(x) = 11x^5 - kx^3 + 4x + 1$ مساوی باشند

پس قیمت k مساوی است به:

- (1) -11 (2) 11 (3) 20 (4) -20



132- اگر پولىنوم $A = 2x^3 - kx^2 + 4$ با پولىنوم $B = 2x^3 + 4x^2 + 4$ مساوى باشد قيمت k مساوى است به:

- (1) 4 (2) 2 (3) -4 (4) 1

133- اگر عرض يك مستطيل $(n-3)$ و طول آن $(n+2)$ باشد پس مساحت آن مساوى است به:

- (1) $n^2 + n - 6$ (2) $n^2 - n + 6$ (3) $n^2 + n + 6$ (4) $n^2 - n - 6$

134- اگر $A = x^2 - 4x + 4$ و $B = x^2 + 4x + 4$ باشد پس $A+B$ مساوى است به:

- (1) $x^2 + 4$ (2) $2(x^2 + 4)$ (3) $-2(x^2 + 4)$ (4) $x^2 - 4$

135- باقى مانده عمليه $(x-3):(8x^3 - 5x^2 + 12x - 8)$ مساوى است به:

- (1) 370 (2) 372 (3) 199 (4) 470

136- قيمت پولىنوم $Q(y) = (y-1)^9 + 3y$ براى $y = 1$ مساوى است به:

- (1) 5 (2) 3 (3) 9 (4) 2

137- باقى مانده عمليه $(x-3):(8x^3 - 5x^2 + 12x - 8)$ مساوى است به:

- (1) 370 (2) 372 (3) 189 (4) 470

138- هرگاه $A = x^3 + 6x^2 + 32x + 8$ و $B = x^2 + 9x + 4$ باشد پس $A+B$ مساوى است به:

- (1) $x^5 - 2^5$ (2) $x^5 + 2^5$ (3) $(x+2)^5$ (4) $(x-2)^5$

139- اگر مجموعه ضرايب پولىنوم $mx^3 + 4x^2 + 8x + 2$ مساوى به 18 باشد، پس قيمت m مساوى است به:

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

140- پولىنوم $A = x^2y^3 + 3xy + x^4y^5$ نظر به مجهول x چند درجه است:

- (1) 5 (2) 2 (3) 4 (4) 3

141- قيمت پولىنوم $Q(X) = (X-4)^5 + 5X$ در $X = 4$ مساوى است به :

- (1) 24 (2) 20 (3) 18 (4) 17

142- اگر $(5, 7) = (2x-1, 2y+3)$ باشد پس قيمت هاى x و y مساوى است از :

- (1) $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$

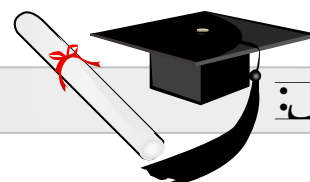
143- باقىمانده $\frac{x^3 - 19x - 30}{x+3}$ مساوى است به:

- (1) 2 (2) 0 (3) -1 (4) 1

144- براى $x = 1$ کدام يکى از پولىنوم هاى ذيل کمترين قيمت را دارا است:

- (1) $(20+x)^2$ (2) $(3x+1)^2 + 5$ (3) $11x^3 + 4$ (4) $(x+1)^2 + 8x$

145- اگر $A = -5cd + 4c^2d^2 + 1$ و $B = 4cd - c^2d^2 + 7$ باشد پس $A+B$ مساوى است به:



$$3c^2d^2 - cd + 8 \quad (4) \quad 5c^2d^2 + 4 \quad (3) \quad 11c^2d^2 - 8cd + 7 \quad (2) \quad 9c^2d^2 + cd + 7 \quad (1)$$

146- اگر در پولىنوم $p(x) = kx^3 - x^2 + 3x - 1$ ، $p(2) = 17$ باشد قيمت k مساوى است به:

$$k = -2 \quad (4) \quad k = 4 \quad (3) \quad k = 2 \quad (2) \quad k = 3 \quad (1)$$

$$147- (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) \cdot 8 \quad \text{مساوى است به:}$$

$$-46 \quad (4) \quad 46 \quad (3) \quad -56 \quad (2) \quad 56 \quad (1)$$

148- مجموعه ضرايب پولىنوم $p(x) = (x-2)^{20} + 4(x-3)^2 + 5x$ مساوى است به:

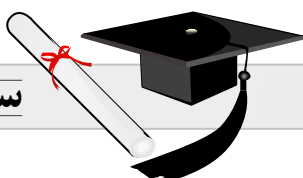
$$22 \quad (4) \quad 16 \quad (3) \quad 9 \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$

149- براى $x = 2$ قيمت کدام يك از پولىنوم هاى ذيل از همه بيشتر است:

$$(x-2)^9 - 4x \quad (4) \quad (x-2) + 4x \quad (3) \quad (x-2)^8 + 3x \quad (2) \quad (x-2)^2 + 1 \quad (1)$$

150- اگر $x - y = 5$ و $xy = 10$ باشد پس $x^3 - y^3$ مساوى است به:

$$270 \quad (4) \quad 265 \quad (3) \quad 260 \quad (2) \quad 275 \quad (1)$$



سوالات حساب و الجبر در کانکور 1394

1- اگر افاده $y^2 - ky + 4$ به $y - 2$ تقسیم شود و باقی مانده آن 2 باشد قیمت k مساوی است به:

- (1) -1 (2) 4 (3) -3 (4) 3

2- برای $x = 1$ قیمت پولینوم $P(x) = 5x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 4$ مساوی است به:

- (1) 18 (2) 24 (3) 17 (4) 15

3- کدام یک از نقاط زیر متعلق به گراف تابع $f(x) = 2x + 1$ می باشد؟

- (1) $C(1, -1)$ (2) $D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (3) $B(0, 1)$ (4) $A(-1, 3)$

4- اگر پولینوم $p(x) = 4x^2 - 7x$ بالای بینوم $x - 2$ تقسیم شود، باقیمانده آن مساوی است به:

- (1) -4 (2) 2 (3) 4 (4) -2

5- اگر افاده $y^3 - 4y^2 + ky + 24$ بالای $(y - 2)$ تقسیم شود و باقی مانده آن 8 باشد، پس قیمت k مساوی است به:

- (1) 4 (2) -4 (3) -6 (4) 6

6- اگر باقیمانده تقسیم پولینوم $x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x + 1$ مساوی 4 باشد، آنگاه قیمت a عبارت است از:

- (1) -4 (2) -1 (3) 1 (4) 4

7- افاده $\frac{(3+5a)^2 - (a+3)^2}{(a^3 - a)}$ مساوی است به:

- (1) $\frac{12}{a-1}$ (2) $\frac{24}{a+1}$ (3) $\frac{12}{a+1}$ (4) $\frac{24}{a-1}$

8- اگر $A = x^2 - 2xy + y^2$ و $B = x^2 + 2xy + y^2$ باشد پس $A - B$ مساوی است به:

- (1) $-3xy$ (2) $4xy$ (3) $-4xy$ (4) $3xy$

9- اگر $(x - 4)$ یک فکتور پولینوم $p(x)$ باشد پس:

- (1) $p(4) \neq 0$ (2) $p(4) = 1$ (3) $p(4) = -1$ (4) $p(4) = 0$

10- برای $x = 1$ کدام یک از پولینوم های زیر کمترین قیمت را دارا است:

- (1) $(20 + x)^2$ (2) $(x + 1)^2 + 8x$ (3) $(3x + 1)^2 + 5$ (4) $11x^3 + 4$

11- اگر پولینوم $p(x) = x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 2$ بالای $x - 1$ تقسیم شود، باقیمانده مساوی است به:

- (1) 10 (2) 8 (3) 5 (4) 11



12- $(-2a)^3(-2a)^2$ مساوی است به:

$$32a^5 \quad (1) \quad -32a^5 \quad (2) \quad -4a^5 \quad (3) \quad 4a^5 \quad (4)$$

13- اگر پولینوم x^2+3x+2 با پولینوم $m(x-1)^2+n(x-1)+p$ معادل باشد، قیمت p مساوی است به:

$$3 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

14- اگر پولینوم $p(x) = 16x^{-3} - 8x^2 + \frac{3}{4}$ باشد $p\left(-\frac{1}{4}\right)$ مساوی است به:

$$-1 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 12 \quad (3) \quad 0 \quad (4)$$

15- افاده y^2-1+y^2-1 مساوی است به:

$$2y^2+2 \quad (1) \quad 2y^2-2 \quad (2) \quad 2y-2 \quad (3) \quad -2y^2+2 \quad (4)$$

16- قیمت پولینوم $p(x) = (4x^2+12x+1)^0 - 1$ برای $x=2$ را دریابید:

$$-12 \quad (1) \quad -10 \quad (2) \quad -18 \quad (3) \quad -9 \quad (4)$$

17- تجزیه افاده $a^4+a^2b^2+b^4$ عبارت است از:

$$(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab) \quad (1) \quad (a^2-b^2+ab)(a^2+b^2+ab) \quad (2)$$

$$(a^2+b^2-ab)(a^2-b^2-ab) \quad (3) \quad (a^2-b^2+ab)(a^2-b^2-ab) \quad (4)$$

18- اگر p یک عدد طبیعی باشد درجه پولینوم $A = 4x^{p-1} + 2x^{2p+4} - 5x^{p+1}$ مساوی است به:

$$p+1 \quad (1) \quad 2p+4 \quad (2) \quad p-1 \quad (3) \quad 2p \quad (4)$$

19- مجموعه ضرایب پولینوم $p(x) = (x-3)^5 + 6(4-x)^3 + 7x$ مساوی است به:

$$137 \quad (1) \quad 135 \quad (2) \quad 125 \quad (3) \quad 127 \quad (4)$$

20- کدام یکی از افاده های الجبری ذیل یک پولینوم نیست:

$$2x^2+y^{-1}-z^2 \quad (1) \quad x^4+4x^3-8x+x+3 \quad (2)$$

$$3x^3+4x^2y^2-y \quad (3) \quad 3yx^3+4x^2y^2-yz \quad (4)$$

21- هرگاه $a+b=12$ و $a-b=6$ باشد پس a^2+b^2 مساوی است به:

$$90 \quad (1) \quad 91 \quad (2) \quad 89 \quad (3) \quad 87 \quad (4)$$

22- برای کدام قیمت p پولینوم $4x^3-6x^2-3x+p$ به $x+2$ پوره قابل تقسیم است:

$$p=-25 \quad (1) \quad p=-50 \quad (2) \quad p=50 \quad (3) \quad p=25 \quad (4)$$

23- اگر $a+b=7$ و $a-b=1$ باشد در اینصورت $4ab$ مساوی است به:

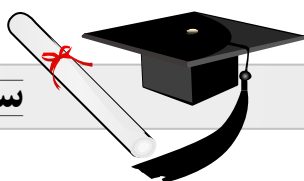
$$47 \quad (1) \quad 48 \quad (2) \quad 40 \quad (3) \quad 49 \quad (4)$$

24- حاصل ضرب $(x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)$ مساوی است به:

$$x^3-y^3 \quad (1) \quad x^5+y^5 \quad (2) \quad x^5-y^5 \quad (3) \quad (x-y)^5 \quad (4)$$

25- هرگاه $a+b=8$ و $a-b=4$ باشد پس a^2+b^2 مساوی است به:

$$40 \quad (1) \quad 39 \quad (2) \quad 42 \quad (3) \quad 41 \quad (4)$$



26- شکل علمی $x = 0.004$ عبارت است از:

(1) $x = 4 \cdot 10^{-3}$ (2) $x = 4 \cdot 10^3$ (3) $x = 4 \cdot 10^{-2}$ (4) $x = 4 \cdot 10^2$

27- هرگاه پولینوم $P(x)$ دارای خاصیت $p(2) = 0 = p(3)$ باشد بر کدام افاده ذیل قابل تقسیم است.

(1) $x^2 + 5x - 6$ (2) $x^2 - 5x - 6$ (3) $x^2 - 5x + 6$ (4) $x^2 + 5x + 6$

28- قیمت پولینوم $3p(x) = 2x^2 - 4x + p(x) + 8$ برای $x = 1$ مساوی است به:

(1) 2 (2) -4 (3) 3 (4) 4

29- نتیجه گیری از درک شهودی:

(1) هر سه جواب این سوال غلط است

(2) نمی تواند همواره نتیجه گیری صحیح را به دنبال داشته باشد

(3) می تواند همواره نتیجه گیری صحیح را به دنبال داشته باشد

(4) نمی تواند همواره نتیجه گیری صحیح را به دنبال داشته باشد اما می تواند پایه گذار احکام و قضایای درست باشد

30- مارگزیده از ریسمان دراز می ترسد، کدام نوع استدلال است؟

(1) استدلال قیاسی (2) استدلال درک شهودی

(3) استدلال استقرایی (4) هر سه جواب این سوال غلط است

31- پولینوم $A = x^2y^4 - 3xy + yx^3 + x^4y^5$ نظر به متحول x درجه چند است؟

(1) 3 (2) 2 (3) 5 (4) 4

32- اگر یک عدد x و دیگری $20 - x$ باشد، پس قیمت x باید چند باشد تا که $x(20 - x)$ بزرگترین قیمت را داشته

باشد:

(1) $x = 10$ (2) $x = 9$ (3) $x = 5$ (4) $x = 8$

33- اگر $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$ باشد، پس قیمت $p(-1) + p(0)$ مساوی است به:

(1) 3 (2) 0 (3) 2 (4) -2

34- مجموعه ضرایب پولینوم $p(x) = x^6 + 4x^4 - 3x^3 - 10$ مساوی است به:

(1) 4 (2) 8 (3) -8 (4) -4

35- هر گاه $P(x) = ax^2 + bx + c$ ، $P(1) = 0$ و $P(2) = 0$ باشد، آنگاه $\frac{b}{a}$ مساوی است به:

(1) -3 (2) 0 (3) 2 (4) 3

36- اگر $a + b = 7$ و $a - b = 1$ باشد، در این صورت $a^2 + b^2$ مساوی است به:

(1) 23 (2) 20 (3) 25 (4) 24

37- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x \geq 1 \\ 1-x & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، پس $f(0) + f(1)$ مساوی است به:

(1) 1 (2) -1 (3) 4 (4) -4

38- افاده الجبری $A = x^2 + xy + 8z + 10x^2y^2$ چند متحول دارد:

(1) 5 (2) 1 (3) 3 (4) 2



39- اگر $P(x) = 2x^2y^8 - 4x^my^2 + 3x^4y^n$ یک پولینوم متجانس باشد، قیمت‌های m و n را دریابید.

$$\begin{cases} m=4 \\ n=6 \end{cases} (4) \quad \begin{cases} m=10 \\ n=0 \end{cases} (3) \quad \begin{cases} m=6 \\ n=8 \end{cases} (2) \quad \begin{cases} m=8 \\ n=6 \end{cases} (1)$$

40- هرگاه $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ و $B = x^2 + 4x + 4$ باشد، پس $A \cdot B$ مساوی است به:

$$(x-2)^5 (1) \quad x^5 + 2^5 (2) \quad (x+2)^5 (3) \quad x^5 - 2^5 (4)$$

41- هرگاه $f(x) = 4x^2 + ax + b + 4$ و $f(0) = 1$ و $f(2) = 4$ باشد قیمت‌های a و b مساوی است به:

$$\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases} (4) \quad \begin{cases} a=4 \\ b=6 \end{cases} (3) \quad \begin{cases} a=-\frac{13}{2} \\ b=-3 \end{cases} (2) \quad \begin{cases} a=\frac{13}{2} \\ b=3 \end{cases} (1)$$

$$42- \text{اگر } g(x) = \begin{cases} \sin x + x & ; x \geq 0 \\ x^2 - 1 & ; -1 < x < 0 \\ x^3 + \sqrt{x^2 + 1} & ; -3 < x \leq -1 \end{cases} \text{ باشد پس } g(0) + g(-1) \text{ مساوی است به:}$$

$$-1 (1) \quad 0 (2) \quad \sqrt{2} (3) \quad -1 + \sqrt{2} (4)$$

43- اگر $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^4 + kx^2 - 8x + 8$ باشد پس قیمت k مساوی است به:

$$k=5 (1) \quad k=-2 (2) \quad k=2 (3) \quad k=-3 (4)$$

44- هرگاه $(10, 5a-b)$ و $(2a+4, 3a+4b)$ دو جوره مرتب مساوی باشند پس قیمت‌های a و b مساوی است به:

$$\begin{cases} a=3 \\ b=\frac{6}{5} \end{cases} (1) \quad \begin{cases} a=2 \\ b=5 \end{cases} (2) \quad \begin{cases} a=3 \\ b=\frac{1}{5} \end{cases} (2) \quad \begin{cases} a=5 \\ b=2 \end{cases} (4)$$

45- در $x = -2$ کدام یکی از پولینوم‌های ذیل بیشترین قیمت را دارا است:

$$(x+2)^6 - 4 (1) \quad (x-2) - 4x (2) \quad (x-2)^2 + 4x (3) \quad (x-2)^3 + 1 (4)$$

46- موقعیت نقطه $(0, 8)$ عبارت است از:

$$(1) \text{ ناحیه II} \quad (2) \text{ ناحیه III} \quad (3) \text{ ناحیه IV} \quad (4) \text{ روی محور } y$$

47- اگر $A = 2x^3 - kx^2 + 4$ پولینوم با پولینوم $B = 2x^3 + 4x^2 + 4$ مساوی می‌باشند قیمت k مساوی است به:

$$4 (1) \quad 2 (2) \quad -4 (3) \quad -1 (4)$$

48- اگر p یک عدد طبیعی باشد پس درجه پولینوم $A = x^{p+1} - 4x^{5p-1} - 7$ مساوی است به:

$$p+1 (1) \quad -p (2) \quad 5p+1 (3) \quad 2p-1 (4)$$

$$49- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x < 2 \\ x^2 - 3, & x \geq 2 \end{cases} \text{ باشد پس } f(5) \text{ مساوی است به:}$$

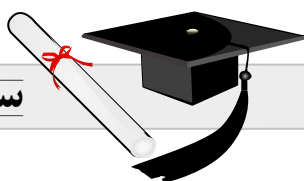
$$18 (1) \quad 16 (2) \quad 22 (3) \quad 25 (4)$$

50- مجموعه ضرایب پولینوم $A = (x-2)^{10} (2x-1)^{200} + 4x$ مساوی است به:

$$4 (1) \quad 3 (2) \quad 5 (3) \quad -4 (4)$$

51- در معادله $2^{x+5} = 8$ قیمت x مساوی است به:

$$-2 (1) \quad 2 (2) \quad 5 (3) \quad 3 (4)$$



52- اگر x به شکل علمی نوشته شود، یعنی $x = a \cdot 10^n$ پس a باید کدام یکی از شرط‌های ذیل را صدق کند؟

(1) $a > 10$ (2) $1 \leq a < 10$ (3) $1 < a < 15$ (4) $-1 < a < 0$

53- در معادله $2^{x-1} = 32$ قیمت x مساوی است به:

(1) -5 (2) 5 (3) -6 (4) 6

54- در معادله $2^x = \frac{1}{\sqrt[3]{32}}$ قیمت x مساوی است به:

(1) $x = -\frac{3}{5}$ (2) $x = -\frac{5}{3}$ (3) $x = \frac{2}{3}$ (4) $x = \frac{5}{3}$

55- اگر $P(x) = x^4 - 1$ و $Q(x) = 3x^3 - 7x^2$ دو پولینوم باشند، $P(x) + Q(x)$ مساوی است به:

(1) $x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 1$ (2) $x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 1$

(3) $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 1$ (4) $-x^4 + 3x^3 + 7x^2 - 1$

56- نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدود از مشاهدات عبارت است از:

(1) استدلال استقرایی (2) استدلال قیاسی (3) استدلال درک شهودی (4) استدلال استنتاجی

57- هرگاه $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + z_1 x + a_0$ باشد، در اینصورت n شامل یکی از ست‌های زیر است:

(1) ست اعداد ناطق (2) ست اعداد تام (3) ست اعداد کامل (4) ست اعداد حقیقی

58- هرگاه $x - y = 3$ و $xy = 9$ باشد پس $x^3 - y^3$ مساوی است به:

(1) 104 (2) 102 (3) 106 (4) 108

59- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ 2x - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ باشد، پس $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ مساوی است به:

(1) $\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{4}{5}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $-\frac{5}{4}$

60- در معادله داده شده $27^{x+1} = 9^{5x+2}$ قیمت x مساوی است به:

(1) $x = -7$ (2) $x = -\frac{1}{7}$ (3) $x = \frac{1}{7}$ (4) $x = 7$

61- اگر $A = 4x^m y^4 - 6x^{n-1} y^4 + y^8$ یک پولینوم متجانس باشد پس قیمت‌های n و m مساوی است به:

(1) $\begin{cases} m=6 \\ n=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} m=4 \\ n=4 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} m=5 \\ n=4 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} m=4 \\ n=5 \end{cases}$

62- مجموع ضرایب پولینوم $p(x) = (x-1)^{100}$ مساوی است به:

(1) -1 (2) 0 (3) 100 (4) 1

63- مجموع ضریب پولینوم $(x^2 - 5x + 3)^{500}$ مساوی است به:

(1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 500

64- در معادله $81^{x+2} = 3^4$ قیمت x مساوی است به:

(1) $x = -1$ (2) $x = -2$ (3) $x = 2$ (4) $x = 1$



65- حاصل $(a^5 + b^5) - (a + b)$ مساوی است به:

$$\begin{array}{ll} a^4 - a^3b + ab^3 + b^4 & (2) \quad a^2b^2 - a^3b - ab^3 & (1) \\ a^4 - a^3b + a^2b^3 - ab^3 + b^4 & (4) \quad a^4 - b^4 + a^2b^2 & (3) \end{array}$$

66- نقطه تقاطع گراف تابع $f(x) = \frac{3x+17}{x+5}$ با محور x عبارت است از:

$$\begin{array}{llll} \left(-\frac{3}{17}, 0\right) & (4) & \left(-\frac{17}{3}, 0\right) & (3) \\ \left(0, -\frac{17}{3}\right) & (2) & \left(0, -\frac{3}{17}\right) & (1) \end{array}$$

67- برای $x = -1$ کدام یکی از پولینوم های ذیل کمترین قیمت دارد:

$$\begin{array}{llll} (2x+1)^{10} & (4) & (-1+x)^5 & (3) \\ (1-4x)^2 & (2) & 6x+(1-x)^3 & (1) \end{array}$$

68- در معادله $5^{x+2} = 625$ قیمت x مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} x = 4 & (4) & x = 3 & (3) \\ x = 2 & (2) & x = 5 & (1) \end{array}$$

69- حاصل $(x-1)(x+1)$ مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} x^2 + 2 & (4) & x^2 - 1 & (3) \\ x^2 - 2 & (2) & x^2 + 1 & (1) \end{array}$$

70- هرگاه حدود $25x^{2n}y^{20}z^{10}$ و $\frac{1}{10}x^{10}y^{2m}z^{10}$ مشابه باشند، در اینصورت مقادیر m و n مساوی است به:

$$\begin{array}{ll} m = 10, n = 5 & (2) \\ m = -5, n = -10 & (1) \\ m = 10, n = -5 & (4) \\ m = 5, n = 10 & (3) \end{array}$$

71- هرگاه $x-5$ یک فکتور $p(x) = x^2 - 3x - 10$ باشد، در اینصورت $p(5)$ مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} 0 & (4) & -10 & (3) \\ -5 & (2) & 5 & (1) \end{array}$$

72- $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-3) \cdot 8$ مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} -46 & (4) & 46 & (3) \\ -56 & (2) & 56 & (1) \end{array}$$

73- $8x^5y^3$ با کدام یکی از حدود ذیل مشابه است:

$$\begin{array}{llll} 2x^2y^3 & (4) & \sqrt{5}x^3y^3 & (3) \\ 20x^5y^3 & (2) & 10xy & (1) \end{array}$$

74- در پولینوم $p(x) = 10x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 10$ قیمت a_3 مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} 2 & (4) & \text{صفر} & (3) \\ 4 & (2) & 10 & (1) \end{array}$$

75- اگر $p(x) = 4x^4 + 11x - 4$ باشد، پس قیمت $p(2) + p(1)$ مساوی است به:

$$\begin{array}{llll} 94 & (4) & 96 & (3) \\ 93 & (2) & 95 & (1) \end{array}$$

